

UN MODELO DE DINÁMICA DEL VUELO PARA UN SIMULADOR DE VUELO EN TIEMPO REAL

Eduardo N. Zapico^a, Pedro S. Giraudo^b y Horacio A. Abbate^c

^{a,b} Departamento de Aeronáutica, FCEFYN, Universidad Nacional de Córdoba - Córdoba, Argentina

^c División de Computación Gráfica, Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa (CITEFA) - Buenos Aires, Argentina

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo de Dinámica del Vuelo de 6 grados de libertad elaborado para formar parte de un Sistema de Simulación de Vuelo en tiempo real, reconfigurable, que está siendo desarrollado bajo el auspicio de la ANPCyT en forma conjunta por grupos de distintas instituciones de IyD del país, con el objeto de contar con una herramienta modular, de bajo costo, capaz de satisfacer diferentes necesidades dentro del ámbito de IyD aeronáutico en el país.

Partiendo de las ecuaciones diferenciales clásicas de movimiento en 6 grados de libertad, bajo una formulación tensorial, se desarrollan las mismas para los sistemas de ejes utilizados, utilizando una formulación clásica de cuaterniones para la expresión de la cinemática de actitud. Se dedican también sendos párrafos a los métodos aerodinámicos utilizados para la obtención de los coeficientes aerodinámicos y a modelos de propulsión con distintos grados de fidelidad.

Palabras clave: Dinámica del vuelo - tiempo real - cuaterniones - propulsión.

NOMENCLATURA

m = masa del cuerpo

v = velocidad

f = fuerzas externas

$[I_B^B]$ = tensor de Inercia

$\left[\frac{d\omega^{BI}}{dt} \right]^B$ = aceleración angular del cuerpo respecto del sistema Inercial, referido a ejes cuerpo

$[\Omega^{BI}]^B, [\omega^{BI}]^B, [p \ q \ r]$ = velocidad angular del cuerpo respecto del sistema Inercial, referido a ejes cuerpo

$[m_s]^B$ = momentos externos

g = vector aceleración de la gravedad

q_0, q_1, q_2, q_3 = componentes del vector cuaternion

$[T]^{BL}$ = matriz de rotación sist. ejes cuerpo - sist. local

t = tiempo

h = paso de tiempo

$x(t)$ = función del tiempo

k = pendiente de $x(t)$

$O(h^5)$ = orden del error (5to)

$\det(M)$ = determinante de la matriz M

$\text{adj}(M)$ = matriz adjunta de M

INTRODUCCIÓN

Durante el año 2005, la necesidad de la comunidad aeronáutica de la Argentina por un desarrollo de modelos matemáticos para Simuladores de Vuelo, era evidente. En la actualidad la mayoría de los trabajos en simulación en los campos militares y civiles se desarrolla en simuladores comerciales, los cuales son plataformas de códigos cerrados y su adaptación para cumplir con los cambios en los sistemas o cambios de especificación, presenta dificultades y su costo es elevado. Más aún, el trabajo académico en esta área del conocimiento, es desarrollado por grupos de I&D aislados y de acuerdo a sus propias necesidades. En vista de esta situación, y bajo el patrocinio de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica, se creó el Proyecto "Simulador de Vuelo" PAE2004-22614. El programa comenzó en Abril de 2007, uniendo esfuerzos de grupos de I&D de cinco Universidades Nacionales (Córdoba, La Plata, Buenos Aires, La Pampa y Bahía Blanca) y el Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa (CITEFA).

El proyecto Simulador de Vuelo, ha sido concebido con los objetivos principales de: obtener el conocimiento teórico propio de este tipo de tecnología, y entrenar un grupo interdisciplinario de trabajo el cual es responsable de llevar a cabo el proyecto. El proyecto se enfoca en tres áreas principales: Modelo de Dinámica de Vuelo, Modelo de Entorno Topográfico y Plataforma de Movimiento. En el presente trabajo se desarrollan los temas referentes al Modelo de Dinámica de Vuelo y los subsistemas que lo componen (ecuaciones de vuelo, sistemas de coordenadas, modelo de aeronave, algoritmos de integración, etc.)

MODELO DE DINÁMICA DE VUELO

La Dinámica del Vuelo, por supuesto, ha sido tratada históricamente como un problema de la mecánica clásica, de ahí que las Referencias 1 y 3 han aportado el sustento teórico para el análisis de este problema desde los años 50 hasta el presente. En el área específica de la Dinámica del Vuelo, la ruta ha sido pavimentada por autores tales como Perkins & Hages y Etkin [4 y 5], quienes fueron referencias para cualquier ingeniero aeronáutico durante décadas. De hecho, Etkin introdujo el tratamiento matricial, como así también los cálculos digitales en el análisis. Este tratamiento, junto con la inclusión de los cuaterniones como parámetros para descripción de actitud [6, 7 y 8], formaron la corriente principal en la modelación de la Dinámica del Vuelo hasta fines de los años 80. El gran incremento en el poder de cómputo desde los años 90 a la fecha, permitió el tratamiento directo de la Mecánica del Vuelo en forma tensorial [9], lo cual fue la elección para este desarrollo.

FORMA TENSORIAL DE LAS ECUACIONES DE VUELO

El Modelo de Dinámica de Vuelo presentado en este trabajo, está basado en Ref. [9], por lo que se dejará de lado el desarrollo tensorial completo y se pasará a la presentación de las Ecuaciones Generales de Vuelo en forma tensorial.

El movimiento de traslación de la aeronave es gobernado por la Segunda Ley de Newton la cual toma la forma:

$$m^B D^I v_B^I = f \quad (1)$$

Los super- y sub- índices I y B indican Sistema Inercial y Cuerpo respectivamente.

De forma similar, el movimiento de rotación de la aeronave es descripto por las ecuaciones de Euler, y referido al centro de masa de la aeronave toma la forma:

$$[I_B]^B \left[\frac{d\omega^{BI}}{dt} \right]^B + [\Omega^{BI}]^B [I_B]^B [\omega^{BI}]^B = [m_B]^B \quad (2)$$

SISTEMAS DE COORDENADAS

Como es usual, en la presente simulación se utilizan varios sistemas de coordenadas; aquí sólo se mostraran los más importantes:

1) Sistema de Ejes Cuerpo. Con origen en el centro de masa del vehículo y los ejes alineados con las direcciones de referencia del vehículo. Los ejes "x" y "z" se encuentran en el plano de simetría. El eje "x" apunta hacia la nariz del vehículo y el eje "z" apunta hacia abajo. El eje "y" apunta hacia afuera del ala derecha.[9]

2) Sistema de ejes viento. Necesarios para calcular fuerzas y momentos aerodinámicos. Los ángulos usados son: el ángulo de ataque "alfa" y el ángulo de deslizamiento "beta". El origen de este sistema es el centro de masa del vehículo. El eje "x" es paralelo y en la dirección del vector velocidad del centro de masa del vehículo respecto del aire. El ángulo de ataque se denota con la letra α y se mide desde la línea de referencia del fuselaje hasta la proyección del vector velocidad relativa del viento en el plano x-z. Es positivo cuando la velocidad relativa del viento incide desde la parte inferior del avión. El ángulo de deslizamiento se denota con la letra β y se mide entre el vector viento y la proyección sobre el plano de simetría. Es positivo cuando el vector viento incide por el lado derecho del avión.[9]

3) Sistema de ejes de Estabilidad. El eje "x" es paralelo y en la dirección de la proyección del vector velocidad relativa al viento sobre el plano de simetría. Los ejes "y" y "z" son los mismos que en sistema de ejes cuerpo.[9]

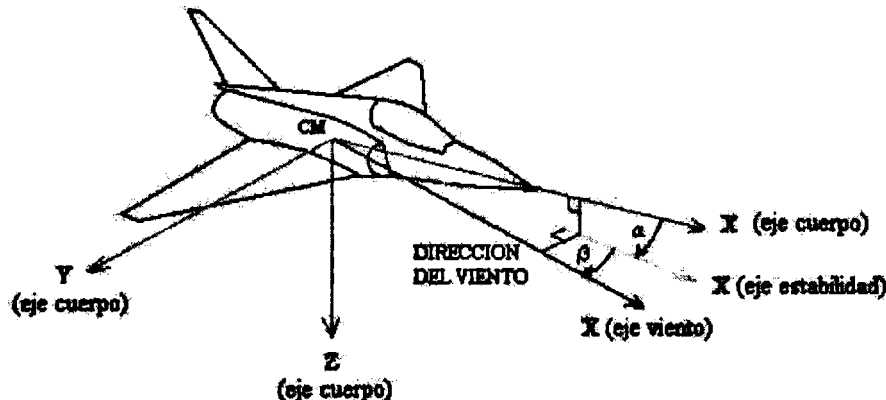


Figura 2. Ejes cuerpo, ejes viento y ángulos aerodinámicos.

4) Sistema de Coordenadas Local. La tierra se considera un sistema de referencia inercial. Los ejes "x" e "y" se encuentran en el plano horizontal. El eje "x" apunta en la dirección norte, el eje "y" apunta en la dirección este y el eje "z" apunta hacia abajo.[10]

5) Sistema de Coordenadas de Trayectoria de Vuelo. Este sistema relaciona el vector velocidad del vehículo respecto de la Tierra, con el sistema geográfico. El eje "x" es paralelo y en la dirección de la velocidad respecto de la Tierra, y el eje "y" permanece en el plano tangencial a la Tierra. Dos ángulos relacionan las coordenadas de la velocidad con el sistema geográfico: el ángulo de rumbo X (poner letra griega), medido desde la dirección norte hasta la proyección del vector velocidad sobre el plano tangente local; y el ángulo de trayectoria de vuelo, medido desde el plano tangente hasta el vector velocidad.[9]

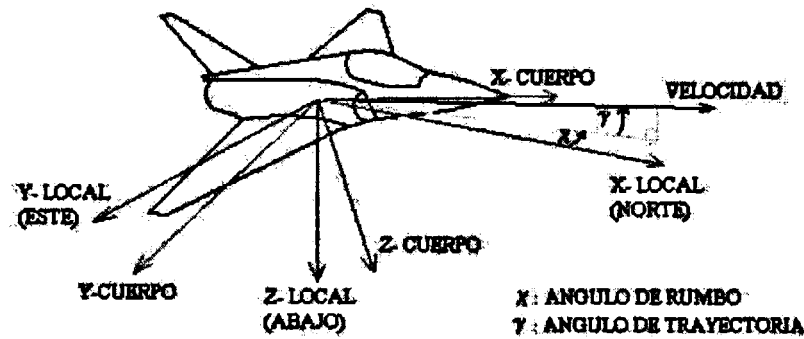


Figura 3. Sistemas de coordenadas Local y de Trayectoria de Vuelo.

IMPLEMENTACIÓN MATRICIAL

Considerando a Tierra como Sistema de Referencia Inercial y además de geometría plana, las ecuaciones de fuerzas y momentos (1) y (2), toman la forma clásica [5,9]:

$$\left[\frac{dv_B^B}{dt} \right] = \frac{1}{m} [f_{aer,prop}]^B + [g]^B - [\Omega^{BE}]^B [v_B^B]^B \quad (3)$$

y

$$\left[\frac{d\omega^{BE}}{dt} \right]^B = [I_B^B]^B [m_B] - [I_B^B]^B [\Omega^{BE}]^B [I_B^B]^B [\omega^{BE}]^B \quad (4)$$

donde el super-índice E indica la tierra como Sistema Inercial y los sub-índices aer y prop indican fuerzas aerodinámicas y propulsivas respectivamente.

Denotando:

$$[\omega^{BE}]^B = [p \ q \ r] \quad (5)$$

y usando la formulación clásica de cuaterniones [6,8,9], obtenemos el siguiente grupo de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

y la matriz de rotación entre el sistema de coordenadas en ejes cuerpo y el sistema local:

$$[T]^{BE} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

La integración en el tiempo de las ecuaciones (3), (4) y (6), junto con el uso de la matriz de transformación (7), permite conocer la posición en el espacio del centro de masa de la aeronave y su posición angular. Este es el procedimiento básico de simulación del modelo. La ventaja principal de

este método matricial es la simplicidad de las fórmulas a programar lo que facilita la operación de debug y permite incorporar modificaciones al modelo de forma rápida.

ALGORITMOS PRINCIPALES

Solución numérica de las ecuaciones de Estado: Para la solución de las ecuaciones de Estado se utiliza el Método Runge-Kutta de Cuarto Orden. La ventaja de este método es que resuelve directamente el problema de valor inicial; por lo que no se necesitan valores anteriores para iniciar la integración. En este caso el método no realiza evaluación de error, y utiliza para el cálculo un paso de tiempo fijo. Esto es posible cuando el paso de tiempo es suficientemente pequeño para evitar inestabilidades. El algoritmo usado es [11]:

$$\begin{aligned}k^1 &= f(t^i, x^i) \\k^2 &= f\left(t^i + \frac{h}{2}, x^i + h \frac{k^1}{2}\right) \\k^3 &= f\left(t^i + \frac{h}{2}, x^i + h \frac{k^2}{2}\right) \\k^4 &= f(t^i + h, x^i + k^3) \\x^{i+1} &= x^i + (k^1 + 2k^2 + 2k^3 + k^4) \frac{h}{6} \quad (8)\end{aligned}$$

Donde k^1 es la pendiente de $x(t)$ en $t=t^i$, k^2 y k^3 representan las pendientes de $x(t)$ en el punto intermedio $t=t^i+h/2$, y k^4 es la pendiente de $x(t)$ en el punto final $t=t^i+h$. Los coeficientes en la ec. (8) son elegidos de forma tal que aseguran que el error de truncamiento local es de orden $O(h^5)$, y el error de truncamiento global es de orden $O(h^4)$. [11]

Inversión de la matriz de inercia: Como se puede ver en ec. (4), para poder resolver el sistema de ecuaciones es necesario realizar la inversión de la matriz de inercia. Un algoritmo probado y muy simple es aquel que hace uso de la matriz adjunta. Es simple de programar y de ejecución rápida. El método es el siguiente: cuando M es invertible, su inversa se escribe M^{-1} y puede ser determinada mediante la siguiente fórmula [12]:

$$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \text{adj}(M)$$

La notación $\text{adj}(M)$ representa la matriz adjunta de M . La fórmula indica que la inversa de la matriz M puede ser calculada como la matriz adjunta de M multiplicada por la inversa del determinante (el cual es un escalar). La matriz adjunta es también una matriz cuadrada de dimensión n , y sus elementos adj se definen como: $\text{adj}_{ij} = c_{ji}$ (notar que los índices ij están invertidos en el lado derecho de la ecuación, para transponer la matriz). Los coeficientes c_{ij} se llaman cofactores y se definen como el determinante de la matriz cuadrada de dimensión $n-1$ obtenida al quitar la línea i y la columna j de M [12].

Este método aplicado a la matriz de Inercia 3×3 lleva a la siguiente expresión:

$$I^{-1} = \frac{1}{\det(I)} \begin{pmatrix} I_{22}I_{33} - I_{32}I_{23} & I_{32}I_{13} - I_{12}I_{33} & I_{12}I_{23} - I_{22}I_{13} \\ I_{31}I_{23} - I_{21}I_{33} & I_{11}I_{33} - I_{31}I_{13} & I_{13}I_{21} - I_{11}I_{23} \\ I_{21}I_{32} - I_{31}I_{22} & I_{31}I_{12} - I_{11}I_{32} & I_{11}I_{22} - I_{21}I_{12} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\text{Donde } \det(I) = I_{11}(I_{22}I_{33} - I_{32}I_{23}) + I_{21}(I_{32}I_{13} - I_{12}I_{33}) + I_{31}(I_{12}I_{23} - I_{22}I_{13}) \quad (10)$$

Notar que al hacer uso de la simetría de I , las Ec. (9) y (10) se reducen.

MODELO DE AERONAVE

Como modelo principal utilizado en este desarrollo, se seleccionó un avión de combate multipropósito basado en las características del DASSAULT MIRAGE 2000. La selección se debe a que la configuración de esta aeronave es, al mismo tiempo, moderna y relativamente simple de analizar. Sus principales características son:

- Ala baja, delta y delgada, ángulo de flecha en el borde de ataque 58° , espesor máximo 3%, fuselaje diseñado según ley de las áreas.
- Elevones de doble sección en el ala e hipersustentadores de borde de ataque.
- Strakes fijos en tomas de aire y aerofrenos sobre y debajo del ala.
- Empenaje vertical, sin empenaje horizontal.
- Un motor turbofan con postcombustión y medios conos móviles en tomas de aire.
- Velocidad máxima de Mach 2,2 y techo de servicio de 20000 metros. Factor de carga límite "g" $+9,0/-3,2$ ($+11,0/-4,5$ último).

A continuación se presentan los modelos usados para los cálculos aerodinámicos y propulsivos, basados en esta configuración.

Aerodinámica: Como es usual (ver Ref. 3, 5, 9, 10) la aerodinámica de cualquier vehículo aeronave es definida mediante un grupo de parámetros adimensionales conocidos como coeficientes aerodinámicos. Estos coeficientes, son usados para calcular las fuerzas y momentos aerodinámicos que actúan sobre la aeronave. Los coeficientes dependen de los ángulos aerodinámicos α y β , como así también del número de Mach y el número de Reynolds. El modelo incluye los siguientes coeficientes:

- Coeficientes longitudinales C_D , C_L , C_m , C_N , y C_A .
- Derivativas estáticas C_{L_α} , C_{m_α} , C_{y_β} , C_{n_β} y C_{l_p} .
- Derivativas dinámicas C_{L_q} , C_{m_q} , $C_{L_{\dot{\alpha}}}$, $C_{m_{\dot{\alpha}}}$, C_{l_p} , C_{y_p} , C_{n_p} , C_{n_r} y C_{l_r} .
- Incrementos en los coeficientes por efecto de deflexión de comandos $D(C_L)$, $D(C_m)$, $D(C_{Lmax})$, $D(C_{Dmin})$, $D(C_{DI})$, $D(C_I)$ (rolido), $D(C_N)$ (guiñada).

Debido a la gran cantidad de datos necesarios, en esta fase de desarrollo del programa se utilizan principalmente métodos de ingeniería, como los presentados en Ref. 13, no obstante esta previsto realizar cálculos más detallados (ej. paneles y/o CFD) en las próximas fases del proyecto. Los métodos precisos a utilizar serán definidos más adelante, teniendo en cuenta la precisión requerida como también los acuerdos entre los centros y grupos de desarrollo de la región.

Propulsión: EL modelo del sistema de propulsión integra los efectos de las tomas de aire, el motor y la tobera de escape. Para nuestro caso se utiliza el modelo SNECMA M53 [14], que equipa al DASSAULT MIRAGE 2000, sus principales características son:

- Bajo índice de derivación, con postcombustión y eje único.
- Empuje estático de 64 kN de potencia militar, 95 kN con postcombustión.
- Tomas laterales axisimétricas, triple rampa (medios conos móviles).
- Tobera de geometría variable.

La demora en la respuesta del motor es modelada mediante un retraso en la respuesta (de primer orden). El código de simulación utiliza datos de empuje y consumo específico en forma de tablas obtenidas mediante el estudio termodinámico del ciclo del sistema toma-motor-tobera. Una buena referencia es 15, la cual da una deducción detallada de la teoría involucrada.

Modelo de Atmósfera: El modelo se basa en el U.S. Standard Atmosphere 1976, el cual divide la atmósfera en siete capas, cubriendo desde 0 hasta 86 km [16]. Los límites de las capas son definidos por la variación en el gradiente de temperatura. El modelo calcula las propiedades del aire a la altura respectiva haciendo uso de las ecuaciones de la hidrostática y utilizando valores de referencia a nivel del mar junto con el gradiente de temperatura. Las propiedades atmosféricas correspondientes a las condiciones de vuelo son calculadas y almacenadas en el vector de estado para ser usadas cuando se lo requiera.

CONCLUSIONES

Este trabajo presentó el estado actual de desarrollo de un Simulador de Vuelo de bajo costo; la arquitectura principal fue presentada brevemente así como el Modelo de Dinámica de Vuelo. El tratamiento matemático en profundidad fue obviado intencionalmente, debido a que en esta fase del proyecto se consideró más ilustrativo presentar una visión global de los modelos usados. Los trabajos a seguir nos aportarán una visión más detallada acerca del rendimiento de los modelos presentados, Dinámica de Vuelo, Aerodinámica y Propulsión, y su interacción con el resto de los Componentes del Simulador (ej. Navegación, Topografía, Visualización y Movimiento).

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a las siguientes instituciones por su patrocinio y aporte financiero al proyecto:

- ANPCyT (Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica - Argentina).
- CITEFA (Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa, Buenos Aires - Argentina).
- Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba - Argentina.

REFERENCIAS

1. Goldstein, H., Classical Mechanics, Addison-Wesley, 1959.
2. Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., Mechanics, Pergamon Press, 1960.
3. Perkins, C.D. and Hage, R.E., Airplane Performance, Stability and Control, John Wiley & Sons, 1949.
4. Etkin, B., Dynamics of Flight – Stability and Control, John Wiley & Sons, 1959.
5. Etkin, B., Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley & Sons, 1972.
6. Surber, T.E., "On the Use of Quaternions to Describe the Angular Orientation of Space Vehicles", Journal of the Aerospace Sciences, January, 1961, pp. 79,80.
7. Ickes, B.L., "A new Method for Performing Digital Control System Attitude Computations Using Quaternions", AIAA Journal, Vol. 8, No. 1, January 1970, pp. 13, 17.
8. Halijak, C.A., "Quaternions Applied to Missile Systems" U.S. Army Missile Research and Development Command, Technical Report T-78-19, Redstone Arsenal, Alabama, Apr. 1978.
9. Zipfel, P.H., Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics, AIAA Education Series, 2000.
10. Brian L. Stevens and Frank L. Lewis, "AIRCRAFT CONTROL AND SIMULATION", Second Edition. John Wiley & Sons, Inc. 2003
11. Robert J. Schilling & Sandra L. Harris, "Applied Numerical Methods For Engineers Using Matlab an C". Brookes/Cole Publishing Company, 2000.
12. Cedrick Collomb, "A tutorial on inverting 3 by 3 matrices with cross products". August 2007.
13. McDonnell Douglas Corporation , Douglas Aircraft Division, "USAF STABILITY AND CONTROL DATCOM", A. F. Project Engineer D.E. Hoak., Principal Investigator R. D. Finck. October 1960, Revised January 1974.
14. Snecma, "Propulsion Aéronautique Militaire, M53-P2". July 2006.
15. Jack D. Mattingly, William H. Heiser and David T. Pratt, "Aircraft Engine Design", Second Edition. AIAA Education Series, 2002.
16. U.S. Standard Atmosphere 1976, NOAA-S/T 76-1562, U.S. Government Printing Office, Washington, DC.