

## APLICACIÓN DEL MODELO DE ELEVACIONES GEOIDE-AR A DESNIVELES GEODÉSICOS Y SU COMPARACIÓN CON DESNIVELES GEOMÉTRICOS

Justo Claudio Eduardo, Romano Roberto José

Departamento de Agrimensura- Facultad de Ingeniería-UNLP-Calle 1 y 47 La Plata  
[claudio.justo@ing.unlp.edu](mailto:claudio.justo@ing.unlp.edu) [La.pl.ar](http://La.pl.ar)

### Introducción

La georreferenciación de elementos ubicados sobre la superficie de La Tierra permite ubicarnos espacialmente en el territorio tanto con fines de navegación como en el caso de obras civiles[1]. Para ello se requiere disponer de marcos de referencia[4,8]. Estos marcos son materializaciones de sistemas de coordenadas de diferentes concepciones y objetivos. Algunos son cartesianos en tres dimensiones y otros se aplican exclusivamente para brindar posición sobre la vertical[8]. Para su concreción o materialización deben realizarse observaciones de manera controlada y adoptar posiciones o coordenadas de referencia absoluta. Estas posiciones absolutas conformarán el datum del marco y a partir de estas se realizarán los cálculos en el sistema elegido con las observaciones controladas. En Argentina disponemos de dos marcos que se extienden por todo el país y son parte de las tareas que realiza el Instituto Geográfico Nacional (IGN). Estos marcos son POSGAR 07, de posiciones tridimensionales y la red de nivelación RN-Ar que materializa alturas ortométricas (Fig. 2). Las posiciones de POSGAR 07 se determinan mediante observaciones de tecnología GNSS y pueden verse tanto en coordenadas cartesianas(XYZ) como geodésicas(Latitud, Longitud y Altura Elipsoidal). En la red de nivelación las alturas mencionadas (Fig. 3) se determinan principalmente a partir de la técnica de nivelación geométrica observando desniveles. Estas alturas se diferencian entre sí por el tipo de instrumental con que se obtienen además del sistema de referencia (Fig. 3). En la actualidad existen herramientas en línea tanto locales como globales que permiten transformar estas alturas. A nivel local contamos con el modelo de geoide Geoide Ar[7] y a nivel global con el modelo EMG16[5], entre otros. En este trabajo se hace uso del primero para la transformación de las observaciones y mostrar las implicancias que tiene la elección del marco en las alturas. Se trabajó con una red (Fig. 1) compuesta por los dos tipos de observaciones y se tomaron como referencia los desniveles medidos con nivel de anteojo digital ( $\Delta H$ ) para evaluar el grado de inconsistencia con los desniveles determinados mediante GNSS, o desniveles geodésicos ( $\Delta h$ ). Se practicaron ajustes por mínimos cuadrados ponderados por separado en cuanto a técnicas de medición. Luego se compararon los desniveles y finalmente las alturas obtenidas dependiendo de la elección del datum para cada caso. Cabe decir que este es un trabajo de articulación entre las cátedras Topografía II y Cálculo de Compensación pertenecientes a distintas Áreas Temáticas de la carrera de Ingeniero Agrimensor. Las observaciones GNSS fueron realizadas con equipamiento de esta Facultad especialmente para este trabajo y para su procesamiento y ajuste se empleó el software Topcon Magnet Tools propiedad del Prof. José Romano. Los desniveles geométricos ajustados se obtuvieron de la Red Altimétrica de la cátedra de Cálculo de Compensación [9].

## Parte experimental

Se trabajó con una red formada por tres puntos (Fig. 1). Están ubicados en Plaza Moreno, la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas y el tercero ubicado en el Departamento de Agrimensura de la Facultad de Ingeniería ambas pertenecientes a la UNLP. El primer punto integra la red de nivelación RN-Ar y el segundo punto la red POSGAR 07 con la denominación LPGS (también forma parte de la red mundial del IGS). El tercer punto denominado A1 se estableció a fines del presente trabajo y fue dotado de posiciones en ambos marcos de referencia con el fin de evaluar el nivel de inconsistencia en alturas.

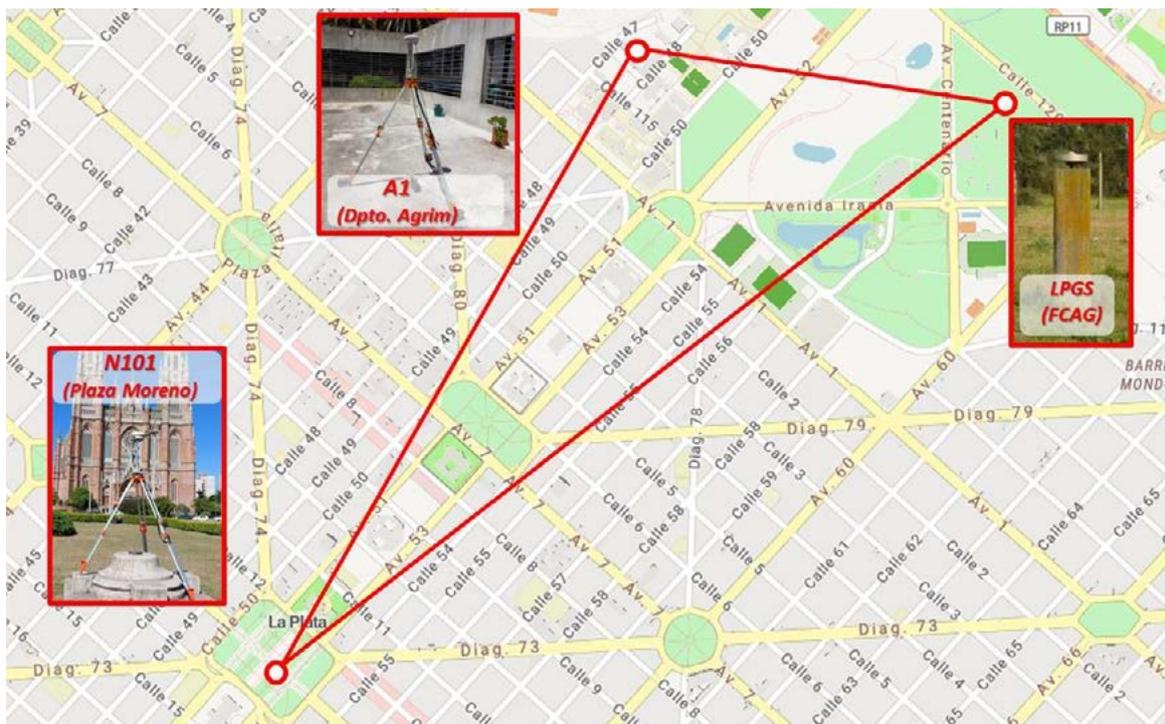


Figura 1. Distribución de los tres puntos que conforman la red medida (imagen base de OpenStreetMap).

Se puede ver en la Fig. 2 la forma en que se vinculan las alturas geodésicas ( $h$ ), las alturas ortométricas ( $H$ ) y lo que implica la adopción de una u otra superficie de referencia como datum.

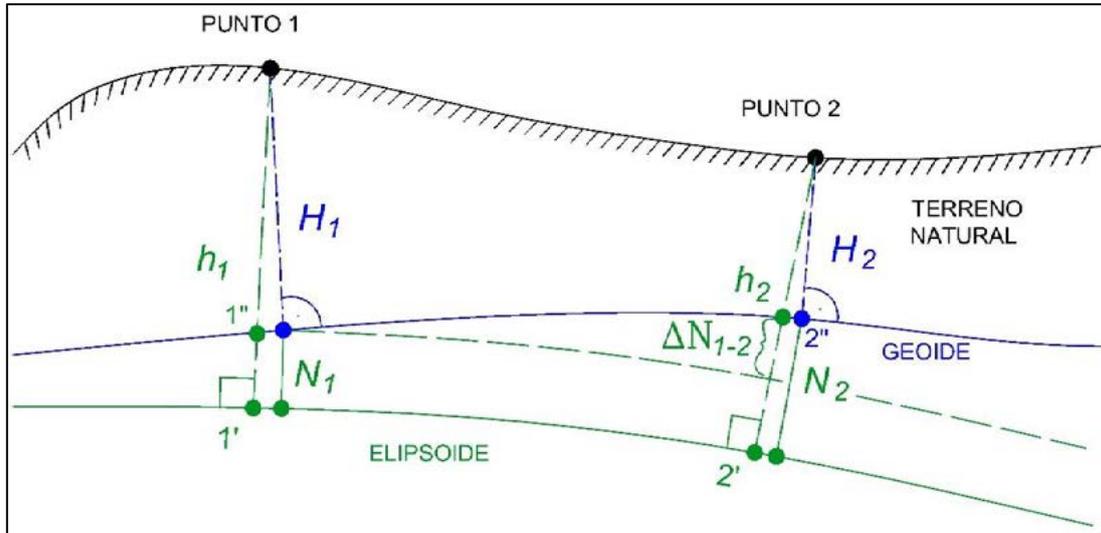


Figura 2. Alturas geodésicas ( $h$ ) y alturas ortométricas ( $H$ ) para los puntos del terreno 1 y 2. La ondulación del geoide ( $N$ ) permite vincular los dos sistemas de alturas.

Obtención de diferencias de alturas geodésicas y topográficas

Para los desniveles geodésicos se tomaron observaciones de dos horas en modo estático para cada vector. De esta manera se pudo particionar en intervalos de menor duración durante el análisis de inconsistencias. Se empleó un equipo Kolida K9 del Departamento de Agrimensura siguiendo el protocolo usual de este tipo de observaciones[3].

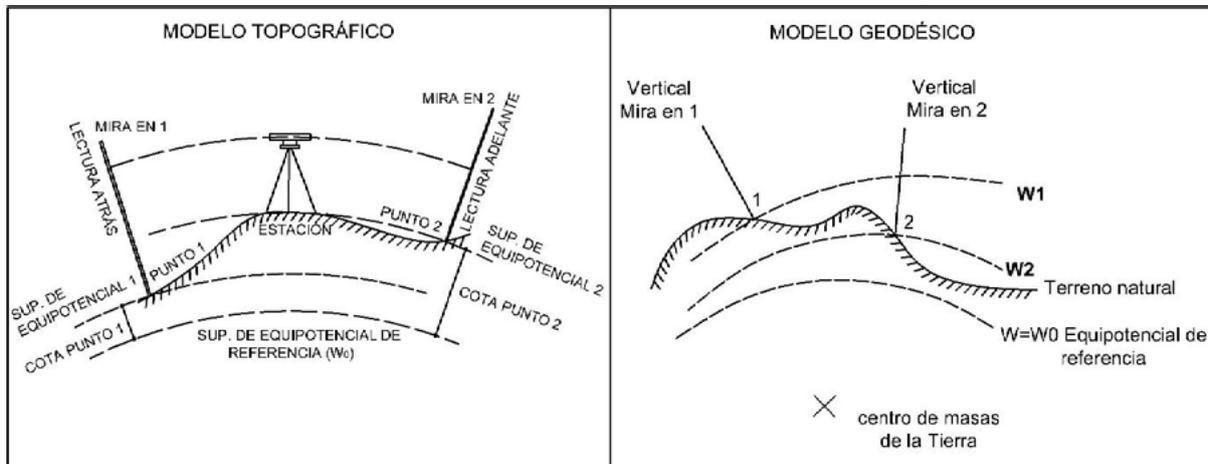


Figura 3. Modelos topográfico y geodésico para la consideración de alturas.

Se realizaron procesamientos de observaciones GPS exclusivamente, en modo automático y en modo manual eligiendo finalmente la onda L1 para este último por ser la recomendada para las distancias de esta red [Manual Trimble 4600]. En la primera modalidad el software escogía la combinación de señales denominada “Iono Free”. Con los resultados obtenidos en cada procesamiento y con el mismo software, se realizaron los ajustes de la red, pero con diferentes observaciones. Estos valores de incertidumbre de las posiciones incluyen tanto las inconsistencias de las señales procesadas como la manipulación de los equipos durante su puesta en estación sobre las marcas. De estas posiciones ajustadas se extrajeron las diferencias de alturas geodésicas  $\Delta h$  compensadas. Para el procesamiento y ajuste de redes se empleó el software Magnet Tools de la empresa Topcon Positioning

propiedad del Prof. Roberto José Romano. Cabe señalar que las empresas Topcon Corp ( USA ) / Geosistemas ( ARG.) facilitaron dicho software de procesamiento en comodato durante el período de pandemia lo cual permitió adquirir práctica en su uso. Las diferencias de alturas geométricas o topográficas, cuya modelización puede verse en la Fig.3, se obtuvieron de la red altimétrica de la cátedra de Cálculo de Compensación [9]. Se tomaron con un nivel Sokkia de esta Facultad verificado por el procedimiento largo de la Norma ISO-17123-2[2]. El ajuste de la red se realizó por mínimos cuadrados ponderados y se estableció el datum, o punto de arranque en el punto identificado como Nodal en la Figura 1.

En ambos casos se hicieron ajustes mínimamente condicionados [3]. Las observaciones GNSS con datum en LPGS y las observaciones topográficas con datum en Nodal. En la Fig. 2 se puede ver la relación que existe entre ambas alturas la cual es expresada por la fórmula de Stokes que establece:

$$H_i = h_i - N_i$$

### Resultados y discusión

Como se explicó en el apartado anterior cada lado de la red fue observado por dos horas. A estos períodos se les realizó una partición en dos intervalos de una hora y luego en cuatro intervalos de media hora. Así se pudo contar con la posibilidad de combinarlos y formar ocho redes independientes (Fig.4) en el primer caso, y en sesenta y cuatro en el segundo caso, aunque sólo tomamos ocho por simplicidad. Los desniveles geodésicos ( $\Delta h$ ) de cada red fueron transformados ( $\Delta H^T$ ) mediante el modelo Geoide Ar y comparados contra el desnivel geométrico ajustado ( $\Delta H$ ). De esta comparación se obtuvieron las Tablas I,II,III y IV. En la Tabla I se ve una fila para cada vector medido. Luego en cada columna se aprecian los valores para cada combinación de red. De esta manera en cada tabla se ve el nivel de inconsistencias que hay entre las observaciones medidas con GPS, transformadas en ortométricas, y las medidas con nivel.

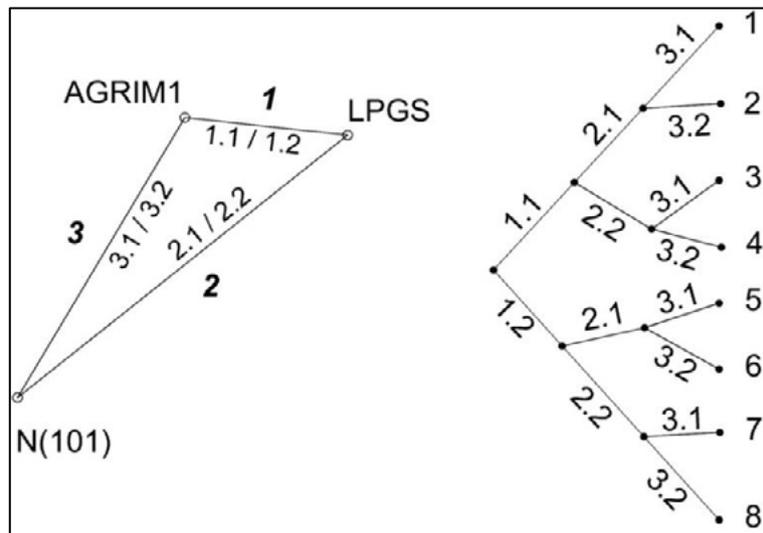


Figura 4. Ocho redes independientes obtenidas a partir de intervalos de observaciones de 1 hora.

Tabla I de diferencias =  $\Delta H^T - \Delta H$

Red de una hora con Efemérides Radiodifundidas - Diferencia (m)= Denivel Transformado - Desnivel Geométrico										Max	Min	Rango
Vectores	0	1	2	3	4	5	6	7	8			
1	A1-LPGS	-0.003	-0.002	-0.002	-0.001	-0.003	-0.002	-0.003	-0.001	-0.001	-0.003	0.002
2	LPGS-N101	-0.004	0.001	-0.004	-0.001	-0.001	0.002	-0.001	0.001	0.002	-0.004	0.006
3	N101-A1	-0.006	0.000	-0.005	0.000	-0.003	0.001	-0.003	0.001	0.001	-0.006	0.007

A continuación, en la Tabla II se aprecian del mismo modo las inconsistencias para períodos de observación de media hora. En ambas tablas, I y II se trabajó con efemérides radiodifundidas.

Tabla II de diferencias =  $\Delta H^T - \Delta H$ 

Red de media hora con Efemérides Radiodifundidas - Diferencia (m)= Denivel Transformado - Desnivel Geométrico												
Vectores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Max	Min	Rango
1	A1-LPGS	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.003	-0.002	-0.006	-0.005	-0.001	-0.006	0.005
2	LPGS-N101	-0.005	-0.007	-0.004	-0.005	0.005	0.008	0.005	0.008	0.008	-0.007	0.015
3	N101-A1	-0.005	-0.007	-0.005	-0.008	0.003	0.007	0.001	0.005	0.007	-0.008	0.015

En las tablas III y IV se realizan los mismos cálculos, pero con efemérides precisas en los satélites GPS.

Tabla III de diferencias =  $\Delta H^T - \Delta H$ 

Red de una hora con Efemérides PRECISAS - Diferencia (m)= Denivel Transformado - Desnivel Geométrico												
Vectores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Max	Min	Rango
1	A1-LPGS	-0.003	-0.002	-0.003	-0.001	-0.003	-0.002	-0.003	-0.001	-0.001	-0.003	0.002
2	LPGS-N101	-0.004	0.001	-0.004	0.001	-0.001	0.002	-0.001	0.001	0.002	-0.004	0.006
3	N101-A1	-0.006	0.000	-0.006	0.001	-0.003	0.001	-0.003	0.001	0.001	-0.006	0.007

Tabla IV de diferencias =  $\Delta H^T - \Delta H$ 

Red de media hora con Efemérides PRECISAS - Diferencia (m)= Denivel Transformado - Desnivel Geométrico												
Vectores	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Max	Min	Rango
1	A1-LPGS	-0.001	-0.002	-0.003	-0.004	-0.003	-0.002	-0.006	-0.005	-0.001	-0.006	0.005
2	LPGS-N101	-0.005	-0.007	-0.004	-0.005	0.005	0.008	0.005	0.008	0.008	-0.007	0.015
3	N101-A1	-0.005	-0.007	-0.005	-0.008	0.003	0.007	0.001	0.005	0.007	-0.008	0.015

Visto el nivel de inconsistencia en las observaciones transformadas nos queda por analizar aquellas que surgen en las alturas ortométricas por la adopción de diferentes marcos. Para ello se determinó la altura ortométrica (H) del punto A1 desde el punto N101 en el marco de la red de nivelación RN-Ar mediante observaciones con nivel. La altura ortométrica por transformación  $HA1_{LPGS}^T$  desde el punto LPGS perteneciente al marco POSGAR 07 se determinó mediante el uso de GPS. Es decir, la altura ortométrica de A1 obtenida transformando la  $hA1_{LPGS}$ .

$$HA1_{LPGS}^T = hA1_{LPGS} - N_{A1}$$

$$HA1_{LPGS}^T = 37.599m - 16.150m = 21.499m$$

La diferencia se calculó mediante

$$Dif = HA1_{LPGS}^T - HA1_{N101}$$

$$Dif = 21.499 - 21.504 = -0.055m$$

Como se disponía de la altura ortométrica de un punto cercano a LPGS se le dio altura ortométrica al dicho punto y se comparó con su altura ortométrica transformada a partir de la altura elipsoidal que figura en la página del IGN. La diferencia encontrada fue

$$Dif = H_{LPGS}_{POSGAR07} - H_{LPGS}_{N101} = -0.050m$$

$$Dif = 13.733m - 13.783m = -0.050m$$

Siendo de un orden similar. Las observaciones realizadas para la obtención de ambas diferencias son independientes.

### Conclusiones

-El modelo Geoide Ar mostró eficacia en la transformación de desniveles u observaciones obteniéndose valores de inconsistencias en un rango de 15 mm como máximo.

-En la transformación de alturas se observó una diferencia que superó en más de 3 veces este valor y con el mismo signo considerándolo un sesgo entre marcos los referencia altimétricos en juego. Esto se deberá investigar para establecer su persistencia y tener en cuenta.

-Por lo anterior recomendamos evitar la coexistencia de alturas ortométricas transformadas desde POSGAR 07 con alturas ortométricas en el marco RN-AR en levantamientos que busquen incertidumbres estándar en el orden de las que arroja el instrumental usualmente involucrado en dichas tareas.

-Los autores encontramos este trabajo de articulación sumamente enriquecedor desde todos los puntos de vista en juego y ha resultado un disparador para próximos trabajos involucrando a otras asignaturas.

### Bibliografía

1. Reference Frames in Practice Manual. International Federation of Surveyors (Ed. Graeme Blick, FIG Publications, 2014).  
<http://www.fig.net/resources/publications/figpub/pub64/FIGPub64.pdf>
2. Optics and optical instruments — Field procedures for testing geodetic and surveying instruments — Part 2: Levels.
3. Tratamiento Estadístico de una Red Altimétrica Topográfica. 2018. Claudio E. Justo
4. Sistema de Referencia Geocéntrico para las América (SIRGAS) <http://www.sirgas.org>
5. EGM2008 <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008>
6. W. A. Heiskanen and H. Moritz: Physical Geodesy (London, W.H. Freeman and Company, 1967).
7. Marco de referencia altimétrico oficial (SRVN16). Instituto Geográfico Nacional. <https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/Geodesia/Geoide-Ar16>
8. Geodesia. Torge. 2012. Cuarta Edición. Editorial De Gruyter.
9. Red Altimétrica de Cálculo de Compensación  
[https://www.ing.unlp.edu.ar/articulo/2023/1/31/red\\_altimetrica\\_en\\_la\\_plata\\_\\_un\\_trabajo\\_hecho\\_a\\_nivel](https://www.ing.unlp.edu.ar/articulo/2023/1/31/red_altimetrica_en_la_plata__un_trabajo_hecho_a_nivel)