

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA DEFINICION DE CAUSALIDAD DE GRANGER EN EL ANALISIS ECONOMETRICO

HUGO ROBERTO BALACCO*

1. Introducción.

La noción de causalidad de C.W.J. Granger (1969) ocupa un lugar importante tanto en la econometría teórica como aplicada. Este hecho ha sido posible, en gran medida, gracias al desarrollo que los modelos y métodos de series temporales tuvieron a lo largo de la década del setenta. Existe un considerable número de trabajos en donde el análisis empírico descansa en contrastes basados en la definición de Granger, o derivados directamente de ella; p.e., test de C.A. Sims (1972) y test de D.A. Pierce y L.D. Haugh (1977). Una buena síntesis de estas técnicas pueden verse en C.W. Schwert (1983).

En nuestro país, han utilizado esta metodología, entre otros, R.B. Fernández (1979) y R.B. Fernández y V. Yohai (1980), A. M. Navarro y A.R. Rayó (1982), A. Arnaudo (1982) y recientemente D.E. Dueñas y A.M. Leone (1985).

El propósito perseguido en este trabajo es el de presentar con fines de sistematización y difusión algunas consideraciones acerca del alcance de la noción de causalidad de Granger sobre la base de cierta literatura reciente, básicamente el trabajo de R.F. Engle, D.F. Hendry y J.F. Richard (1983) (en adelante EHR (1983)). Previo al tratamiento del tema central se hace una breve referencia al problema de la identificación por la importancia que ha desempeñado en la econometría tradicional a la hora de distinguir entre correlación y causalación; es decir, entre hechos observacionales (correlaciones dinámicas y no dinámicas) y las hipótesis basadas en la teoría (restricciones) propuestas para explicar estos hechos.

* Instituto de Investigaciones Económicas. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Cuyo.

2. Teoría económica, restricciones e identificación.

Aunque el principio de causación es fundamental en el campo científico, cuando no es posible conducirse a través de experimentos controlados resulta difícil poner en evidencia relaciones de causalidad. Es este el caso de la Ciencia Económica en donde las restricciones a priori de la teoría han jugado un papel importante en la construcción de los modelos clásicos interdependientes (CLID) destinados a describir el funcionamiento de la economía o de un sector de ella. Esta metodología tuvo su origen en los trabajos de T. Haavelmo (1943-44) y T.C. Koopmans (1949) en las primeras monografías de la Cowles Commission.

En este contexto, la forma estructural (FE) y por lo tanto la forma reducida restringida (FRR) de un modelo CLID, son el resultado de las restricciones a priori de la teoría (causación). No obstante, desde un punto de vista empírico, lo que se observa en la realidad es la forma reducida irrestricta (FRI) que capta la información contenida en los datos (correlación). La distinción entre causación y correlación es posible a través de la identificación (problema de la identificación), originariamente planteado por E.J. Working (1929), discutido por primera vez en forma sistemática por R. Frisch (1938) y posteriormente desarrollado, principalmente, por T.C. Koopmans (1949)

Varios sistemas causales o FE distintas (observacionalmente equivalentes), conducen a una misma FRI. Se intenta suprimir tantas hipótesis como sea posible sobre la base de que tales hipótesis son incompatibles con la teoría económica. El problema queda resuelto cuando una sola estructura y sólo una es compatible con los datos y con la teoría económica. Entre estas restricciones, las de exclusión (zero restrictions) son básicas para la identificación de las relaciones estructurales¹.

Por lo tanto, el poder explicativo del modelo quedaría plasmado en la FE debidamente identificada. Para propósitos de predicción, en ausencia de cambio estructural, bastaría con la FRI.

A comienzo de la década del ochenta, autores pertenecientes a la llamada Nueva Macroeconomía, posiblemente basados en T. C.H. Liu (1960), han cuestionado la validez de las restricciones de

1) DESAI, M., *Testing Monetarism* (Frances Pinter Ltd., London WC2E9NW, 1981) Págs. 113-118.

exclusión.

C.A. Sims (1980), destaca la insuficiencia de las restricciones de exclusión para lograr relaciones identificadas en sistemas completos de demanda interrelacionadas. En tales casos, ante la imposibilidad de obtener relaciones identificadas, la única alternativa para fines de predicción y evaluación de políticas sería la de contar con correlaciones empíricas estables.

T.J. Sargent (1981), pone de manifiesto la importancia de las restricciones no lineales entre las ecuaciones en modelos que incluyen expectativas racionales. Estas restricciones harían posible la identificación frente a la insuficiencia de las restricciones de exclusión.

3. Definición de Causalidad de Granger.

C.W. Granger (1969) sugiere una noción de causalidad basada en la asimetría de los esquemas de correlación. La esencia de esta definición es que una variable x causa otra variable y , si el conocimiento de los valores pasados de x permite un mejor pronóstico de y_t que el obtenido con un conjunto de información determinado (incluyendo valores pasados de y_t). Un rasgo importante de esta definición es que es susceptible de contrastación empírica. Dado un par de variables aleatorias $[x, y]$ siempre es posible evaluar cuál antecede a la otra a partir de la observación de la matriz de correlaciones desfazadas correspondientes.

Algunas características de esta definición conviene destacar:

- Las variables x e y son estocásticas
- Se trata de una noción estadística de causalidad (precedencia temporal). Por lo tanto, no constituye un sustituto de la idea de causalidad prevaleciente en el análisis econométrico, la cual requiere no solamente que; p.e., cambios en x precedan temporalmente a cambios en y , sino que cambios en x expliquen o produzcan cambios en y .
- Los test de causalidad originados en la definición de Granger referidos al conjunto $[x, y]$; sólo permiten aceptar o rechazar causalidad directa (incremento en la capacidad predictiva). Sin embargo, los test realizados no permiten rechazar la existencia de una causalidad indirecta como consecuencia de la omi-

sión en el análisis de otras variables relevantes''²

- El axioma de causalidad de que el futuro no puede causar el pasado tiene su validez cuando la verdadera relación entre x e y lo sea en sus valores corrientes. La hipótesis de las expectativas racionales obligaría a una reinterpretación de este axioma³.

Luego de estas consideraciones previas, resulta conveniente definir no causalidad de Granger de la siguiente forma:

Sea x_t un vector de variables aleatorias observables generadas en el tiempo t y X_t^1 la matriz de txn observaciones:

$$X_t^1 = (x_{t1}, \dots, x_{tn})' \quad (1)$$

Si X_0 representa la matriz de condiciones iniciales, la información disponible en el período t viene dada por:

$$X_{t-1} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_{t-1}^1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Además, es posible representar el proceso que genera las T observaciones mediante la siguiente función de densidad conjunta de los datos:

$$D(X_t^1 / X_0, \theta) \quad (3)$$

En (3), θ es el vector de parámetros desconocidos que pertenece a θ (conjunto de valores admisibles para θ). La función de

- 2) DUEÑAS, D.E. y LEONE, A.M., Relaciones de Causalidad entre la tasa de interés y la base monetaria, Ensayos Económicos, Nro. 34, Junio de 1985 BCRA, pág. 2.
- 3) SCHWERT, G.W., Test of Causality, The Message in the Innovations, Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy (North Holland), 1983, pág. 217:
 "... Subsequent work by Nelson and Schwert (1977) indicates that the treasury bill rate causes the rate of inflation in the Granger sense, since the treasury bill rate adds significant information beyond that contained in past inflation rates for predicting inflation. However, this interpretation of the relationship between interest rates and inflation is misleading. An alternative interpretation of the empirical results is that the treasury bill rate contains an efficient assessment of the expected inflation rate, so that interest rates adjust to different levels of expected inflation over time. In this scenario, predictable movements of inflation cause movements in the interest rate in the usual sense of the world".

densidad conjunta de los datos se puede factorizar secuencialmente:⁴

$$D(X_T^1 / X_0, \theta) = \prod_{t=1}^T D(x_t / X_{t-1}, \theta) \quad (4)$$

Por otra parte, si se considera una partición del vector x_t :

$$x_t = \begin{pmatrix} y_t \\ z_t \end{pmatrix} \quad y_t \in R^p, \quad z_t \in R^q \quad p+q=n \quad (5)$$

una definición de no causalidad de Granger en distribución es la siguiente (EHR, pág. 280):

Y_{t-1}^1 no causa en el sentido de Granger a z_t con respecto a X_{t-1} si y sólo si:

$$D(z_t / X_{t-1}, \theta) = D(z_t / Z_{t-1}, X_0, \theta) \quad t=1 \rightarrow T \quad (6)$$

Además,

Y_{t-1} no causa en la media en el sentido de Granger a z_t con respecto a X_{t-1} si y sólo si:

$$E(z_t / X_{t-1}, \theta) = E(z_t / Z_{t-1}, X_0, \theta) \quad t=1 \rightarrow T \quad (7)$$

Y_{t-1} no causa en la varianza en el sentido de Granger a z_t con respecto a X_{t-1} si y sólo si:

$$E\{|z_t - E(\cdot) |^2 / X_{t-1}, \theta\} = E\{|z_t - E(\cdot) |^2 / Z_{t-1}, X_0, \theta\} \quad t=1 \rightarrow T \quad (8)$$

- 4) RICHARD, J.F., Models with Several Regimes and Changes in Exogeneity, The Review of Economic Studies, Econometric Issue, Vol. XLVII (1) Nro. 146, January 1980, pág. 8:
 "... It appears furthermore realistic to assume that agents act sequentially, taking into account at period t all the information which is available, i.e., act conditionally on the past (observed) values of x_t and that it is therefore at such level that economic theory can be exploited at best".

Por último, dada la partición de $x_t(y_t, z_t)$, $D(x_t/X_{t-1}, \theta)$ se puede expresar como la densidad de y_t condicionada a z_t por la densidad marginal de z_t :

$$D(x_t/X_{t-1}, \theta) = D(y_t/z_t, X_{t-1}, \theta) D(z_t/X_{t-1}, \theta) \quad (9)$$

4. No causalidad de Granger y exogeneidad.

La relación entre causalidad de Granger y exogeneidad ha sido considerada por varios autores; p.e., C.A. Sims (1972), J. Geweke (1978) L.P. Hansen y T.J. Sargent (1980), T.J. Sargent (1981) y recientemente por EHR (1983).

C.A. Sims (1972) asimila no causalidad de Granger a estricta exogeneidad; es decir, la propiedad por la cual una variable explicativa es estadísticamente independiente de los valores de todas las perturbaciones aleatorias del modelo para todos los períodos. Concluye afirmando que en modelos de regresión de series de tiempo no necesariamente la dirección de la regresión debe efectuarse a priori desde que es posible testar la exogeneidad del regresor.

L.P. Hansen y T.J. Sargent (1980) y T.J. Sargent (1981), en el contexto de modelos de expectativas racionales, destacan la no causalidad de Granger como condición necesaria para la exogeneidad estricta.

EHR (1980) ha sugerido una metodología para definir exogeneidad en la que sobresalen tres aspectos importantes:

- Se introduce la idea de parámetros de interés.
- Se distinguen los conceptos de exogeneidad débil, exogeneidad fuerte y superexogeneidad e invarianza estructural.
- Se integran los conceptos de causalidad de Granger e identificación de parámetros estructurales.

Los puntos 4.1, 4.2 y 4.3, que se exponen a continuación se basan en dicha metodología.

4.1. Exogeneidad débil

Se dice que z_t es exógena débil si y sólo si para una parti-

ción de $\theta (\theta_1 \in \theta_1 \text{ y } \theta_2 \in \theta_2)$:

$$D(x_t/X_{t-1}, \theta) = D(y_t/z_t, X_{t-1}, \theta_1) D(z_t/X_{t-1}, \theta_2) \quad (10)$$

- y además la variación de θ_t no está relacionada con la variación de θ_2 (variation free). Es decir, $(\theta_1, \theta_2) \in \theta_1 \times \theta_2$; siendo θ_1 el conjunto de valores admisibles de θ_1 .

En (9), el conjunto θ_1 representa los parámetros de interés, p.e. aquellos parámetros correspondientes a un modelo teórico y que el investigador desea contrastar con la realidad⁵.

Por lo tanto, z_t es exógena débil si para parámetros de interés, la inferencia (estimación y valuación) basada en el proceso completo que genera las X es la misma que la inferencia basada en el proceso que genera las X condicional a Z.⁶

La noción de exogeneidad débil proporciona una condición suficiente para efectuar inferencia condicional a z_t , ya que la función de verosimilitud de muestra se puede factorar en:⁷

$$L(\theta, X_T^1) = L_1(\theta_1, X_T^1) L_2(\theta_2, X_T^1) \quad (11)$$

donde,

$$L_1(\theta_1, X_T^1) = \prod_{t=1}^T D(y_t/z_t, X_{t-1}, \theta_1) \quad (12)$$

$$L_2(\theta_2, X_T^1) = \prod_{t=1}^T D(z_t/X_{t-1}, \theta_2) \quad (13)$$

De esta forma, toda la información muestral referida a θ_1 (parámetros de interés) se puede obtener a través de la función de ve-

- 5) El conjunto θ_2 , parámetros del proceso marginal que determina z_t , no es relevante en el proceso condicional que determina y_t (nuisance parameter).
- 6) Sobre las implicancias testables de la exogeneidad débil ver EHR (1983), pág. 302.
- 7) En el caso de la función de verosimilitud de la muestra se considera que los valores de los parámetros pueden variar pero los valores de x son números determinados. Las estimaciones maximoverosímiles se obtienen maximizando la función de verosimilitud respecto a los parámetros. En el caso de la distribución de probabilidad conjunta de la muestra, los parámetros se consideran fijos y los valores de x que representan las observaciones muestrales son variables. Por lo tanto, la función de distribución en el espacio muestral es función de la muestra y la función de verosimilitud lo es del parámetro.

rosimilitud parcial. Así, cuando el objetivo del investigador sea el de efectuar inferencia condicionada a un conjunto de variables (submodelos condicionales), la exogeneidad débil de estas variables garantiza la no pérdida de información muestral relevante (eficiencia).

Queda claro que la no causalidad de Granger, básica en las definiciones de exogeneidad estricta de C.A. Sims (1972), J. Geweke (1978), etc., no constituye un elemento integrante del concepto de exogeneidad débil de EHR (1980) y por lo tanto irrelevante con propósitos de inferencia. Además, el hecho de que la exogeneidad débil se relaciona directamente a parámetros de interés, pone de relieve la importancia de la teoría económica y de la identificación.

En este contexto, es importante destacar que las variables no son exógenas (y/o predeterminadas) o dejan de serlo en relación a modelos, sino en relación a parámetros y para determinada finalidad⁸

4.2. Exogeneidad fuerte

El concepto de exogeneidad débil garantiza que la variación de los parámetros del modelo condicional no está relacionada con la variación de los parámetros del modelo marginal. Por lo tanto, si z_t es exógena débil para θ_1 , el proceso marginal $D(z_t/X_{t-1}, \theta_2)$ no necesita ser especificado. Sin embargo, si el objetivo del investigador, además de inferencia condicionada, incluye la predicción de y_t condicionada a z_t , la exogeneidad débil de z_t es insuficiente. El hecho de que la función de verosimilitud de la muestra pueda factorizarse como en (11) no implica que el proceso condicional que genera y_t/z_t pueda separarse del marginal que genera z_t .

Por ejemplo, z_t no podría considerarse fija en pruebas repetidas, requerimiento básico para predicción condicionada, si valores rezagados de y afectaran el proceso marginal que determina z_t . De este modo, un concepto de exogeneidad suficiente para validar la realización de inferencia y predicción condicionada, es el de exogeneidad fuerte.

Se dice que z_t es exógena fuerte, si:

- es exógena débil para θ_1 y además
- y no causa en el sentido de Granger a z

Ahora, la función de densidad conjunta de los datos se pue-

8) Ver EHR (1980), ejemplos 3.1 y 3.2, págs. 287-292.

de factorizar de la siguiente forma:

$$D(X_T^1/X_0, \theta) = D(Y_T^1/Z_T^1, X_0, \theta_1) D(Z_T^1/X_0, \theta_2) \quad (14)$$

en donde,

$$D(Y_T^1/Z_T^1, X_0, \theta_1) = \prod_{t=1}^T D(y_t/z_t, X_{t-1}, \theta_1)$$

$$D(Z_T^1/X_0, \theta_2) = \prod_{t=1}^T D(z_t/Z_{t-1}, Y_0, \theta_2)$$

De la definición se desprende que la verificación empírica de no causalidad de Granger es válida para contrastar exogeneidad fuerte.

4.3. Superexogeneidad e Invarianza Estructural.

El concepto de superexogeneidad e invarianza estructural está relacionado con el uso de los modelos econométricos para la evaluación de políticas alternativas, de conformidad al siguiente procedimiento. Primero, se utilizan los parámetros estimados de un modelo macroeconómico para pronosticar el curso de la economía si la política actual fuera mantenida inalterada. Segundo, una política hipotética alternativa es especificada a los efectos de una nueva simulación con idéntica finalidad de propósito.

R.E. Lucas (1976), llamó la atención sobre el peligro de utilizar ecuaciones de la forma reducida con finalidad de evaluación de políticas si los agentes económicos forman sus expectativas racionalmente. La idea de optimización racional implica que los individuos tienen en cuenta toda la información disponible al formar sus expectativas, incluso lo relacionado con la política económica. Por lo tanto, los parámetros de la forma reducida, e incluso los estructurales, no permanecerán invariantes frente a los cambios en dichas políticas⁹.

La noción de exogeneidad débil no es suficiente para la evaluación de políticas alternativas, desde que no incluye ninguna

9) BEGG, D., K., H., *The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics, Theories y Evidence*, (Phillip Allan, Oxford OX5 4SE, 1982), págs. 80-87.

exigencia de invarianza estructural. Siguiendo a W.H. Buiter (1982), en concordancia con EHR (1983), se define invarianza estructural de forma siguiente:¹⁰

- Un parámetro de una ecuación de comportamiento es estructuralmente invariante para una clase de intervenciones si permanece constante bajo dichas intervenciones.

Además,

- un modelo condicional es estructuralmente invariante si todos sus parámetros son invariantes ante cualquier cambio en la distribución de las variables condicionantes.

Así, una definición de exogeneidad requerida para validar inferencias condicionales en procesos sujetos a intervención (cambios de regímenes) es de superexogeneidad:

- z_t es superexógena para θ_1 , si es exógena débil para θ_1 y el modelo condicional $D(y_t/z_t, X_{t-1}, \theta_1)$ es estructuralmente invariante.

Por lo tanto, la noción de causalidad de Granger no forma parte del concepto de superexogeneidad. Además, W.H. Buiter (1982), utilizando un modelo simple macroeconómico demuestra que no causalidad de Granger no implica invarianza estructural.¹¹

Estrechamente relacionado al concepto de invarianza estructural está el tema de causalidad de Granger y efectividad de la política monetaria estabilizadora. En la literatura relativa a modelos con expectativas racionales se encuentran varios ejemplos que descalifican todo intento de correlación directa entre no causalidad de Granger e inefectividad de la política monetaria.

T.J. Sargent (1976) demuestra que causalidad de Granger e inefectividad de la política pueden ir asociadas. El modelo de referencia es el siguiente:

$$Un_t = \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i Un_{t-i} + \beta_0 (m_t - E_{t-1} m_t) + \beta_1 (m_{t-1} - E_{t-2} m_{t-1}) + u_t \quad (15)$$

$$m_t = \sum_{i=1}^{n_2} \delta m_{t-i} + \varepsilon_t \quad (16)$$

10) BUITER, W., H., *Granger-Causality and Stabilization Policy*. Centre for Labour Economics. London School of Economics. Discussion paper núm. 128, 1982, págs. 4-6.

11) *Ibidem*, págs. 6-9.

en donde,

Un = tasa de desempleo

m = log. de la cantidad de dinero en términos nominales

E = operador esperanza

u y ε = son términos de perturbación con propiedades ideales.

Sobre la base del modelo estructural se obtiene:

$$E(Un_t/Un_{t-1}, Un_{t-2}, \dots, m_{t-1}, m_{t-2}, \dots) = \sum_{i=1}^{n_1} \lambda_i Un_{t-i} + \beta_1 (m_{t-1} - \sum_{i=1}^{n_2} \delta_i m_{t-i-1}) \quad (17)$$

En (17) m causa Granger a Un . Sin embargo, la parte determinística que define m , en este caso la relación (16), no tiene influencia alguna, dado (15), en la función de densidad de Un . A los efectos de este modelo, la política monetaria es neutral ya que cambios de una regla determinística a otra dejan el comportamiento estocástico del desempleo inalterado.

W.H. Buiter (1982) presenta algunos ejemplos (secciones (4), (5) y (6), en donde la política monetaria constituye un instrumento eficaz de estabilización a pesar de que la variable monetaria (m) no causa Granger a la variable real (y_t). Uno de estos ejemplos, el más sencillo analiza la viabilidad de la política monetaria como estabilizador automático. El modelo consta de las siguientes ecuaciones:

$$m_t - p_t = \alpha_1 y_t - \alpha_2 E(p_{t+1} - p_t) / l_{t-1} + u_t \quad (18)$$

$$y_t = \beta_1 p_t - E(p_t / l_{t-1}) + \beta_2 y_{t-1} + u_t'' \quad (19)$$

$$m_t = \mu y_t \quad (20)$$

en donde,

m_t , p_t , y_t son los logs. del stock nominal de dinero, nivel de precios y producto real (o PBI) respectivamente.

I_t conjunto de información disponible que contiene valores presentes y pasados de m_t , p_t e y_t .

u_t' y u_t'' son perturbaciones aleatorias con propiedades ideales.

La ecuación (18) representa la demanda de saldos monetarios reales al estilo P. Cagan (1856), mientras que (19) es una función de oferta similar a la propuesta por T.J. Sargent y N. Wallace (1975). La relación (20) capta el proceso de estabilización automática.

La solución para la ecuación de oferta, en un contexto de expectativas racionales, equivale a:

$$y_t = \beta_2 y_{t-1} + \frac{1}{1 + (\alpha_1 - \mu)\beta_1} u_t'' - \frac{1}{1 + (\alpha_1 - \mu)\beta_1} u_t' \quad (21)$$

con las siguientes expresiones para la media y varianza condicional de y_t :

$$E(y_t / Y_t) = \beta_2 y_t = E(y_t, / Y_t, M_t) \quad (22)$$

$$E[(y_t - E(\cdot))^2 / Y_t] = \left| \frac{1}{1 + (\alpha_1 - \mu)\beta_1} \right|^2 \sigma_{u''}^2 + \left| \frac{\beta_1}{1 + (\alpha_1 - \mu)\beta_1} \right| \sigma_u^2$$

$$= E[(y_t - E(\cdot))^2 / Y_t, M_t] \quad (23)$$

Las relaciones (22) y (23) ponen de manifiesto que aunque la media condicional de y_t es independiente de μ , la varianza condicional de y_t es función de μ . Por otra parte, m no causa Granger a y ni en la medida ni en la varianza.

5. La definición de causalidad de Granger en Modelos de expectativas racionales.

En la literatura especializada de expectativas racionales, la noción de causalidad de Granger comprende dos aspectos:

- Primero, como se señaló en la sección 3, no causalidad de Granger es condición necesaria de exogeneidad estricta. Si el proceso aleatorio y no causa Granger a x ; x es, por condición necesaria, estrictamente exógena en el universo bivariado $[x, y]$; C.A. Sims (1972), L.P. Hansen y T.J. Sargent (1980) y T.J. Sargent (1981). Una extensión al caso multivariado, lo constituye la

técnica VAR (vectores autorregresivos) utilizada, entre otros, por C.A. Sims (1980) y F.G. Morandé (1986).

Segundo, la estimación de modelos con expectativas racionales generalmente implica la predicción de procesos estocásticos. Un análisis detallado, desde un punto de vista econométrico, de estos modelos ha sido efectuada por K.F. Wallis (1980) partiendo de un modelo estático convencional del tipo:

$$B y_t + A_1 y_{1t}^* + \Gamma x_t = u_t \quad (24)$$

en donde,

las variables endógenas (y_t) y las exógenas (x_t) son observables, mientras y_{1t}^* representan expectativas formadas en el período $t-1$ acerca de los valores de cierto número (h) de variables endógenas:

La forma reducida de (24) es:

$$y_t = -B^{-1} A_1 y_{1t}^* - B^{-1} \Gamma x_t + B^{-1} u_t \quad (25)$$

que convenientemente particionada da origen a:

$$y_{1t} = \Pi_{11} y_{1t}^* + \Pi_{12} x_t + v_{1t} \quad (26)$$

$$y_{2t} = \Pi_{21} y_{1t}^* + \Pi_{22} x_t + v_{2t}$$

Si se toma esperanza condicionada a Ω_{t-1} (matriz de toda la información relevante disponible en $t-1$) en la primera ecuación de (26), se obtiene:

$$E(y_{1t} / \Omega_{t-1}) = \Pi_{11} E(y_{1t} / \Omega_{t-1}) + \Pi_{12} E(x_t / \Omega_{t-1}) + E(v_{1t} / \Omega_{t-1}) \quad (27)$$

Bajo los supuestos usuales que $E(v_{1t} / \Omega_{t-1}) = 0$ y que la matriz $(I - \Pi_{11})$ es no singular, la primera ecuación de (26) se puede escribir:

$$y_{1t}^* = (I - \Pi_{11})^{-1} \Pi_{12} \hat{x}_t \quad (28)$$

en donde,

$$\hat{x}_t = E(x_t / \Omega_{t-1}) \quad (29)$$

La relación (29) expresa la expectativa racional de y_{1t} en función de la predicción de las variables exógenas. Por lo tanto, para completar la especificación estocástica del modelo y suponiendo que Ω_{t-1} en (29) está integrada por los valores pasados de x , usualmente se postula un modelo ARMA para x_t :

$$\Phi(L)x_t = \theta(L)\varepsilon_t \quad (30)$$

Así, el predictor óptimo un paso hacia adelante de x_t viene dado por:

$$\hat{x}_t = -\phi x_{t-1} - \dots - \phi_p x_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (31)$$

Sin embargo, (31) constituye el óptimo solo en ausencia de un tercer grupo de variables exógenas, p.e.z. que contenga información útil en pronosticar x_t . Si z causa en el sentido de Granger a x_t , (31) deja de ser el predictor óptimo de x_t y es necesario incorporar z al proceso estocástico que genera x_t ¹²

Ahora, usando directamente la definición de causalidad de Granger, se tiene:

$$EMC(x/X) > EMC(x/X,Z) \quad (32)$$

en donde,

EMC es el error medio cuadrático del predictor un paso hacia adelante de x .

12) HANSEN, L.P. y SARGENT, T.J., Formulating and Estimating Dynamic linear Rational Expectation Model, en Rational Expectations and Econometric Practice, Lucas (jr.), R.E. and Sargent T.J. editors (George Allen & Unwin LTD, 1981), pág. 92. y WALLIS, F.K., Econometric Implications of the Rational Expectations Hypothesis, en Rational Expectations and . . . , pág. 333 y nota de pie de página N° 3.

6. Conclusiones

Desde los primeros años de la década del setenta, la noción de Granger ha ocupado un espacio importante en el trabajo econométrico teórico y empírico. Sin embargo, la diferencia entre precedencia temporal (variables temporalmente relacionadas) y causalidad de acuerdo a una ley (conjunto de leyes) o estructura teórica ha sido destacada por varios autores. Por ejemplo, G.W. Schwert (1983) sostiene la necesidad de distinguir entre causalidad e incremento en la capacidad predictiva, a la vez que destaca el interés de los economistas por las relaciones de causa y efecto con fines de formulación de políticas. De esta manera, test del tipo Granger tendrían indudable y reconocida validez en el campo de la predicción.¹³

Para propósitos de inferencia sería inevitable disponer de un modelo estructural bien fundamentado. Al respecto, D.F. Hendry (1980) sostiene:¹⁴

“Las tres reglas de oro de la econometría son testar, testar y testar; . . . Los modelos rigurosamente testados, que describen adecuadamente los datos disponibles, que se ajusten a descubrimientos previos y que hayan sido derivados de teorías bien fundadas, realzarían considerablemente cualquier pretensión de jerarquía científica”.

Por lo tanto, si el objetivo es el de inferencia, la definición de Granger o cualquier procedimiento basado en ella; p.e., el VAR, no sería un sustituto del trabajo econométrico convencional, para el cual la contribución de EHR (1983) ofrece un respaldo científico por demás suficiente.

No obstante, hallazgos del tipo Granger pueden ser importantes si luego se desarrolla una exigente tarea intelectual para fundamentar con una estructura teórica dicho hallazgo.

Por último, cabe mencionar el trabajo de O. Ashenfelter y D. Card (1982) ya que constituye un valioso ejemplo de trabajo em-

13) En realidad la ausencia de una teoría en la definición del Granger debe interpretarse como la carencia de un modelo estructural o relaciones estructurales fundamentadas. Sin embargo, en dichos contrastes de causalidad, la teoría ha servido como punto de partida para la elección de las variables a relacionar. Es imposible imaginar resultados apoyados en Granger tan absurdos como los consignados por D.F. Hendry (1980).

14) HENDRY, D.F., *Econometría: ¿Alquimia o Ciencia?*, Serie Traducciones. Sección Económica Nº 110, FCE. UN Cuyo, 1980, pág. 30

pórico con series temporales. En dicho trabajo, en una primera instancia, se ajustan modelos ARMA a cada una de las series; salarios, precios, desempleo y tasa de interés. Luego se realiza un análisis de causalidad del tipo VAR entre las series. Segundo, se analizan los principales modelos agregados del mercado de trabajo (ecuaciones estructurales) que serían compatibles con el comportamiento irrestricto de las series (ARMA y VAR). Entre los modelos de referencia figuran los de Lucas (1970), Fischer (1977) y Taylor (1980).

REFERENCIAS

- ARELLANO GARCIA, M. y GARCIA VILLAR, K., Causalidad y Exogeneidad en Econometría, Cuadernos Económicos del I.C.E., 1983/24, 81-102.
- ARNAUDO, A., Posibilidades de una Política Monetaria Monetarista en una Economía inflacionaria, Anales de la AAEP, XVII Reunión, Vol. I, 1982, 35-63.
- ASHENFELTER, O. y CARD, D., Time Series Representations of Economic Variables and Alternative Models of the Labor Market, Review of Economic Studies, 1982, 44, 761-782.
- AZNAR GRASA, A., Planificación y Modelos Económicos (Ediciones Pirámide. A., Madrid, 1978).
- AZNAR GRASA, A. y GARCIA FERRER, A., Problemas de Econometría (Ediciones Pirámide S.A., Madrid, 1980).
- BEGG, D.K.H., The rational Expectations Revolution in Macroeconomics, Theories and Evidence (Philip Allan Publishers Ltd., Oxford OX5 4SE, 1982).
- BUITER, W.H., Granger Causality and Stabilization Policy, Centre for Labour Economics, LSE Discussion Paper, Nº 128, 1982.
- DESAI, M., Testing Monetarism (Frances Pinter Publishers Ltd. Londres, 1981).
- ENGLE, R.F., HENDRY, D.F. y RICHARD, J.F., Exogeneity, Econometría, Vol. 51, Nº 2 277-305, 1983.
- FERNANDEZ, R.B., Dinero y Precios. Su interrelación en el Corto Plazo, CEMA Serie Documentos de Trabajo Nº 7, 1979.
- FERNANDEZ, R.B. y YOHAI, V.A., Series Temporales y Causalidad; Un enfoque Robusto versión preliminar CEMA, 1980.
- GEWEKE, J., Testing the Exogeneity Specification in the Complete Dynamic Simultaneous Equations Model, Journal of Econometric, Vo. 7, Nº 2 163-185, 1978.
- GRANGER, C.W.J., Investigating Causal Relation by Econometric Model and Cross-Spectral Methods, Econometría, Vol. 37, Nº 3, 424-435, 1969.
- HANSEN, L.P. and SARGENT, T.J., Formulating and Estimating Dynamic Linear Rational Expectations Model, in Rational Expectations and Econometric Practice. Lucas (Jr.); R.E. and Sargent., T.J.; editors (George Allen & Unwin, London 1981), 91-125.
- HENDRY, R.F., Econometría: ¿Alquimia o Ciencia?, Serie Traducciones, Sección Economía Nº 110, 1-37, F.C.E., Universidad Nacional de Cuyo, 1980.
- KMENTA, J., Elementos de Econometría, (Vicens Vives, Barcelona, 1980).
- KOOPMANS, T.C., Identification Problems in Economic Model Construction, Econometría, Vol. 17, Nº 2, 1949, 125-149.
- LEAMER, E.E., Vector Autoregressions for Causal Inference?, Paper from the Carnegie-Rochester Conference Serie on Public Policy. Karl Brunner and Alan Meltzer (eds.), North-Holland, 1985, 255-304.

- LIU, T. -CH., Underidentification Structural Estimation and Forecasting, *Econometría*, Vol. 28, Nº 4, 1960, 855-865.
- MORANDE, F.G., Domestic Currency Appreciation and Foreign Capital Inflows. What is first?, trabajo presentado en la VI Reunión Latinoamericana de la Sociedad Econométrica, Córdoba-Argentina, Julio de 1986.
- NAVARRO, A.M. y RAYO, A.R., Precios, Causalidad y Dinero en la Argentina, *Anales de la AAEP*, XVII Reunión, Vol. II, 1982, 53-75.
- RICHARD, J.F., Models with Several Regimes and Changes in Exogeneity, *The Review of Economic Studies*, Vol. 47, Nº 146, 1-20, 1980.
- SARGENT, T.J., A Classical Macroeconometric Model for the United States, *Journal of Political Economy*, Vol. 84, Nº 2, 631-640, 1976.
- SARGENT, T.J., Interpreting Economic Time Series, *Journal of Political Economy*, Vol. 89, Nº 2, 213-245, 1981.
- SIMS, C.A., Money, Income and Causality, *American Economic Review*, Vol. 62 Nº 4, 540-552, 1972.
- SIMS, C.A., Macroeconomics and Reality, *Econometría*, Vol. 48 Nº 1, 1-48 1980.
- WALLIS, K.F., *Introducción a la Econometría* (Alianza Universidad, Madrid, 1979).
- WALLIS, K.F., Econometric Implications of the Rational Expectations Hypothesis, in *Rational Expectations and Econometric Practice*, Lucas (Jr.), R.E. and Sargent, T.J., editors (George Allen & Unwin, London, 1981), 329-354.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA DEFINICION
DE CAUSALIDAD DE GRANGER EN EL ANALISIS
ECONOMETRICO

RESUMEN

El propósito perseguido con este trabajo es el de presentar con fines de sistematización y difusión algunas consideraciones sobre el alcance de la definición de causalidad de Granger (1969), en lo relativo a inferencia condicionada, predicción condicionada, e invariancia estructural, sobre la base de cierta literatura reciente, p.e., Sims (1980), Sargent (1981), Richard (1982), etc. y especialmente, Engle, Hendry y Richard (1983).

SOME CONSIDERATIONS ON THE LIMITS
OF GRANGER'S DEFINITION
OF CAUSALITY

SUMMARY

The aim of this paper is to present -in order to systematize and publish them- some considerations on the limits of Granger's definition of causality (1969), as regards conditional inference, conditional prediction and structural invariance. The paper is based on some recent bibliography: v.g. Sims (1980), Sargent (1981), Richard (1982), etc.; and, in particular, Engle, Hendry and Richard (1983).