15

"PUENTE MATEMÁTICO" ¿Existe algún puente que no sea matemático…?

RESUMEN

"Puente Matemático", es el nombre popular de un puente de madera que está sobre el río Cam y pertenece al Queens' College de la Universidad de Cambridge en el Reino Unido. Diseñado por William Etheridge y construido por James Essex en 1749. La disposición de las maderas es una serie de tangentes (diagonales) que describen el arco del puente, con los componentes radiales (montantes) para sujetar juntas a dichas tangentes y, así, triangular la estructura.

El presente trabajo, tiene como principal objetivo mostrar que la modelación es una alternativa de enlace entre los conocimientos geométricos, matemáticos y estructurales.

En el año 2022, a partir de un trabajo colaborativo entre la Cátedra de Matemática LAB y la Cátedra de Estructuras FLL, se integró un nuevo "Puente Matemático" en el espacio de la Facultad.

Para el armado del puente no fue necesario ningún tipo de elemento de unión: ni cuerdas, ni cables, ni clavos, ni pernos... Porque el puente se sostiene ingeniosamente gracias a la "idea" del genio de Leonardo Da Vinci. El "ideador" imaginó esta estructura en base a los conceptos esenciales que gobiernan el diseño estructural: forma y conexiones.

Una vez construido el puente, les propusimos a los estudiantes participar de una Actividad Integradora. La misma consistió en la determinación de los parámetros geométricos del diseño y el análisis matemático de funciones aplicando los conceptos del cálculo diferencial.

A semejanza de "Los seis puentes de Leonardo" y como actividad colaborativa de Taller, los estudiantes diseñaron y construyeron sus propios puentes auto-portantes, verificando "intuitivamente" su estabilidad y equilibrio mediante las correspondientes pruebas de carga.

Finalmente, con la asistencia del equipo docente, y para compartir con los estudiantes la potencialidad del uso de las herramientas informáticas (Rhinoceros+Grasshopper), se modeló paramétricamente el puente y se analizaron distintas propuestas de diseño y materialidad.

PALABRAS CLAVE:

Cálculo diferencial - Modelado - Diseño paramétrico - Materialidad

Patricia Langer
Victoria Amy
Juan Fostel
Colaboración:
Gonzalo Pereira
patriciamoralanger@gmail.com

Cátedra de Matemática N°3
Facultad de Arquitectura y Urbanismo
Universidad Nacional de la Plata, Argentina.

INTRODUCCIÓN

Determinados objetos nos acompañan en el día a día...
En esta oportunidad integramos nuestro "Puente Matemático" al espacio de la FAU
Cátedra de Matemáticas N°3 FAU-UNLP

En 1er. Año de la carrera de Arquitectura de la FAU-UNLP, en la asignatura ***Elementos de Matemática y Física*** se trabaja con formato pedagógico de Taller.

El Taller es una instancia de experimentación para el trabajo colaborativo y en equipo, para la investigación y el autoaprendizaje en el estudio y la resolución de problemas.

La actividad presencial es intensa durante el ciclo lectivo en el cual se desarrolla el Módulo de Matemática (1er. cuatrimestre) y el Módulo de Física (2do. cuatrimestre).

Compartimos una actividad que se desarrolló durante el tramo final del Módulo de Matemática en los ciclos lectivos 2022/2023, denominada *Trabajo Práctico Integrador "Puente Matemático"*, trabajando en equipos y con tutoría docente, con investigación sobre la temática desarrollada en la Unidad 5 *"Cálculo Diferencial"* del programa analítico de ***Elementos de Matemática y Física***.

La actividad abarcó aspectos geométricos, análisis de funciones (Cálculo diferencial), modelado físico (maqueta) y modelado digital (paramétrico). Como resultado del trabajo, los estudiantes confeccionaron las láminas con toda la información relacionada con la producción y realizaron la presentación en una "puesta en común".

EL TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR "PUENTE MATEMÁTICO"

Hábleme y lo olvidaré,
enséñame y lo recordaré,
involúcrame y lo aprenderé...
CONFUCIO (551 a. C.- 479 a. C.)

Y SI HACEMOS UN PUENTE...?

En el año 2022, a partir de un trabajo colaborativo entre la Cátedra de Estructuras FLL[1] y la Cátedra de Matemática LAB[2], se integró el nuevo "PUENTE MATEMÁTICO" en el Patio 3 de la FAU-UNLP. (Figura 1.)

Figura 1. Puente Matemático en el Patio 3.

1 Cátedra de Estructuras FLL Farez-Lozada-Langer
2 Cátedra de Matemática LAB Langer-Agosteguis-Bergamini

La duración de la actividad se estableció en 2 clases. Con el propósito de realizar el trabajo de manera colaborativa, se conformaron espontáneamente equipos de 2 o 3 integrantes.

Antes de comenzar el trabajo de producción propiamente dicho, los Docentes responsables de la Cátedra compartimos con los estudiantes, el encuadre de la temática asignada al mismo, a fin de orientar en el desarrollo de la actividad y comentamos el proceso constructivo y armado del PUENTE MATEMÁTICO (auto-portante). (Figura 2.)

Figura 2. Proceso de armado y montaje del Puente Matemático.

Una vez reconocido el “hecho constructivo” y comprendido su significado, presentamos el cronograma y las consignas que consistieron en:

- Identificar la función (parábola) aplicada a la situación del diseño.
- Interpretar geométricamente el concepto de derivada de una función en un punto.
- Calcular derivadas usando reglas de derivación.
- Calcular la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto.
- Obtener la derivada de una función en un punto.
- Identificar e interpretar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función derivable, así como los máximos o mínimos de la función.
- Reconocer las transformaciones dinámicas, utilizando –optativamente- la técnica de “modelado con herramientas paramétricas”, para permitir desarrollar al máximo las potencialidades imaginativas para el diseño, basadas en el hacer, el pensar y el reflexionar.
- Construir los “puentes auto-portantes” con variantes de diseño, probar su resistencia y calcular su peso propio.
- Describir la experiencia en el Taller y extraer las conclusiones respecto a la resolución del PUENTE MATEMÁTICO.

INSTANCIAS DEL DESARROLLO DEL TRABAJO

1. *Relevamiento de los parámetros geométricos del PUENTE MATEMÁTICO.*

Utilizando cinta métrica, se tomaron y trasladaron las medidas del PUENTE sobre un gráfico en escala con referencia a un SCC (x;y). A partir de los datos del esquema se determinaron las coordenadas de los puntos característicos V, P1 y P2. (Figura 3.)

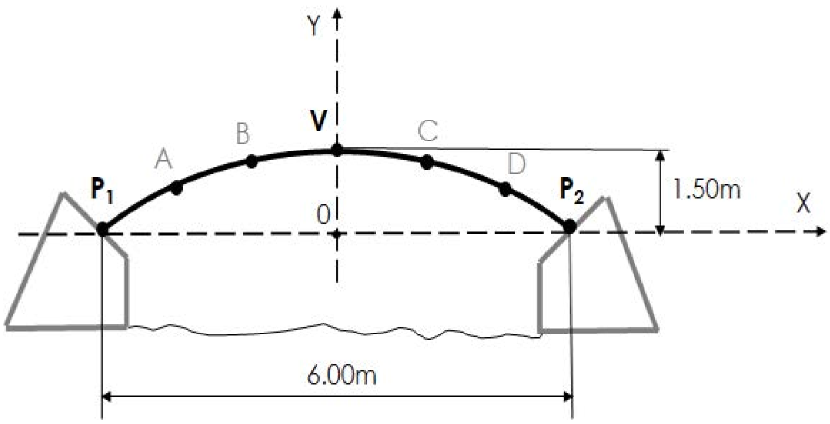

Figura 3. Croquis de la geometría del puente

2. *Determinación de la función del eje geométrico del PUENTE MATEMÁTICO.*

Con los datos relevados, se determinó la función f(x) de la parábola correspondiente al eje geométrico del puente y se calculó analíticamente los ceros o raíces de la función f(x) para verificar la coincidencia con las coordenadas de los puntos de apoyo.

3. *Análisis de la función del eje geométrico del PUENTE MATEMÁTICO.*

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial y las reglas de derivación se determinaron las pendientes y las ecuaciones de las rectas tangentes a la función f (x) en los puntos característicos P1, A, B, V, C, D y P2.

Se analizaron, justificaron e identificaron los intervalos de "crecimiento y decrecimiento" de la función f(x). Se determinó y justificó el punto "máximo" de la función f(x).

4. *Reconstrucción del diseño del PUENTE MATEMÁTICO.*

Se reconstruyó el diseño del puente gráficamente y en escala, trazando con distintos colores las rectas tangentes al eje del puente en los puntos característicos.

5. Modelización y exploración con herramientas informáticas.

Para la modelización se trabajó con Rhinoceros+Grasshopper, modificando distintos parámetros y generando los modelos en 3D para diferentes propuestas del PUENTE MATEMÁTICO. (Figura 4.)

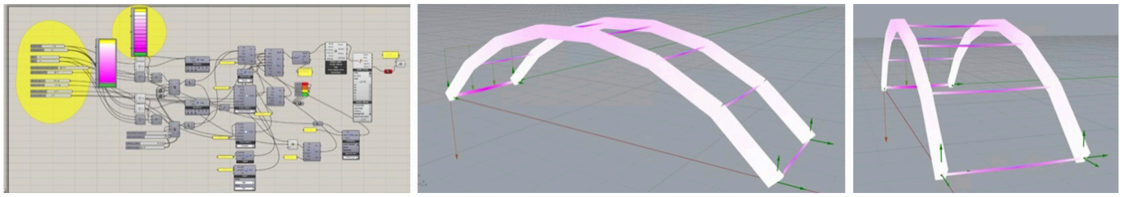

Figura 4. Rhinoceros+Grasshopper.

6. *Informe.*

Los estudiantes elaboraron un informe escrito sobre el análisis matemático y geométrico del PUENTE MATEMÁTICO, acompañado con gráficos, fotografías, formulación matemática y croquis del proceso creativo y constructivo. El trabajo se entregó por equipos en láminas formato A3. (Figura 5.)

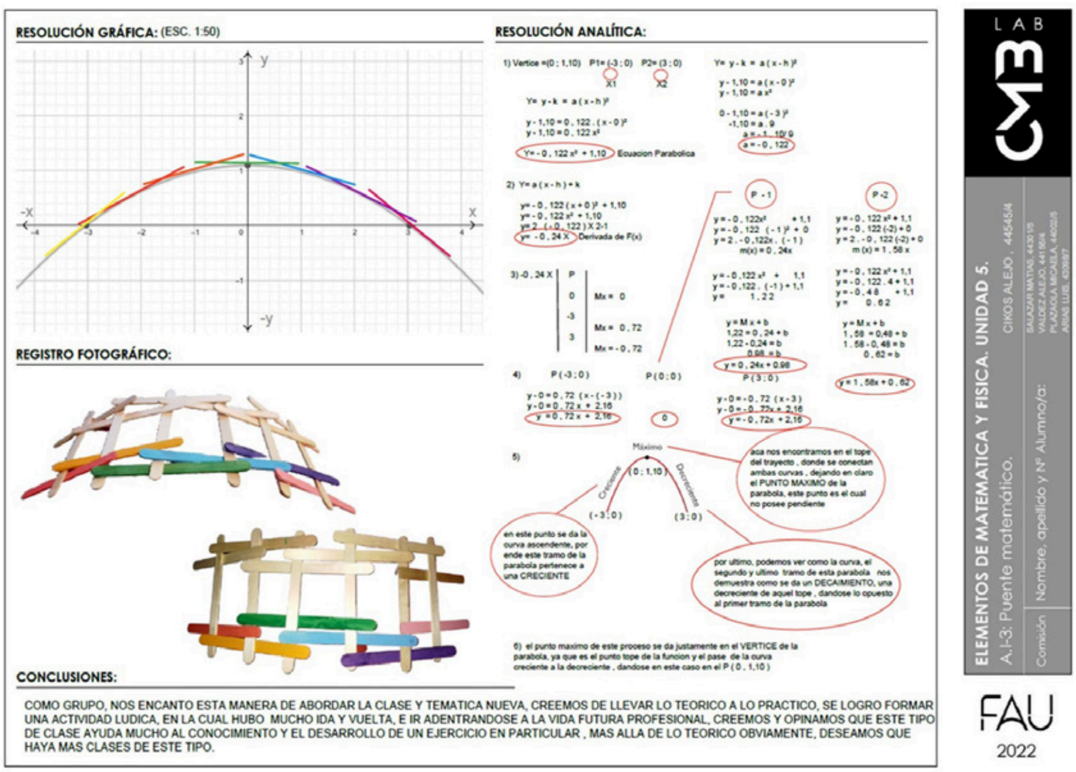

Figura 5. TPI "PUENTE MATEMÁTICO" Alumnos – Alejo CIKOS Nº44.545/4, Matías SALAZAR N°44.301/5, Alejo VALDEZ N°44.158/4, Micaela PLAZAOLA N°44.002/5 y Luis ARIAS N°43.095/7.

7. *Los "PUENTES DE LEONARDO..."*

Leonardo Da Vinci (1452-1519) escribió: "el arco no es más que una fuerza causada por dos debilidades: en efecto, el arco en los edificios está compuesto por dos cuartos de círculo, y cada una de ellos, débil por sí mismo, desea caer, pero oponiéndose cada uno a la ruina del otro, las dos debilidades se transforman en una sola fuerza... los cuartos se empujan mutuamente”, y además indicó que “el arco trabaja de forma análoga puesto del derecho que del revés”, lo que demuestra que conocía que la catenaria debía ser el antifunicular de las fuerzas sobre las dovelas (elementos componentes del arco).

Puentes auto-portantes:

Basados en la “reciprocidad estructural” y el principio de la “auto-sustentación”, se construyeron los puentes auto-portantes con piezas de madera encastradas entre sí, de modo que cada tramo transversal quedara aprisionado entre dos tramos longitudinales. Describiendo una forma arqueada, correspondiente a la curva resultante de la longitud de los elementos longitudinales y de la fuerza de gravedad. Estas formas se auto sostienen dada su disposición geométrica, de modo que no requieren de apoyos adicionales a sus dos bases, permitiendo salvar una luz que queda determinada por la magnitud de sus piezas, que definen la amplitud de la curva.

Como actividad colaborativa de Taller, los estudiantes diseñaron y construyeron sus propios puentes auto-portantes, verificando “intuitivamente” su estabilidad y equilibrio mediante las correspondientes pruebas de carga. (Figura 6.)

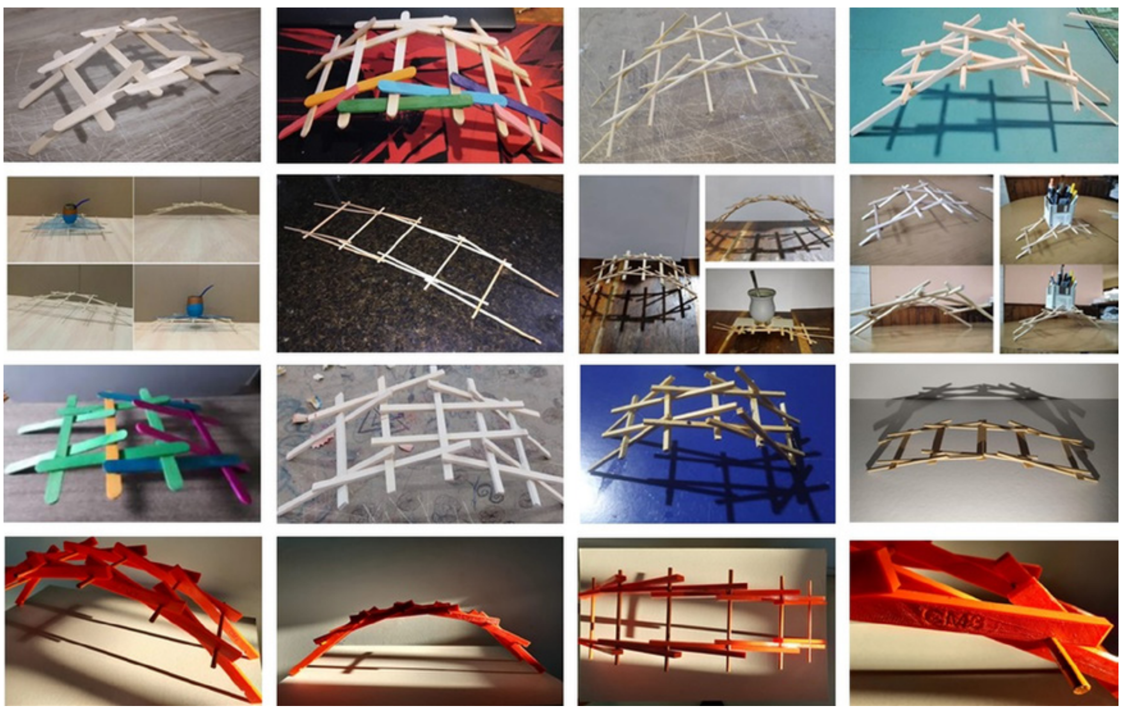

Figura 6. Los puentes auto-portantes construidos por los estudiantes de la Cátedra de Matemática N°3.

8. *Puesta en común y exposición del trabajo en Equipos*

La exposición y entrega final consistió en una "puesta en común", en la cual participaron los integrantes de todos los equipos atendiendo a las siguientes reflexiones:

El procedimiento para resolver las consignas y el trabajo sobre un modelo a escala, ayudaron a comprender mejor los conceptos de la Unidad temática "Cálculo diferencial"?

Qué ventajas encontraron en este tipo de propuestas de actividad de Taller afines con la arquitectura?

Con qué otras áreas o disciplinas de la carrera podrían relacionarlas?

OPINIONES DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LA EXPERIENCIA DEL TPI

Al finalizar la actividad un grupo de 47 estudiantes participó anónima y voluntariamente de una Encuesta de opinión. En los gráficos, se muestran los resultados de las preguntas relacionadas con el TPI "PUENTE MATEMÁTICO". (Figura 7.).

Figura 7. Resultados de la Encuesta de opinión sobre el Trabajo Práctico Integrador "PUENTE MATEMÁTICO".

CONCLUSIONES

El Trabajo Práctico Integrador "PUENTE MATEMÁTICO" resultó una actividad significativa por la convocatoria y la participación activa de los estudiantes del Taller.

En la formación de los futuros arquitectos, la enseñanza de las matemáticas no se limita únicamente a la transmisión de fórmulas, la resolución de ejercicios, la creación de gráficos y la comprensión de la necesidad de aplicarlas. Enseñar matemáticas en el contexto de la arquitectura implica integrar todos estos aspectos. Como Docentes, nuestro objetivo es estimular la creatividad de los estudiantes y ayudarlos a descubrir cómo los procesos matemáticos son herramientas fundamentales en el desarrollo de sus diseños.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a todos los Docentes de la Cátedra CM3 – Elementos de Matemática y Física, por los aportes y su colaboración para la realización de esta experiencia en Actividad de Taller.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSINA, C. (2001). Geometría y realidad en Aspectos didácticos de Matemáticas 8 ICE. Univ. Zaragoza, Zaragoza, 11-32.

TORRES ABAD, Carla (2021). Eficiencia del puente autoportante de Leonardo. Técnica industrial, ISSN 0040-1838, Nº 328, 2021, págs. 30-37. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7998731

Cátedra de Matemática N°3 FAU-UNLP (2022). Ficha de Estudio U5-CALCULO DIFERENCIAL: Límite-Continuidad-Derivada.

Cátedra de Matemática N°3 FAU-UNLP (2022). 2022-EMF-U5-AI3-Actividad Integradora “PUENTE MATEMÁTICO FAU”

Cátedra de Matemática N°3 FAU-UNLP (2023). 2023-EMF-U4 y U5-AI-Actividad Integradora “PUENTE MATEMÁTICO FAU”

Cátedra de Matemática N°3 FAU-UNLP (2023). Ficha de Clase 2023-EMF-U7-Estática-Puente Matemático FAU. Equilibrio Simetría-Asimetría

Cátedra de Matemática N°3 FAU-UNLP (2023). Ficha de Clase 2023-EMF-U6-Medición-Puente Matemático FAU. Cómputo métrico y unidades.