

NUEVOS DESARROLLOS Y MÉTODOS PARA SISTEMAS DE NAVEGACIÓN

M. España ^{ab}, J. I. Giribet ^{bc}, J. Carrizo, ^b

^aComisión Nacional de Actividades Espaciales (CoNAE), Cap. Fed. Argentina.

^bFacultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Argentina.

^cInstituto Argentino de Matemática – CONICET, Argentina.

Email: mespana@conae.gov.ar

RESUMEN

Se reseñan los siguientes desarrollos recientes para sistemas de navegación integrada aplicados a vehículos espaciales. a) un método de generación de trayectorias sintéticas, actualmente usado por la CONAE, para evaluar sistemas de navegación previo al vuelo, b) un algoritmo de navegación inercial especialmente adaptado a vehículos de alta velocidad y c) un nuevo método de navegación integrada basado en la teoría de observadores no lineales que permite establecer a priori condiciones de convergencia en función de las incertidumbres del problema. Los métodos y algoritmos propuestos son demostrados en simulación para un inyector satelital similar a al que pondrá en órbita el satélite SAC-D y para la carga útil de un experimento de la CONAE de navegación y control realizado a bordo del cohete brasileño VS 30 lanzado en Diciembre de 2007.

Palabras clave: Navegación inercial, navegación integrada, strapdown, observador no lineal, trayectorias sintéticas.

INTRODUCCIÓN

Los navegadores inerciales calculan los parámetros de navegación (posición, velocidad y orientación) integrando mediciones de acelerómetros y giróscopos. Sin embargo, los errores acumulados pueden crecer rápidamente con el tiempo [11]. Por otro lado, la navegación con sensores *exteroceptivos* (CCD, GPS, radar, *star-trackers*, altímetros, etc.) usa mediciones directas de los parámetros de navegación con errores acotados pero a instantes discretos y con retardos, lo que resulta limitante en aplicaciones como: georreferenciación de imágenes [1], control de vehículos en tiempo real, compensación por movimiento de imágenes SAR aéreas [2], etc. Los sistemas de navegación integrada combinan información de todos los sensores a bordo del vehículo y su eficacia radica en que mientras más fuentes de información disponen más reducen la imprecisión de los parámetros de navegación. En particular, fusionando datos inerciales y exteroceptivos se aseguran errores acotados de alta precisión y a alta frecuencia lo que reduce drásticamente los requerimientos de calidad y costos de los instrumentos inerciales en muchas aplicaciones de navegación de precisión.

Los navegadores inerciales con instrumentos sujetos al vehículo (*strapdown*) evitan complejas plataformas estabilizadas [17] a cambio de utilizar algoritmos (INS) que integran en tiempo real las ecuaciones no lineales de la cinemática [9], [10]. Las técnicas *strapdown* y de fusión de datos, habilitadas por la capacidad de computo disponible a bordo, permiten sistemas miniaturizados de alta precisión y costos reducidos y motivan el creciente interés de nuevos algoritmos de fusión de datos cada vez más eficientes y precisos. Clásicamente, estos algoritmos se basan en el Filtro de Kalman Extendido (EKF) [3] o, más recientemente, en inferencias bayesianas (ver [4]). Estos filtros carecen sin embargo de una teoría de la convergencia de sus estimadores que permita establecer condiciones que aseguren su aplicabilidad. Para evaluar un sistema de navegación (SN) previo al vuelo es necesario emular los datos adquiridos por los sensores en instantes arbitrarios. Esto requiere soluciones explícitas de las ecuaciones cinemáticas. Siguiendo a [7] en la 1ª parte se reseña un método para generar dichas soluciones.

En la 2ª parte se presenta un algoritmo inercial para vehículos de alta velocidad y se demuestra su uso para la trayectoria del lanzador DELTA II que pondrá en órbita al satélite SAC-D de la CONAE.

España, Giribet y Carrizo: Desarrollos y métodos para sistemas de navegación integrada sujetos al vehículo. En la última parte se propone un SN integrado basado en un observador determinista no lineal que permite establecer condiciones analíticas de convergencia. Se demuestra su uso para la estimación de la orientación del cohete suborbital VS30^{*}.

NOTACIÓN Y ECUACIONES CINEMÁTICAS

Sean: $\mathbf{v}^c \in \mathbb{R}^3$ las coordenadas de un vector \mathbf{v} en una terna ortonormal "c"; $\mathbf{S}(\mathbf{v}): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz del operador producto vectorial: $\mathbf{S}(\mathbf{v})\mathbf{u} = \mathbf{v} \times \mathbf{u}$. La transformación de coordenadas de la terna "c" a la "d" se expresa mediante el *cuaternión unitario* $(\mathbf{q}_c^d)^T \triangleq [(\mathbf{q}_c^d)^T | \eta_c^d] \in \mathbb{R}^4$; $\mathbf{q}_c^d \in \mathbb{R}^4$

Sean las ternas: "e" solidaria a la Tierra con origen en su centro y eje z paralelo al eje de rotación; "i" inercial alineada con la terna "e" al inicio de la navegación y "b" fija al vehículo. Las ecuaciones cinemáticas en terna terrestre con sus condiciones iniciales se escriben ([9], [10], [11]):

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{P}}^e \\ \dot{\mathbf{V}}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & -2\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_b^e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^e \\ \mathbf{V}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}^e + \boldsymbol{\gamma}^e(\mathbf{P}^e) \end{bmatrix}; \mathbf{P}^e(t_0) = \mathbf{P}_0^e, \mathbf{V}^e(t_0) = \mathbf{V}_0^e \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_b^e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}(\mathbf{q}_b^e) + \mathbf{I}\eta_b^e \\ -\mathbf{q}_b^{er} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_b^b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}(\mathbf{q}_b^e) + \mathbf{I}\eta_b^e \\ -\mathbf{q}_b^{er} \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_b^b + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{S}(\mathbf{q}_b^e) - \mathbf{I}\eta_b^e \\ \mathbf{q}_b^{er} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}^e; \mathbf{q}_b^e(t_0) = \mathbf{q}_{b0}^e \quad (2)$$

La Ec. (1) describe el desplazamiento del vehículo y la (2) su orientación. \mathbf{P}^e es la posición y $\mathbf{V}^e = d(\mathbf{P}^e)/dt$ su velocidad; \mathbf{f}^e es la fuerza específica, medida por los acelerómetros, en terna e; $\boldsymbol{\omega}_b^b$ es la velocidad angular del vehículo (b) respecto a la terna (i) medida por los giróscopos; $\boldsymbol{\gamma}(\mathbf{P}^e) \triangleq \mathbf{g}^e(\mathbf{P}^e) - \mathbf{S}^2(\boldsymbol{\Omega}^e)\mathbf{P}^e$ y $\mathbf{g}^e(\mathbf{P}^e)$ son la gravedad aparente y la gravitación local en función de \mathbf{P}^e ; $\boldsymbol{\Omega}^e = [0 \ 0 \ \Omega]^T$ es el vector velocidad angular terrestre en coordenadas "e" y $\boldsymbol{\omega}_b^b \triangleq \boldsymbol{\omega}_b^e - \boldsymbol{\Omega}^e$.

DATOS SINTÉTICOS PARA LA VALIDACION DE ALGORITMOS DE NAVEGACION

La selección, diseño y validación de un SN requieren evaluar a-priori la performance de una gama de posibles configuraciones de instrumentos y algoritmos. Para esto, es necesario emular las mediciones que generarían los instrumentos moviéndose sobre posibles trayectorias del vehículo. Llamamos *trayectoria consistente* al conjunto de funciones diferenciables del tiempo que denominamos:

posición: $\mathbf{P}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ *velocidad*: $\mathbf{V}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, *aceleración lineal*: $\mathbf{a}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ *cuaternión*: $\mathbf{q}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^4$ y *velocidad angular*: $\boldsymbol{\omega}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, que satisfacen simultáneamente las ecuaciones (1) y (2).

Dados una trayectoria consistente de funciones explícitas del tiempo y un modelo de la gravedad en función de \mathbf{P} (ver [12]) es posible calcular todas las magnitudes medibles por instrumentos de navegación a bordo del vehículo en función del tiempo. Procesando estas magnitudes con los modelos de los instrumentos (incluidas las perturbaciones) se obtienen las mediciones sintéticas (inerciales y exteroceptivas) en instantes arbitrarios que serán procesadas por los algoritmos de navegación en evaluación. La performance del SN (algoritmo+instrumentos) se evalúa comparando las salidas del algoritmo con la trayectoria consistente original. Es importante que los instantes de adquisición puedan ser arbitrarios dado que el período de muestreo de los sensores inerciales es, en general, una variable de diseño y en los instrumentos exteroceptivos una característica del sensor. La consistencia de las trayectorias es crucial, de otro modo se introducirían errores espurios en los datos procesados por el algoritmo distorsionando la evaluación de la performance. La dificultad radica en sintetizar trayectorias consistentes que sean funciones explícitas del tiempo dado que estas son soluciones de ecuaciones diferenciales no lineales.

* www.conae.gov.ar/accesoal espacio/vs30.html

A partir de datos como: a) muestras adquiridas (con radar, GPS, etc.) durante un vuelo previo de un vehículo similar, b) una trayectoria teórica nominal (p.e.; resultado del guiado óptimo) ó c) la salida de datos de una simulación de alta fidelidad, en [7] y [14] se haya la trayectoria sintética, solución de las ecuaciones (1) y (2) contenida en el subespacio vectorial de las funciones B-spline [13] que mejor aproxima los datos de partida. Con una interfaz gráfica el usuario ajusta los órdenes e intervalos de definición de los polinomios que definen el subespacio de las B-spline. Como subproducto, el método permite además: filtrar medidas ruidosas, decidir el grado de compresión de datos y elegir el orden de la más alta derivada continua de las magnitudes cinemáticas en instantes arbitrarios. Esto último es importante para sintetizar eventos singulares como el disparo de un cohete, el despinado abrupto de alguna de sus etapas o la brusca desaceleración durante la reentrada en la atmósfera.

A modo de ejemplo, se resume el procedimiento para sintetizar una trayectoria a partir de una simulación del cohete Delta II, inyector orbital del satélite SAC-D de la CONAE ([6], [7], [14]).

1. A partir de los datos $\tilde{\mathbf{P}}^j(t_k), \tilde{\mathbf{V}}^j(t_k)$ $k \in I_{pos}^j$ y $\tilde{\omega}_b^b(t_j), j \in I_{\omega}$ de salida de la simulación se determinan las funciones B-splines polinomiales a tramos, doblemente diferenciables: $\hat{\mathbf{P}}^j(t)$ y $\hat{\omega}_b^b(t)$ de grado respectivamente 4 y 3, que minimizan las distancias:

$$\begin{aligned} dist(\hat{\mathbf{P}}^j, \tilde{\mathbf{P}}^j) &\triangleq \left(\sum_{k=1}^{I_{pos}^j} w_k^p \|\hat{\mathbf{P}}^j(t_k) - \tilde{\mathbf{P}}^j(t_k)\|^2 + w_k^v \|\hat{\mathbf{V}}^j(t_k) - \tilde{\mathbf{V}}^j(t_k)\|^2 \right)^{1/2} \\ dist(\hat{\omega}_b^b, \tilde{\omega}_b^b) &\triangleq \left(\sum_{j=1}^{I_{\omega}} w_j^{\omega} \|\hat{\omega}_b^b(t_j) - \tilde{\omega}_b^b(t_j)\|^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (3)$$

Siendo w_k^p, w_k^v y w_j^{ω} pesos relativos proporcionales a la confiabilidad del dato.

2. Los tramos de la partición del horizonte de tiempo se seleccionan teniendo en cuenta la variabilidad (contenido frecuencial) local de la señal (ver problema PV de [7]).
3. Derivando 2 veces $\hat{\mathbf{P}}^j(t)$ se obtienen expresiones para $\hat{\mathbf{V}}^j(t)$ y $\hat{\mathbf{a}}^j(t)$. A partir de $\hat{\mathbf{a}}^j(t)$ y el modelo de gravedad se determina expresiones explícitas del tiempo de la fuerza específica sintética $\hat{\mathbf{f}}^j(t)$.
4. Insertando $\hat{\omega}_b^b(t)$ en (2) e integrando ésta numéricamente, se obtiene la secuencia de cuaterniones: $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t_k); k \in I_q$ (uno por cada intervalo de integración) con $q_b^{b,0}$ es la orientación inicial del vehículo.
5. Interpolando los valores $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t_k); k \in I_q$ con una spline cúbica se obtiene una función explícita diferenciable $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t)$ tal que $\|\hat{\mathbf{q}}_b^b(t)\|=1$ en $\{t_k, k \in I_q\}$. Esta función es normalizada $\forall t$, obteniéndose el cuaternión unitario sintético $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t)$. Notar que $\hat{\omega}_b^b(t)$ (del paso 3) y $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t)$ son consistentes sólo en los instantes $\{t_k, k \in I_q\}$ pero no en todo t , por esto:
6. Después de proyectar $\hat{\mathbf{q}}_b^b$ sobre la esfera unitaria en \mathbb{R}^4 mediante: $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t) = (I - \hat{\mathbf{q}}_b^b \hat{\mathbf{q}}_b^{b,T}) \hat{\mathbf{q}}_b^b / \|\hat{\mathbf{q}}_b^b\|$ se despeja de (2) ([7],[14]) la velocidad angular sintética $\hat{\omega}_b^b(t)$ en función de $\hat{\mathbf{q}}_b^b(t)$ y $\dot{\hat{\mathbf{q}}}_b^b(t)$:

$$\hat{\omega}_b^b(t) = 2 \left[-\mathbf{S}(\hat{\mathbf{q}}_b^b) + \mathbf{I} \hat{\eta}_b^b \mid -\hat{\mathbf{q}}_b^b \right] \dot{\hat{\mathbf{q}}}_b^b; \quad \forall t \quad (4)$$

Las Figs. 1a y 1b muestran los datos simulados de las componentes x (en coordenadas terrestres) de la posición y de la velocidad de la carga útil del cohete y la Fig. 1c la correspondiente velocidad angular axial del cohete. Se indican en cada caso los intervalos de definición de los polinomios (partición) elegidos consistentes con la variabilidad local de la velocidad lineal y de la velocidad angular, respectivamente. La partición de la Fig. 1b contempla además las discontinuidades en la aceleración en los instantes de ignición y apagado de las etapas de propulsión ($t=0s$: despegue; 56,55s: apagado de

[†]Denotamos I a un conjunto de enteros.

los "busters"; 264s: apagado del motor principal; 272s: separación de la 2ª etapa; 278s: ignición de la 2ª etapa; 687s: apagado de la 2ª etapa; $t > 687s$: vuelo libre). Estos instantes se reflejan en la velocidad (Fig. 1b) y sobre todo en la curva de la fuerza específica sintética en la dirección axial (Fig. 1d). La posición sintética se obtuvo siguiendo los pasos 1 a 3 y el cuaternión y la velocidad angular sintéticos, siguiendo los pasos 4 a 6.

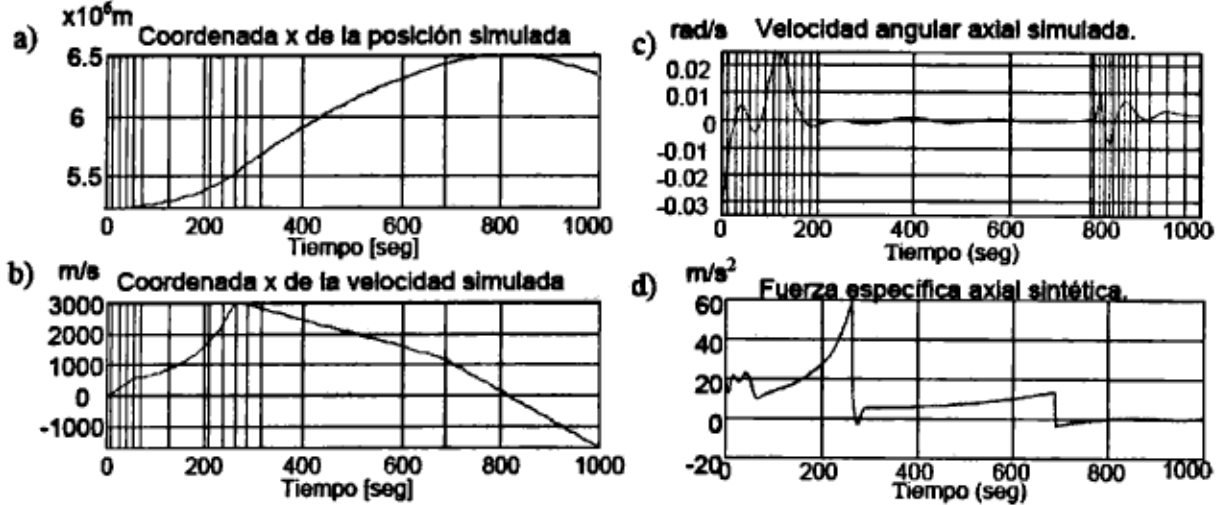


Figura 1: a), b) y c) Trayectorias simuladas $\tilde{P}^i(t_k)$, $\tilde{V}^i(t_k)$, $\tilde{\omega}_b^i(t)$ y particiones seleccionadas; d) Coordenada axial de la fuerza específica sintética $\tilde{f}^b(t)$.

NAVEGACION STRAPDOWN PARA VEHICULOS DE ALTA VELOCIDAD

Un navegador inercial en configuración *strapdown* resuelve en tiempo real las ecuaciones cinemáticas U

(1) y (2) usando como entradas las mediciones de acelerómetros y giróscopos. En el proceso la orientación relativa del vehículo resulta crucial para proyectar adecuadamente las aceleraciones registradas por los acelerómetros sobre el sistema de referencia, por esto, su determinación tiene en la literatura un lugar preponderante. El cálculo de la orientación depende tanto de la dinámica del vehículo como de la terna de navegación y requiere resolver en tiempo real la ecuación diferencial no lineal de Bortz (o del *coneo*) [8]. Los algoritmos más usados para integrar esta ecuación en tiempo real desdoblan el cálculo en dos lazos imbricados ([9], [10]): uno interior, de alta frecuencia y baja complejidad que se ejecuta a la tasa de muestreo de los sensores inerciales ($f=100-200Hz$) y otro exterior de mayor complejidad a la frecuencia de salida de las variables de navegación ($f=10-50Hz$). Menos atención ha recibido la integración de las ecuaciones de traslación para las que usualmente se proponen aproximaciones como el método de trapecios [10]. Sin embargo la propagación de errores de traslación debidos a las aproximaciones numéricas resultan críticos en vehículos de alta velocidad.

La simplicidad del modelo de gravedad $\gamma^f(P^f)$ en la terna geodésica local "g" [11], indujo clásicamente a adoptar esta terna como referencia [9] y [10]. Sin embargo, dado que la terna g es "arrastrada" por el vehículo éste le imprime una rotación proporcional a la curvatura local del elipsoide terrestre y a la velocidad de transporte (*craft rate*) [11]. Cuando la referencia es la terna terrestre e [11], por ser ésta invariante con las traslaciones del vehículo, el *craft rate* no incide en la orientación de la terna de referencia. Esto suprime cálculos en tiempo real y la consiguiente propagación de errores que se incrementan con la velocidad del vehículo vía el *craft rate* instantáneo. Otras ventajas relevantes son el cálculo exacto del término de Coriolis, preponderante en alta velocidad, y el uso de la misma terna del GPS, lo que facilita la integración INS/GPS. Por otra parte, [12] propone una expresión eficiente del cálculo de la gravedad aparente $\gamma^f(P^f)$ en función de la posición P^f (ambas en terna terrestre e).

Integración de ecuaciones de traslación en coordenadas e :

Consideramos la Ec (1) y de acuerdo con [6] introducimos las siguientes definiciones:

$$\mathbf{X}(t_k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{P}^*(t_k) \\ \mathbf{V}^*(t_k) \end{bmatrix}; \mathbf{A} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & -2\mathbf{S}(\boldsymbol{\Omega}^*) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, e^{\mathbf{A}t} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{Q}(t) \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{I} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Q}(t) \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}(t) - \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}(t) \triangleq \frac{1}{2\Omega_e} \begin{bmatrix} \text{sen}(2\Omega_e t) & 1 - \cos(2\Omega_e t) & 0 \\ \cos(2\Omega_e t) - 1 & \text{sen}(2\Omega_e t) & 0 \\ 0 & 0 & 2\Omega_e t \end{bmatrix}; \mathbf{R}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \cos(2\Omega_e t) & \text{sen}(2\Omega_e t) & 0 \\ -\text{sen}(2\Omega_e t) & \cos(2\Omega_e t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Para un dado intervalo de integración $T_s=1/f_s$, junto con las (5) y (6), la transición de estado entre los instantes t_k y $t_{k+1}=t_k+T_s$ de la Ec. (1) que gobierna la traslación se escribe como:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t_{k+1}) &= e^{\mathbf{A}T_s} \mathbf{X}(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}(t_{k+1}-\tau) \\ \mathbf{R}(t_{k+1}-\tau) \end{bmatrix} (\boldsymbol{\gamma}^*(\mathbf{P}^*(\tau)) + \mathbf{C}_b^* \mathbf{f}^b(\tau)) d\tau \\ &= \mathbf{X}(t_k) + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}(T_s) \\ \mathbf{R}(T_s) - \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{X}(t_k) + \Delta \mathbf{X}_\gamma(t_{k+1}) + \Delta \mathbf{X}_f(t_{k+1}) = \mathbf{X}(t_k) + \delta \mathbf{X}_c(t_{k+1}) + \Delta \mathbf{X}_\gamma(t_{k+1}) + \Delta \mathbf{X}_f(t_{k+1}) \end{aligned} \quad (7)$$

Se advertirá, junto con las Ecs. (6) y (7) que dado que en el sistema de referencia terrestre $\boldsymbol{\Omega}^*$ es constante, el término de Coriolis $\delta \mathbf{X}_c$ puede calcularse sin aproximación. En [6] se describe un método simple y preciso para calcular las contribuciones gravitacional $\Delta \mathbf{X}_\gamma$ e inercial $\Delta \mathbf{X}_f$. El nuevo algoritmo propuesto inicialmente en [6] se completa con mejoras respecto de [9] en el cálculo de la actualización de la orientación (ver también [18]).

Evaluación del algoritmo:

Para evaluar la precisión del algoritmo sobre trayectorias de alta velocidad se usó la trayectoria sintética evaluada mas arriba para el Delta II. Como sólo se pretende evaluar el algoritmo de navegación inercial y no los sensores inerciales se consideran acelerómetros y giróscopos ideales que miden la fuerza específica sintética (Fig. 1d) y la velocidad angular sintética. Se define el error de navegación en posición:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^*(t_k) \triangleq \mathbf{P}_{mn}^*(t_k) - \hat{\mathbf{P}}^*(t_k) \in \mathbb{R}^3 \quad (8)$$

Donde, $\mathbf{P}_{mn}^*(t_k)$ es la salida de posición del algoritmo y $\hat{\mathbf{P}}^*(t_k)$ la posición sintética, ambos evaluados en los instantes $t_k = kT_s$, $k=1,2$, con $T_s = f_s^{-1}$

En la Figura 2 se comparan para $f_s=100\text{Hz}$ y $f_s=10\text{Hz}$ los errores de posición (Ec. (8)) del nuevo algoritmo (Fig. 2 a) y el del algoritmo clásico propuesto en [9] y [10] (Fig. 2 b).

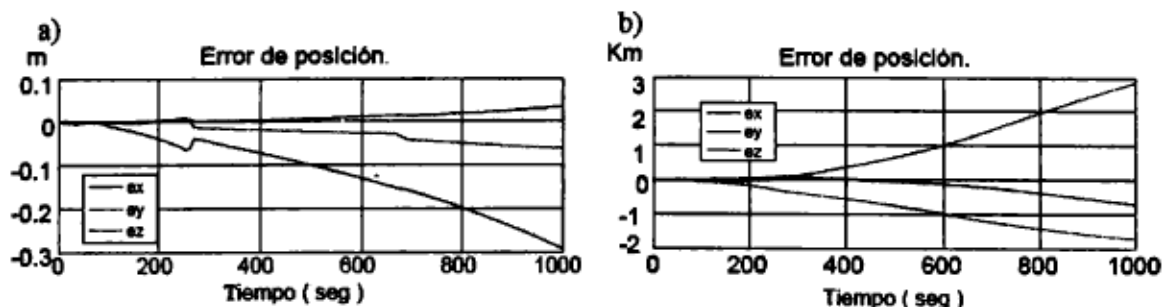


Figura 2: Error de posición según: a) el nuevo algoritmo, b) el algoritmo en [9] y [10].

En [6] se demuestra que para vehículos de alta velocidad como el considerado, los errores en el término de Coriolis dominan en varios órdenes de magnitud las otras fuentes de error numérico. Esto explica la mejora sustancial del desempeño lograda con el nuevo algoritmo para el caso del ejemplo.

OBSERVADORES NO LINEALES APLICADOS A LA NAVEGACIÓN INTEGRADA

El marco teórico de la navegación integrada es la estimación estocástica no lineal con medidas en Monte Carlo [15]. Lamentablemente, estos esquemas no gozan de una formulación analítica que permita

tiempos discretos. Sin embargo, vista la complejidad matemática y numérica de este enfoque, clásicamente se utilizaron extensiones del filtro de Kalman ([3]) o filtros basados en el método C concluir a priori sobre su convergencia lo que impide establecer condiciones sobre la incertidumbre inicial o los errores instrumentales que aseguren su eficacia. En la práctica esto se traduce en condiciones excesivamente conservadoras sobre la alineación inicial del vehículo, la precisión instrumental o la posibilidad de readquirir los parámetros de navegación en caso de fallas temporarias. Como alternativa en [5] se propone un observador no lineal, determinista, híbrido (continuo-discreto) que, si bien carece de soporte probabilista, permite establecer condiciones de convergencia global y exponencial y robusta a partir de la teoría de Lyapunov. Se ilustra el concepto para la estimación de la orientación del cohete VS30 en vuelo suborbital con rotación axial. La estimación de la posición y la velocidad se realiza con un EKF convencional. Conjugando medidas inerciales continuas con medidas en tiempos discretos del cuaternión de actitud $q_b^i(t_k)$ adquiridas con una cámara CCD que apunta alternativamente al Sol y al horizonte terrestre, el observador estima en tiempo continuo la orientación y los sesgos de los giróscopos representados por el siguiente modelo con perturbaciones arbitrarias y acotadas: $\|\xi\| < N_\xi, \|\zeta_b\| < N_\zeta, 0 < N_\xi, N_\zeta < \infty$.

$$\begin{aligned}\omega_{ib_{nav}}^b &= \omega_{ib}^b + \mathbf{b} + \xi \\ \dot{\mathbf{b}} &= -\mathbf{A}_b \mathbf{b} + \zeta_b; \quad \mathbf{b}(0) = \mathbf{b}_0; \|\mathbf{b}_0\| < \infty\end{aligned}\quad (9)$$

La 2ª de las (9) modela la inestabilidad del sesgo suponiendo una matriz $\mathbf{A}_b \geq 0$ y conocida. Se define la *pseudo-distancia* $d(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \left\| -(S(\mathbf{p}) + \eta_p I) \mathbf{q} + \mathbf{p} \eta_q \right\|$ entre los cuaterniones $\mathbf{p} = [p, \eta_p]^T$ y $\mathbf{q} = [q, \eta_q]^T$: Si bien $d(\dots)$ no es una distancia en sentido estricto, tiene la propiedad deseable que $d(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 0$ si y solo si los cuaterniones \mathbf{p}, \mathbf{q} indican la misma orientación (\mathbf{p} y $-\mathbf{p}$ representan la misma orientación [9]).

Dadas las mediciones del cuaternión en terna inercial $q_b^i(t_k)$ con error acotado: $d(q_b^i, q_b^i) \leq N_q \geq 0$ y cotas superiores $N_\omega N_b N_q$, conocidas, en [5] se demuestra, usando la teoría de Lyapunov, que el observador determinista, híbrido expresado por la ecuación diferencial a tramos ($t \in [t_k, t_{k+1})$) basada en la Ec. (2):

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{q}}}_b^i &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S(\hat{q}_b^i) + \hat{\eta}_b^i I \\ -(\hat{q}_b^i)^T \end{bmatrix} \left[\omega_{ib_{nav}}^b(t) - \hat{\mathbf{b}}(t) + K_1 \left((S(\hat{q}_b^i) + \hat{\eta}_b^i I) q_b^i(t_k) + \hat{q}_b^i \eta_{b_{nav}}^i(t_k) \right) \right] \\ \dot{\hat{\mathbf{b}}}(t) &= -\mathbf{A}_b \hat{\mathbf{b}}(t) + K_2 \left((S(\hat{q}_b^i) + \hat{\eta}_b^i I) q_b^i(t_k) + \hat{q}_b^i \eta_{b_{nav}}^i(t_k) \right)\end{aligned}\quad (10)$$

es tal que:

- i) Existen ganancias K_1 y K_2 y un número $\delta(N_\omega, N_\omega, N_\omega) > 0$ que aseguran que si $\forall k, |t_{k+1} - t_k| < \delta$, los errores $d(\hat{q}_b^i, q_b^i)$ y $\|\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{b}\|$ del observador (10) tienden simultáneamente, asintóticamente y globalmente a un compacto: $\Gamma_\delta(N_\omega, N_\omega, N_\omega) \subset (\mathbb{R}^+)^{10}$ cuyo diámetro tiende a cero cuando las cotas $N_\omega, N_\omega, N_\omega$ tienden simultáneamente a cero.
- ii) Además, cuando $\mathbf{A}_b > 0$, la convergencia es exponencial y es posible calcular el número δ .

España, Giribet y Carrizo: Desarrollos y métodos para sistemas de navegación integrada sujetos al vehículo.

El requisito de que $A_b > 0$ y conocida es muy restrictivo en la práctica y excluye el modelo usual "random walk" del sesgo: $\dot{b} = \xi_b$. Actualmente se investiga una extensión del observador (10) que no requiera de esta última condición para asegurar convergencia exponencial y que permita evaluar el número δ para el caso $A_b = 0$, de gran interés en la práctica. Se investiga además la inclusión en el mismo esquema de la estimación de la posición y de la velocidad del vehículo.

Evaluación del observador de actitud:

El desempeño del observador (10) se evaluó, utilizando una trayectoria sintética (ver 1ª parte) similar a la del vehículo suborbital VS30 lanzado en diciembre de 2007. Se modelaron los giróscopos con $A_b = 0$, un sesgo: $b = (0.03, 0.05, -0.07)^T$ rad/seg con una inestabilidad $N_b < 0.007$ y perturbaciones tales que $N_\omega < 0.01$ rad/seg. La CCD adquiere imágenes cada $T_s = 0.5$ seg con perturbaciones de la medida de la actitud inferiores a 0.3° . El error de actitud inicial es $\sim 20^\circ$ según cada uno de los 3 ejes.

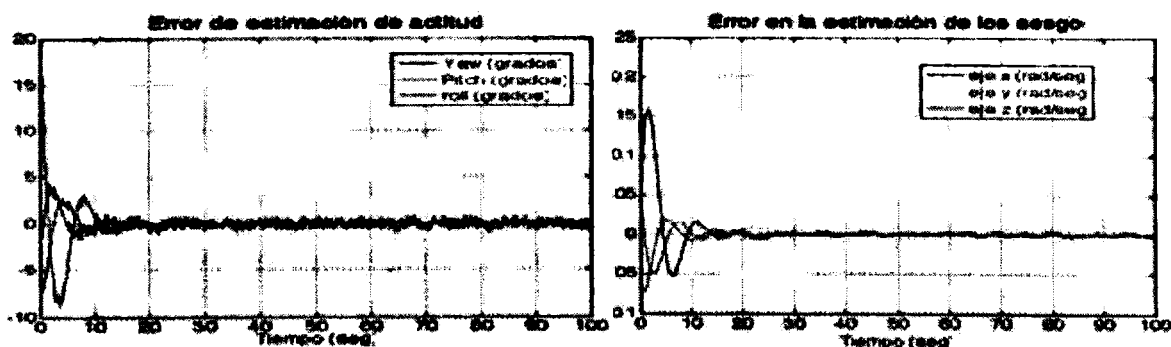


Figura 3: Evolución temporal de los errores de estimación del observador híbrido.

Las Figuras 3a) y 3b) muestran, respectivamente, el error de estimación de la actitud y el del sesgo de los giróscopos que arroja el observador de la Ec. (10). Se advierte que con $A_b = 0$ la convergencia de ambos errores es muy rápida y aunque no fue aún demostrado teóricamente, visiblemente exponencial. Simulaciones realizadas para $T_s > 2$ seg resultan en errores divergentes lo que demuestra el interés de conocer a priori la cota del período de adquisición de medidas exteroceptivas.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Para evaluar a priori el desempeño de un SN se requiere emular las medidas potencialmente adquiridas sobre posibles trayectorias y configuraciones instrumentales a bordo del vehículo. Como la tasa de adquisición de datos es en general una variable sujeta a diseño ésta debe poder ser especificada por el diseñador/evaluador. El problema requiere disponer de trayectorias simuladas que sean funciones explícitas del tiempo cosa difícilmente obtenible a partir de un modelo de alta fidelidad de un vehículo. El método propuesto establece un procedimiento sistemático para sintetizar soluciones de las ecuaciones cinemáticas contenidas en un subconjunto de las funciones B-spline de orden especificable por el usuario. El método no requiere de la simulación del vehículo y permite validar a la vez los algoritmos de navegación y su implementación instrumental.

Se propone un algoritmo de navegación inercial en coordenadas terrestre que calcula en forma exacta el término de Coriolis de las ecuaciones de traslación. Dado que este término es dominante en alta velocidad, el algoritmo produce errores numéricos varios órdenes de magnitud inferiores a otros usualmente utilizados. La formulación en terna terrestre permite además mejorar la precisión de la integración del término de la gravedad y al mismo tiempo simplificar y reducir la complejidad e intensidad de cálculo. A las ventajas señaladas, se agrega el hecho de que siendo la terna terrestre la utilizada por los sistemas de navegación satelital resulta ser la más apropiada para la navegación integrada INS/GPS. Su desempeño es evaluado con una trayectoria sintética del inyector satelital DELTA-II de la NASA que pondrá en órbita el satélite SAC-D de la CONAE.

Se investigó el uso de un observador no lineal determinista como algoritmo de fusión de datos para la navegación integrada. Los resultados alcanzados permiten establecer condiciones para la convergencia a un conjunto acotado de los errores de orientación y paramétrico de los giróscopos, independientemente de su desconocimiento inicial. Como era de esperarse, el diámetro del conjunto de convergencia del error de estimación es consistente con las cotas de las imprecisiones involucradas las cuales imponen a su vez condiciones sobre la tasa de adquisición de información del sensor exteroceptivo, en este caso una cámara CCD. Estos resultados teóricos permiten evaluar el impacto de las imprecisiones sobre la calidad de la navegación aún sin simulaciones lo cual se traduce en un acortamiento del ciclo de diseño y validación para una dada misión respecto de los filtros no lineales estocásticos que carecen de una teoría similar. Se espera en un futuro mejorar la aplicabilidad de estos resultados a casos de aún mayor interés práctico.

REFERENCIAS

1. Niu X. T. Hassan, C. Ellum and N, El-Sheimy; *Directly Georeferencing Terrestrial Imagery using MEMS-based INS/GNSS Integrated Systems*, XXIII FIG Congress, Munich, Germany, Oct. 2006.
2. Fuxiang C., B. Zheng; *Analysis and simulation of GPS/SINU integrated system for airborne SAR motion compensation*, Proceedings of the CIE International Conference on Radar, Oct. 2001.
3. Grewal M. S., L. R. Weill, A. P., Andrews "Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration", John Wiley & Sons. Inc., New Jersey, EEUU, 2007.
4. Luo R. C. ,Y. Ch. Chou, O. Chen; *Multisensor Fusion and Integration: Algorithms, Applications, and Future Research Directions*, Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Harbin, China, Ago. 2007.
5. Giribet J., M. España, C. Miranda; "A Non-Linear Observer Based Navigation Algorithm", Proceedings of the 11th international Conference on Integrated Navigation Systems, San Petersburgo, Russia, Mayo, 2004.
6. Carrizo J. A., M. España y J. I. Giribet, "Algoritmo de navegación inercial para vehículos de alta velocidad", RPIC, Río Gallegos, octubre, 2007.
7. Giribet J. I., M. España, C. Miranda; "Synthetic data for validation of navigation systems"; Acta Astronautica, Vol. 60, pp. 88-95, 2007.
8. Bortz, J. E. "A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol AES-7, No 1, pp 61-66, 1971.
9. Savage P. G. (1998) "Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 1: Attitude Algorithms," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol 21, No 1, pp 19-28, 1998.
10. Savage P. G. (1998) "Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 2: Velocity and Position Algorithms," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol21, No2, pp 208-221, 1998.
11. Farrel J. B. Matthew "The global positioning system and inertial navigation", MacGraw-Hill, 1999.
12. Wei M. K.P.Schwarz "A Strapdown Inertial Algorithm Using an Earth-Fixed Cartesian Frame," *Navigation Journal of The Institute of Navigation*, Vol 37, No 2, 153-166, 1990.
13. De Boor C. "A Practical Guide to Splines"; Springer-Verlag, 1978.
14. Giribet J. I., M. España, C. Miranda; "Generación de los Datos de los Sensores para la Simulación de Sistemas de Navegación Espacial", II Congreso Argentino de Tecnología Espacial, Neuquén, Mayo 2003.
15. Arulampalam M.S., S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp "A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol. 50, No. 2, Febr. 2002.
16. Giribet J. I., M. España, C. Miranda. "Uso de Observadores no Lineales para la Navegación Integrada de Vehículos Espaciales" II Congr. Arg. de Tecnología Espacial, Neuquén, Mayo 2003.
17. Wang H.G. y T. C. Williams, "Strategic Inertial Navigation Systems"; *IEEE Control Systems Mag.*, Vol. 28, nº 1, Feb. 2008.
18. Giribet J. I, España M., Miranda C. "Algoritmo de Navegación Inercial para Cinemáticas con Diferentes Escalas de Tiempo," II Congr. Arg. de Tecnología Espacial; Neuquén, Mayo 2003.