



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Tesis de Grado para obtener la Licenciatura en Astronomía

Variabilidad en el viento de estrellas supergigantes B. Soluciones hidrodinámicas dependientes del tiempo

Autora:
Melina Carla Fernández

Directora:
Dra. Lydia S. Cidale

Co-Director:
Dr. Roberto O. J. Venero

La Plata - Noviembre 2023

Resumen

La teoría m-CAK es la teoría estándar para modelar los vientos impulsados por radiación de las estrellas masivas. En esta teoría, se describe la fuerza de radiación por medio de una expresión no-lineal de tres parámetros: k , α y δ . En particular, el parámetro δ , que introduce posibles cambios en la ionización del medio, puede generar dos tipos de soluciones diferentes para las ecuaciones hidrodinámicas de vientos con simetría esférica o baja rotación. Estas soluciones se llaman “rápidas” y “ δ -lentas”, las cuales poseen velocidades terminales muy diferentes. Las soluciones rápidas y lentas están separadas entre sí por una región (llamada brecha) en el espacio del parámetro δ , en la que, hasta el momento, no se han encontrado soluciones estacionarias. En este trabajo utilizamos el código hidrodinámico dependiente del tiempo llamado ZEUS-3D para resolver la ecuación de movimiento siguiendo la evolución temporal de una dada solución inicial, para encontrar soluciones pertenecientes al espacio de parámetros cuyo dominio se localiza en la brecha. Una característica importante de estas nuevas soluciones es que presentan un quiebre o *kink*, es decir, presentan un cambio abrupto en el gradiente de velocidad. Esta discontinuidad en las soluciones para los vientos en la región de la brecha, podría dar cuenta de algunas características de variabilidad que presentan las estrellas tempranas en sus espectros UV. Particularmente, una de ellas es la presencia de las componentes discretas en absorción que se observan en los perfiles de tipo P Cygni en estrellas masivas. Para evaluar esta posibilidad, resolvemos la ecuación de transporte radiativo para medios en movimiento y analizamos los perfiles de línea sintéticos para Si IV.

Abstract

The standard theory for modelling the radiation driven winds for hot stars is the m-CAK theory. This theory describes the radiation force between three parameters: α , δ and k . In particular, δ introduces changes in the ionisation of the material, and can produce two different types of solutions for the hydrodynamics equations for slow rotating winds. These solutions, called “fast” and “ δ -slow”, have very different terminal velocities. Furthermore, they are separated with a gap (in the space of δ), where no stationary solutions can be found. In this work, we use a time dependent hydrodynamic code, named ZEUS-3D, that solves the equation of motion following the temporal evolution of a given initial solution, with the purpose of finding solutions in the gap. We present here the solutions found, and an important characteristic is a stationary kink they have, at a fixed distance of the star, depending on the value of δ . This discontinuity in the solutions can be related to the Discrete Absorption Components (DACs) in the spectra of massive stars. To evaluate this possibility, we solve the equation of transfer in a comoving frame for Si IV, and analyse the synthetic spectra obtained.

Dedicatoria

A mi mamá y mi papá, porque son las estrellitas más brillantes de mi cielo.

Índice general

Resumen	ii
Abstract	iv
Índice de figuras	x
Índice de tablas	xii
1 Introducción	1
1.1. Parámetros del viento	2
1.1.1. Tasa de pérdida de masa \dot{M}	2
1.1.2. Velocidad terminal v_∞	4
1.2. Perfil P Cygni	6
1.3. Estrellas supergigantes B	7
1.4. Componentes Discretas en Absorción	8
1.5. Soluciones de la ecuación de movimiento	10
1.6. Objetivos	11
2 Vientos impulsados por radiación	13
2.1. Ecuaciones hidrodinámicas	13
2.1.1. Aproximación de Sobolev	16
2.2. Teoría CAK	17
2.2.1. Parametrización alternativa	18
2.3. Teoría m-CAK	19
2.4. Ley β	21
2.5. Familias de soluciones	21
3 Códigos hidrodinámicos	27
3.1. Código Hydwind	27
3.2. Código ZEUS-3D	29
4 Cálculo y resultados de las soluciones hidrodinámicas para el viento	33
4.1. Metodología	33
4.2. Resultados: Nuevas soluciones	39

5	Ecuación de transporte en medios en movimiento y simetría esférica	45
5.1.	Ecuación de transporte radiativo	45
5.2.	Átomo de Si IV	47
5.3.	Modelos NLTE: Ecuaciones de equilibrio estadístico	49
5.4.	Código MULITAS	50
6	Perfiles de línea	53
6.1.	Ensanchamiento natural (o radiativo)	54
6.2.	Ensanchamiento térmico	55
6.3.	Ensanchamiento colisional	55
6.3.1.	Teoría de impacto	56
6.3.2.	Teoría estadística	56
6.4.	Perfil de Voigt	56
7	Cálculo y resultados del transporte radiativo	59
7.1.	Ensanchamiento colisional para Si IV	59
7.2.	Resultados: Perfiles obtenidos	62
7.3.	Comparación con observaciones	62
8	Conclusiones y trabajo a futuro	69
8.1.	Conclusiones	69
8.2.	Trabajo a futuro	70
Apéndices		
A	Convolución de perfiles de línea	73
A.1.	Ensanchamientos radiativo y colisional	73
A.2.	Ensanchamiento térmico	75
Bibliografía		77

Índice de figuras

1.1.	Espectro UV de la estrella HD 41117	2
1.2.	Algunos perfiles en emisión en el IR de estrellas masivas	3
1.3.	Ejemplo de la distribución espectral de energía de estrellas masivas	4
1.4.	Medición de la velocidad terminal en vientos de estrellas masivas	5
1.5.	Esquema del perfil P Cygni	6
1.6.	DACs observadas en perfiles UV de Si IV	8
1.7.	Identificación de DACs mediante un espectro residual	9
1.8.	Velocidad terminal y tasa de pérdida de masa vs. δ para distintos valores de Ω	11
2.1.	Multiplicador de fuerza $M(t)$ en escala logarítmica	17
2.2.	Esquema de la radiación recibida a una distancia r de la estrella	19
2.3.	Ejemplos de la ley β	22
2.4.	Comparación entre una solución rápida y la ley β	23
2.5.	Leyes de velocidad para las distintas familias de soluciones	24
2.6.	Comparación entre soluciones lentas y la ley β	25
2.7.	Soluciones en los regímenes rápido y lento	26
3.1.	Ejemplo de soluciones obtenidas con Hydwind	28
3.2.	Ejemplo de convergencia del código Zeus	31
4.1.	Comparación de soluciones obtenidas con Zeus correspondientes a los mismos valores de α , k y δ pero con distintos valores del parámetro dwind	34
4.2.	Leyes de velocidad obtenidas con el código Zeus para los regímenes rápido y δ -lento	35
4.3.	Comparación de soluciones obtenidas con Zeus correspondientes a los mismos valores de α , k y δ pero con distintas soluciones semilla	36
4.4.	Obtención de una solución lenta a partir de dos soluciones semilla (rápida y lenta)	37
4.5.	Obtención de una solución rápida a partir de dos soluciones semilla (rápida y lenta)	37
4.6.	Obtención de una solución de la brecha a partir de dos soluciones semilla (rápida y lenta)	38
4.7.	Soluciones en la región de la brecha, obtenidas con el código Zeus	40
4.8.	Soluciones rápidas y en la región de la brecha, obtenidas con el código Zeus	40
4.9.	Soluciones δ -lentas y en la región de la brecha, obtenidas con el código Zeus	41

4.10. Soluciones obtenidas con el código Zeus para los distintos regímenes	41
4.11. Velocidad terminal del viento en función del parámetro δ	42
4.12. Posición del <i>kink</i> para los distintos valores del parámetro δ	43
4.13. Convergencia de una solución correspondiente a la región de la brecha . . .	44
5.1. Relación entre sistemas (r, θ) y (p, z) en simetría esférica	46
5.2. Esquema grotriano del átomo de Mg II, isoelectrico del Si IV	48
6.1. Comparación de perfiles Lorentziano, Doppler y Voigt	58
7.1. Parámetros del ancho a mitad de altura w y corrimiento d para las líneas de Si IV $\lambda\lambda 1394$ y 1403 \AA , obtenidas de la base de datos STARK-B	60
7.2. Perfiles de línea de obtenidos con soluciones hidrodinámicas rápidas	63
7.3. Perfiles de línea de obtenidos con soluciones hidrodinámicas en la región de la brecha	64
7.4. Perfiles de línea de obtenidos con soluciones hidrodinámicas δ -lentas	65
7.5. Comparación entre un perfil sintético (con una solución rápida) y un perfil observado de la estrella HD 41117	66
7.6. Comparación entre un perfil sintético (con una solución de la brecha) y un perfil observado de la estrella HD 41117	66
7.7. Comparación entre un perfil sintético (con una solución lenta) y un perfil observado de la estrella HD 41117	67

Índice de tablas

2.1. Parámetros de la teoría CAK calculados para distintos valores de T_{eff} y $\log(g)$	18
2.2. Valores típicos de Ω y de los parámetros α , δ y k de la teoría m-CAK para estrellas masivas	23
3.1. Ejemplo del archivo <code>for011.dat</code> que se utiliza como entrada del código Hydwind	28
3.2. Ejemplo del archivo <code>inzeus</code> que se utiliza como entrada del código ZEUS-3D	30
5.1. Transiciones del Si IV que son objeto de estudio	49
5.2. Niveles electrónicos del Si IV considerados en el cálculo del perfil (además del continuo)	50

Introducción

Los vientos estelares son flujos de materia expulsados por una estrella al medio interestelar, compuestos principalmente de protones, electrones y partículas α^1 . Se dan, prácticamente, en casi todas las etapas de la evolución estelar, pero son muy intensos en las estrellas masivas de tipos espectrales O, B y A y, en general, en estrellas de alta luminosidad. Los vientos se evidencian de distintas maneras, típicamente, a través de:

- Perfiles del tipo P Cygni en líneas ultravioleta (UV) de transiciones de resonancia de elementos altamente ionizados: Corresponden a transiciones entre el nivel fundamental y el primer nivel excitado de un ion. Un ejemplo de estos perfiles puede verse en la Fig. 1.1. Los perfiles P Cygni en el espectro UV de estrellas O y B fueron descubiertos por Morton (1967) y Snow & Morton (1976). Una muestra extensa de perfiles de este tipo puede encontrarse, por ejemplo, en el atlas UV de Snow et al. (1994). La formación de los perfiles P Cygni se detalla en la Sección 1.2.
- Líneas espectrales en emisión: Originadas por una recombinación radiativa a un nivel excitado, seguida de una desexcitación espontánea. Se observan muchos perfiles en emisión pura en el rango óptico e infrarrojo (IR) del espectro, como se muestran en el ejemplo de la Fig. 1.2.
- Excesos en el continuo de radiación: Se puede generar un exceso de flujo en el IR, submilimétrico y radio, principalmente por radiación térmica del viento (radiación de frenado), como se puede ver en el ejemplo de la Fig. 1.3.

Como los vientos estelares más intensos se evidencian en estrellas de alta luminosidad, la teoría estándar se basa en proponer al campo de radiación como responsable de la impulsión del viento. Así, la aceleración del viento se produce por la transferencia de momento desde el campo de radiación a los iones que componen el gas (plasma) en las regiones externas de la atmósfera estelar.

¹Núcleos de ^4He totalmente ionizado

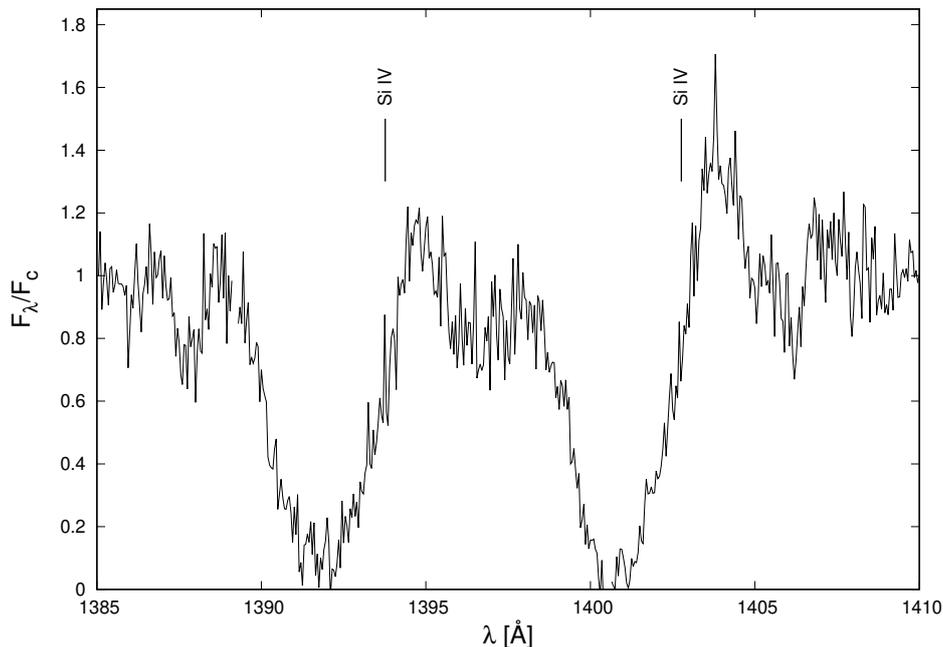


FIGURA 1.1: Región del espectro UV de la estrella HD 41117 en la que se identifican las líneas del doblete de Si IV $\lambda\lambda 1394$ y 1403 Å, que aparecen con un perfil de tipo P Cygni compuesto por una absorción (desplazada hacia el azul) seguida de una emisión (centrada en la longitud de onda de reposo). Los perfiles P Cygni son claros indicadores de la presencia de vientos estelares intensos. Observación realizada por el satélite *International Ultraviolet Explorer* (IUE, <https://archive.stsci.edu/iue/>).

1.1. Parámetros del viento

Para caracterizar el viento estelar se emplean dos parámetros fundamentales: la tasa de pérdida de masa y la velocidad terminal. Ambos parámetros se detallan a continuación.

1.1.1. Tasa de pérdida de masa \dot{M}

Es un valor que da cuenta de la cantidad de materia expulsada por la estrella en una unidad de tiempo, generalmente expresada en masas solares por año ($M_{\odot}/\text{año}$). En una estrella como el Sol, este valor es del orden de $10^{-14} M_{\odot}/\text{año}$, mientras que, en las estrellas supergigantes B (que son los objetos de estudio en esta tesis), alcanzan valores típicos entre 10^{-6} y $10^{-7} M_{\odot}/\text{año}$. Es un parámetro que no se mide directamente de la observación, sino que se estima a partir de modelos que se contrastan con observaciones, por ejemplo, utilizando los excesos en el continuo de radiación en el IR y radio mencionados (como en el trabajo de Wendker, 1987), o mediante el ajuste de espectros sintéticos a los observados. La obtención de tasas de pérdida de masa

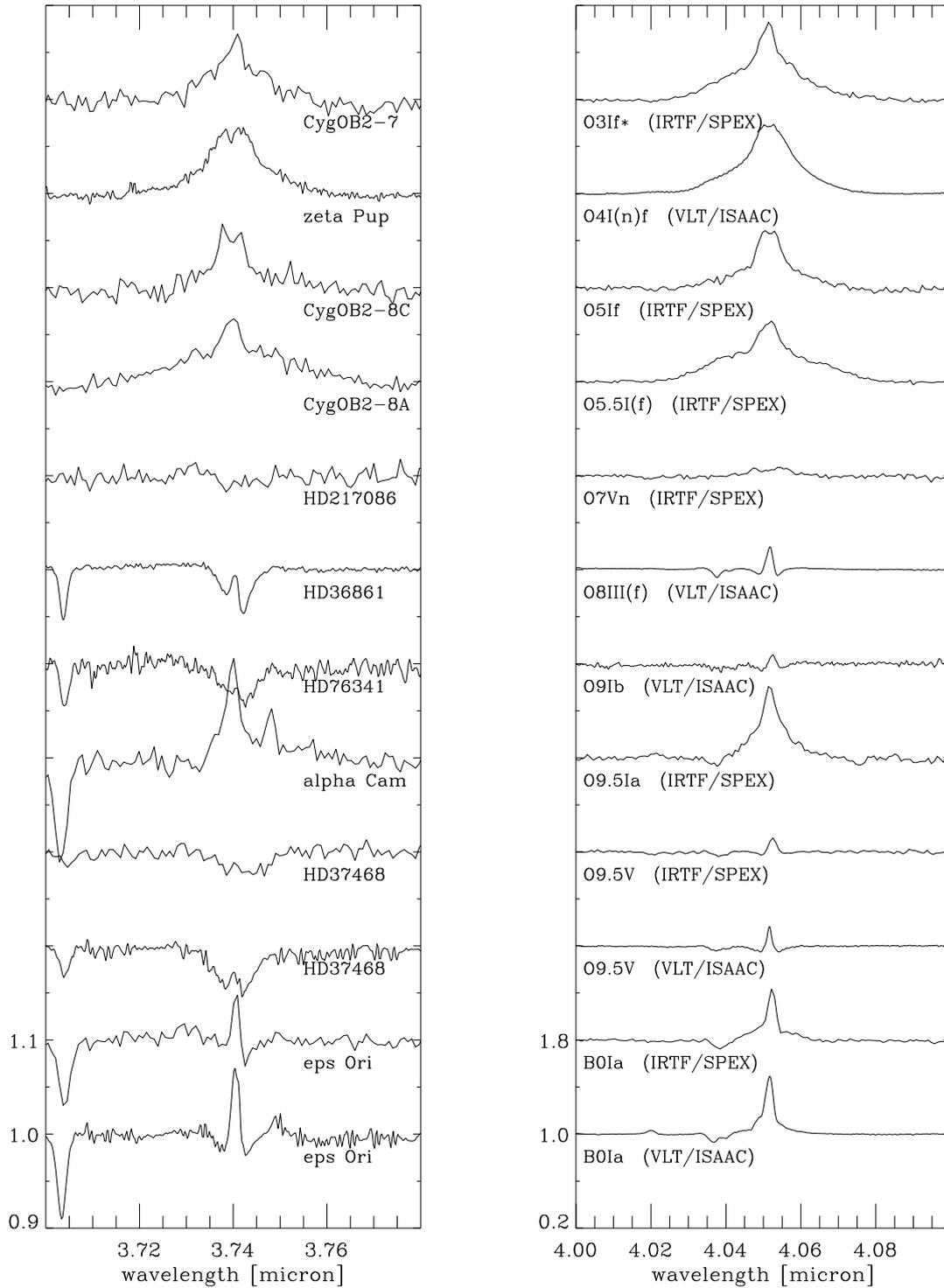


FIGURA 1.2: Algunos perfiles en emisión de estrellas de tipos espectrales O y B, correspondientes a las líneas Pf γ (izquierda) y Br α (derecha), de la región del IR. Estas líneas en emisión son indicadores de vientos estelares. Figura tomada de Najarro et al. (2011).

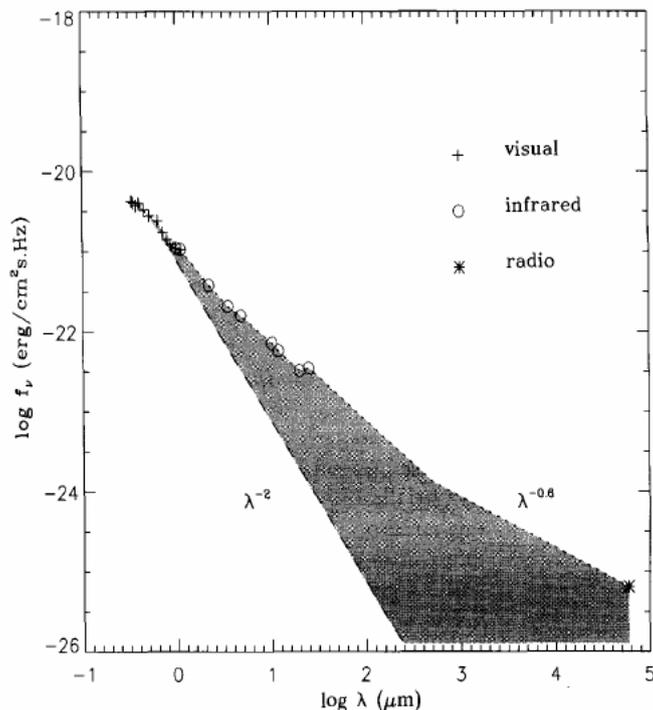


FIGURA 1.3: Distribución espectral de energía de la estrella LBV (*Luminous Blue Variable*) P Cygni (B1-2 Ia-0ep), donde la línea a rayas representa la distribución esperada para una fotosfera en equilibrio hidrostático (sin viento), y la zona sombreada representa el exceso de energía debido al viento. Figura tomada de Lamers & Cassinelli (1999).

mediante la comparación de espectros sintéticos con las observaciones en estrellas tempranas (de tipo O o B) comenzó en los años '70 (por ejemplo, Klein & Castor, 1978), perfeccionándose hasta nuestros días. Entre estos trabajos podemos citar a Fullerton et al. (2006), Markova & Puls (2008), Searle et al. (2008), Haucke et al. (2018), entre otros.

1.1.2. Velocidad terminal v_∞

El viento estelar se modela como un fluido estacionario y homogéneo, con simetría esférica, que se origina en las capas altas de la fotosfera y de ahí en más, se acelera monótonamente hasta cierta distancia. Dicho fluido está compuesto de un plasma pasivo (básicamente hidrógeno y helio) que es acelerado mediante interacciones coulombianas con el plasma activo. El plasma activo está formado por iones de elementos más pesados (Si III, Si IV, O V, C III, C IV, entre otros), que tienen muchas líneas en el UV, por lo cual pueden absorber una gran cantidad de momento del campo de radiación estelar. A medida que el material se aleja de la estrella, el gradiente de velocidad va disminuyendo (dado que la fuerza de radiación para el continuo es proporcional a r^{-2}) hasta ser despreciable, alcanzando el viento una velocidad constante. Esto se debe a

que el material ya no es capaz de absorber momento, razón por la cual, conserva su movimiento. Esta velocidad constante es la llamada “velocidad terminal del viento”, y es la velocidad con la cual el material alcanza el medio interestelar. A diferencia de la tasa de pérdida de masa, es posible estimar este parámetro directamente de las observaciones. Para hacerlo, se mide la velocidad que corresponde a la frecuencia del borde más azul de la componente en absorción del perfil P Cygni, para líneas de resonancia en el UV, como se puede ver en los ejemplos de la Fig. 1.4 (línea continua en verde). Esta medición es más precisa si las líneas son saturadas, es decir, si la intensidad residual en la componente en absorción es nula (línea de puntos). Esto permite que haya una caída pronunciada de la intensidad en el ala azul, permitiendo determinar con buena precisión el punto donde el ala de la línea empalma con el continuo. Si ese no es el caso, es decir, no hay saturación o el ala azul empalma con poca pendiente con el continuo, se obtiene solamente una cota superior de la velocidad terminal. La razón de esta cota es que puede existir un mecanismo de ensanchamiento adicional en el perfil de la línea, que dificulta la localización de la velocidad terminal en el extremo azul del mismo. Algunas líneas utilizadas con este fin corresponden a los iones C IV, N V, Si III o Si IV. Como ejemplo de este tipo de determinación de la velocidad terminal podemos mencionar el trabajo de Lamers et al. (1995).

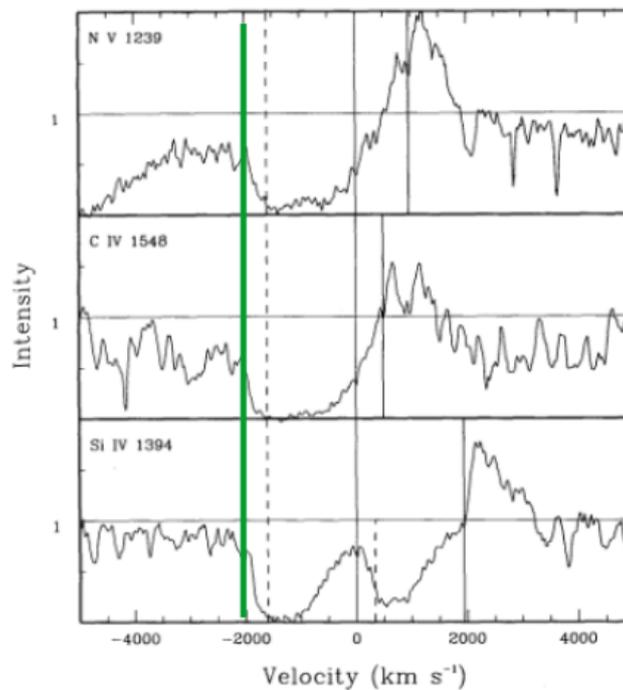


FIGURA 1.4: Ejemplos de la medición de la velocidad terminal v_{∞} (línea continua en verde) en vientos de estrellas masivas, utilizando el borde azul de perfiles P Cygni en el UV, de líneas saturadas correspondientes a elementos ionizados en el viento. Figura tomada de Lamers et al. (1995).

1.2. Perfil P Cygni

La aparición de un perfil P Cygni en el espectro de una estrella masiva está directamente vinculada con la existencia de un viento estelar, por lo que, a continuación, se da una explicación cualitativa de su forma característica. El perfil P Cygni correspondiente a una transición de longitud de onda central λ_0 , está compuesto por una absorción en $\lambda < \lambda_0$ (hacia el azul) seguida de una emisión (casi) centrada en λ_0 , como se muestra en la Fig. 1.1. Este tipo de perfil es característico de estrellas que poseen fuertes vientos estelares, y se puede explicar mediante el efecto Doppler. Considerando un viento con simetría esférica, como podemos ver en la parte superior de la Fig. 1.5, se lo puede separar en distintas secciones, donde cada una hará un aporte distinto al perfil:

- La zona central, donde se encuentra la estrella, emite un continuo de radiación.

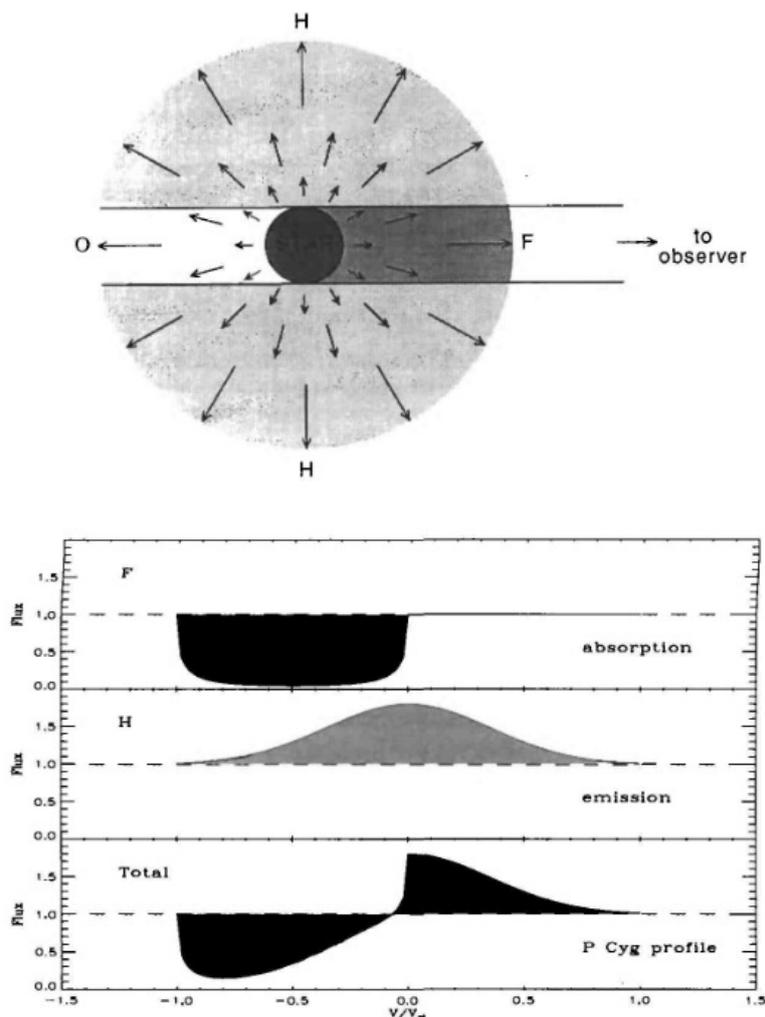


FIGURA 1.5: Esquema de un viento estelar con simetría esférica, que explica la forma del perfil P Cygni (Lamers & Cassinelli, 1999).

- El material que se ubica en la línea de la visual entre el observador y la estrella (zona F del esquema) tiene un movimiento hacia el observador con velocidades que van desde 0 a v_∞ . Por un lado, al tener de fondo una fuente de continuo (la estrella) va a presentar una componente de la línea en absorción pero, por estar moviéndose hacia el observador, estará desplazada hacia el azul (longitudes de onda menores) por efecto Doppler. Así, en el primer panel de la Figura, debajo del esquema del viento, se ve la contribución de esta región, como una absorción en $\lambda < \lambda_0$ o, equivalentemente, en velocidades $-v_\infty \leq v \leq 0$.
- El material que se ubica en la misma línea de la visual pero detrás de la estrella (zona O del esquema) se está alejando del observador pero, al estar tapado por la estrella, no se ve desde la posición del observador.
- El material del viento que se encuentra por fuera de la línea de la visual que intersecta la superficie estelar (a ambos lados de la estrella, zona H) tiene, a su vez, una zona que se acerca al observador, y otra que se aleja. En toda esta región, al no tener la fuente de continuo detrás, tendremos un perfil de emisión que, al estar formado en regiones con distintas velocidades, estará desplazado casi simétricamente a ambos lados de λ_0 . Debido a la ausencia de emisión en las zonas O y F, la componente en emisión del perfil P Cygni será ligeramente más angosta (pues no alcanza v_∞). En el panel del medio, debajo de la Figura 1.5, podemos ver el perfil correspondiente, que abarca el intervalo de velocidades $-v_\infty < v < v_\infty$.

Finalmente el perfil P Cygni² resultante será la suma de las contribuciones mencionadas, que consta de una absorción seguida de una emisión, lo cual será característico en el espectro de las estrellas con vientos estelares. Esto se muestra en el panel inferior de la Figura 1.5.

1.3. Estrellas supergigantes B

Las estrellas supergigantes B tienen masas comprendidas entre 8 y 50 M_\odot , y luminosidades entre 10^5 y $10^{5.6}$ L_\odot (ver, por ejemplo, McErlean et al. 1999, Searle et al. 2008, Markova & Puls 2008). Estas estrellas son rotadores lentos, con $v \sin i \lesssim 100$ km/s. Con respecto a los parámetros del viento de estas estrellas, se mencionó previamente que \dot{M} varía entre 10^{-6} y 10^{-7} $M_\odot/\text{año}$, mientras que los valores de v_∞ abarcan un rango amplio comprendido entre 100 y 2000 km/s. Dentro de esta clasificación se engloban diferentes objetos que pertenecen a distintos estados evolutivos. Inclusive, aún es objeto de debate si algunos de estos objetos queman H o He en su interior (Georgy et al., 2013; Vink et al., 2010).

En general, una estrella de una masa inicial mayor a 20 M_\odot con rotación, realiza un camino evolutivo en el diagrama Hertzsprung-Russell (HR) que consiste en (al

²El nombre del perfil se debe a que fue observado por primera vez en la estrella LBV (*Luminous Blue Variable*) P Cygni (B1-2 Ia-0ep).

menos) un bucle entre las zonas azul y roja del diagrama, pasando por la región correspondiente a las supergigantes B. Así, una estrella observada en esta región podría provenir de la zona azul y moverse hacia la roja (fase de pre-supergigante roja), o al revés (post-supergigante roja, Ekström et al., 2012). Determinar cuál es el caso de cada estrella no es trivial, y hay métodos propuestos para llevar la tarea a cabo (por ejemplo, analizando los modos de pulsación, Saio et al., 2013).

La mayoría de los objetos dentro de la denominación supergigante B presentan variabilidad fotométrica y/o espectroscópica con distintas amplitudes y períodos, por lo que, a su vez, se clasifican en distintos subgrupos (por ejemplo, α Cygni, LBVs, *slowly pulsating B stars*, etc.).

1.4. Componentes Discretas en Absorción

Una variabilidad espectral de las estrellas supergigantes B de especial interés para este trabajo, son las llamadas Componentes Discretas en Absorción (*Discrete Absorption Components*, DACs). Las DACs consisten en una absorción superpuesta al perfil P Cygni que, con el tiempo, migra (o se desplaza) hacia el borde azul del perfil (por ejemplo, ver Howarth & Prinja, 1989). Este desplazamiento se puede dar en una escala temporal de horas a días. Inicialmente, cuando aparecen estas componentes son más bien anchas y, a medida que van migrando al borde azul del perfil, se van angostando. Suelen observarse en las líneas de resonancia UV de elementos ionizados, como Si IV, N V o C IV, aunque también se han observado en el visible (en la línea H α o He II λ 4686 Å, ver Markova, 2000; Richardson et al., 2011). En la Figura 1.6 podemos ver ejemplos de componentes discretas observadas en perfiles UV de Si IV en dos estrellas supergigantes de tipo espectral O (ζ Ori-A y α Cam, Lamers et al., 1982). Por otra parte, en la Figura 1.7 se muestra una secuencia de observaciones de una misma estrella (ξ Per), correspondientes a una campaña de observación realizada por Kaper et al. (1997). En el panel inferior

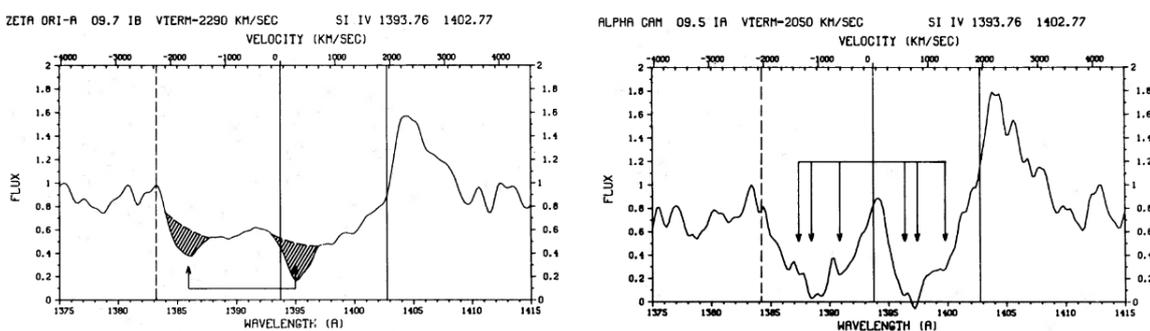


FIGURA 1.6: DACs observadas en los perfiles UV del doblete de Si IV, de las estrellas ζ Ori-A (panel izquierdo, las DACs se muestran sombreadas) y α Cam (panel derecho, las DACs se indican con flechas). Las líneas verticales sólidas indican la longitud de onda central de cada línea (en reposo), mientras que la línea vertical punteada indica la velocidad terminal de la componente más azul. Tomado de Lamers et al. (1982).

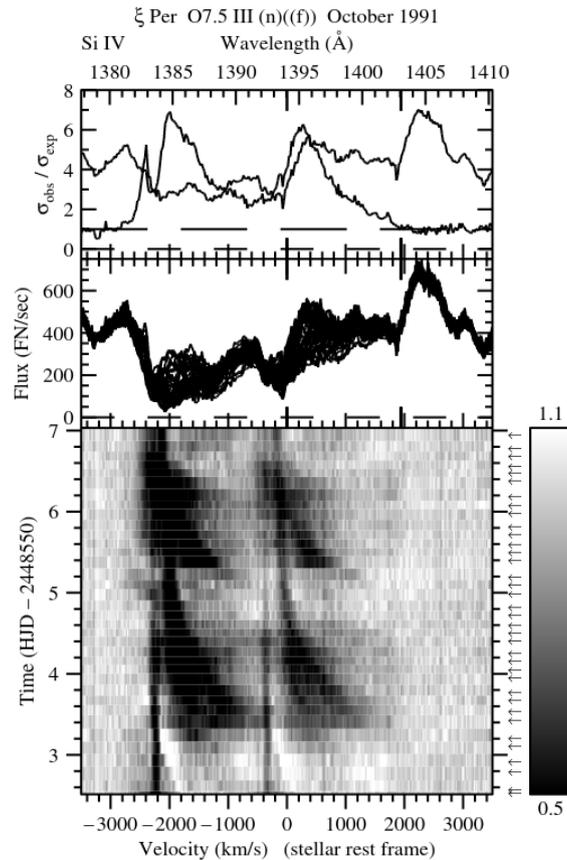


FIGURA 1.7: DACs observadas en el doblete de Si IV de la estrella ξ Per. En el panel superior se muestra el perfil “molde” (en línea delgada) con el que se realizó el espectro residual del panel inferior, mientras que en el panel del medio se pueden ver los perfiles de todas las observaciones superpuestas. En el panel inferior, el eje horizontal representa el desplazamiento en velocidad, respecto a un sistema de referencia en reposo en la superficie de la estrella. Aquí se puede identificar la migración de las DACs hacia la velocidad terminal de cada línea que compone el doblete. Tomado de Kaper et al. (1997).

de dicha Figura se puede ver el espectro residual, mostrando la migración de las DACs hacia la velocidad terminal de la línea, donde se identifican dos componentes discretas intensas, separadas entre sí por un intervalo de dos días. El modelo más aceptado para explicar estas componentes es el de Regiones Interactuantes de Corotación (*Corotating Interaction Regions, CIRs*), sugerido por Mullan (1986) para el Sol, y desarrollado por Cranmer & Owocki (1996) para las estrellas calientes. Este modelo propone que las estructuras observadas se originan por colisiones entre corrientes rápidas y lentas del viento (como consecuencia de la presencia de manchas calientes, y de la rotación de la estrella). Si bien esta teoría puede explicar las DACs observadas, aún no está claro el origen de las distintas corrientes, que tienen propiedades cinemáticas diferentes entre sí.

1.5. Soluciones de la ecuación de movimiento

Para modelar un viento estelar, es necesario resolver las ecuaciones hidrodinámicas que lo describen, considerando la transferencia de momento del campo de radiación al viento. Como hipótesis general, se adopta simetría esférica, “medio homogéneo” y estado estacionario. Esta descripción se ampliará en el capítulo siguiente. Según la teoría CAK (Castor et al., 1975; Abbott, 1982), y, posteriormente en la teoría CAK mejorada o m-CAK, desarrollada por Friend & Abbott (1986) y Pauldrach et al. (1986), la aceleración radiativa, debida a la absorción de momento del campo de radiación por parte del material, se describe mediante la función “multiplicador de fuerza”, que contiene tres parámetros k , α y δ . Una interpretación del parámetro k , es que mide el número efectivo de líneas espectrales capaces de absorber momento del campo de radiación. El parámetro α se puede interpretar como una estimación de la cantidad de líneas ópticamente gruesas respecto a las totales. Si $\alpha = 0$, tendríamos solamente líneas ópticamente delgadas y, por el contrario, si $\alpha = 1$, estaríamos tratando a todas las líneas como ópticamente gruesas. Por lo tanto, como tendremos líneas de ambos tipos, el parámetro α toma valores entre 0 y 1. Sin embargo, es posible otra interpretación, en la que este parámetro representa la pendiente de la distribución de intensidades de líneas espectrales (Puls et al., 2008). Finalmente, el parámetro δ , describe el cambio en la ionización que puede darse a lo largo del viento. Como se desarrollará en el siguiente capítulo, hay distintos tipos o familias de soluciones posibles. Existen las soluciones rápidas (también conocidas como “clásicas”), que tienen valores de v_∞ relativamente altos, y que surgen para valores bajos del parámetro δ , y las soluciones “lentas”. Estas últimas soluciones pueden dividirse en dos grupos diferentes. Uno está compuesto por las soluciones Ω -lentas (Curé, 2004), que corresponden a estrellas con alta rotación, y que son llamadas así por la baja velocidad terminal que resulta de los altos valores que toma el parámetro Ω , que es la tasa rotacional (cociente entre la velocidad de rotación y la velocidad crítica de rotación³). Por otro lado, se encuentran las soluciones δ -lentas (Curé et al., 2011), que aparecen cuando hay cambios en la ionización del material a lo largo del viento. En ambas soluciones lentas, los valores de v_∞ son relativamente bajos en comparación con los valores típicos de las soluciones rápidas. En el espacio de los parámetros de la fuerza de radiación, los dominios de las soluciones rápidas y lentas, están separados por una región donde no se logra convergencia al resolver las ecuaciones de movimiento independientes del tiempo (soluciones estacionarias) empleando códigos hidrodinámicos, que se denomina “brecha” o “gap” (Venero et al., 2016). En la Figura 1.8, se pueden ver las tres familias de soluciones en un gráfico que muestra v_∞ vs. δ y \dot{M} vs. δ para distintos valores de Ω , y la separación entre soluciones rápidas y lentas. Esta región, que fue explorada por Venero et al. (2016), queda establecida por algunos parámetros del modelo adoptado, en especial, δ . Hasta el momento, no se han podido encontrar soluciones estacionarias en la región de la brecha, ya que no se alcanza la convergencia para las ecuaciones correspondientes.

³Velocidad de rotación máxima que puede tener la estrella sin perder el equilibrio hidrostático.

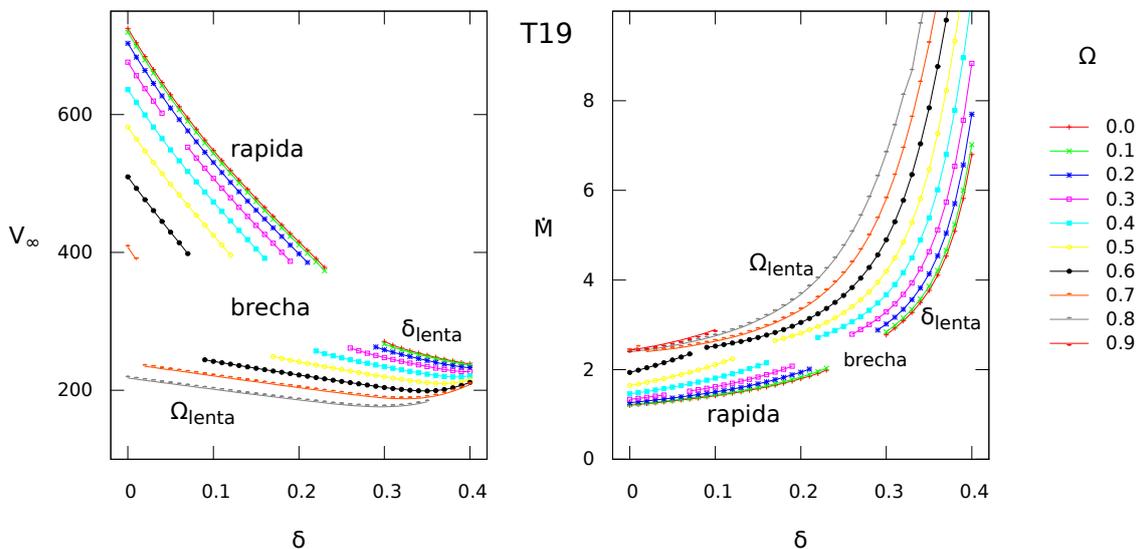


FIGURA 1.8: Velocidad terminal en km/s (panel izquierdo) y tasa de pérdida de masa en unidades de $10^{-6} M_\odot/\text{año}$ (panel derecho), como función del parámetro δ , para distintos valores de Ω , correspondientes a una estrella de $T_{\text{eff}} = 19000$ K. Tomado de Venero et al. (2016).

1.6. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es buscar soluciones hidrodinámicas para valores del multiplicador de fuerza correspondientes al dominio de la brecha, mediante un código dependiente del tiempo. De este modo, se busca resolver el problema de la ausencia de convergencia en las soluciones hidrodinámicas dentro de la brecha que separa las soluciones rápidas y de las δ -lentas. Esta región no ha sido explorada hasta el momento y su estudio podría contribuir a la interpretación de la variabilidad temporal observada en el espectro UV de las estrellas supergigantes B. Para esto, es necesario obtener leyes de velocidad $v(r)$ consistentes con una posible alternancia entre las soluciones rápidas, δ -lentas y las soluciones en la brecha.

En esta tesis se propone que las soluciones dentro de la región de los parámetros de la brecha podrían corresponder a una cierta combinación entre las soluciones rápidas y δ -lentas. Esto generaría una región donde las variables hidrodinámicas (como la velocidad y la densidad, por ejemplo) cambien de una manera abrupta.

La propuesta es que estas estructuras generadas, en última instancia, por cambios en las condiciones de ionización del viento, podrían dar cuenta de algunas características variables observadas en los perfiles de línea del UV y del fenómeno de super-ionización⁴ que se observa en el tipo espectral B (Lamers & Snow, 1978). Particularmente, como se menciona en la sección anterior, es de nuestro interés comprobar si estas soluciones

⁴Las líneas de elementos altamente ionizados son más intensas que las esperadas para el tipo espectral de la estrella determinado a partir de observaciones en el rango óptico.

podrían generar las componentes discretas en absorción (DACs). Por tal motivo, usando como base las diferentes soluciones hidrodinámicas mencionadas, calcularemos perfiles sintéticos UV del ion Si IV, resolviendo el transporte de radiación para medios en movimiento, en el marco de referencia solidario al fluido (*comoving frame*, Mihalas & Kunasz, 1978). En el cálculo de los perfiles de Si IV consideraremos diversos mecanismos de ensanchamiento, entre los cuales, se planea incorporar el ensanchamiento colisional (Stark cuadrático). De este modo, buscamos analizar si estas características espectrales pueden estar relacionadas con vientos en condiciones intermedias entre las soluciones rápidas y δ -lentas.

Con este fin, en el Capítulo 2 se dan las bases de la teoría de vientos impulsados por radiación, en el marco de la teoría m-CAK, y los distintos tipos de soluciones conocidos. A continuación, en el Capítulo 3 se presentan los códigos hidrodinámicos utilizados basados en esta teoría, mientras que en el Capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos de los mismos. Por otro lado, en el Capítulo 5 se comentan brevemente las bases del transporte de radiación en medios en movimiento, y el código utilizado para resolverlo. Luego, en el Capítulo 6 se describen los mecanismos de ensanchamiento considerados, seguido del Capítulo 7 donde se detalla la incorporación del ensanchamiento colisional al código que resuelve el transporte, y se presentan los perfiles obtenidos para las distintas leyes de velocidad encontradas previamente. Por último, en el Capítulo 8 se presentan las conclusiones de este trabajo, y se define el trabajo a futuro.

Vientos impulsados por radiación

En las estrellas masivas, el mecanismo que domina la dinámica del viento estelar es la absorción de momento del campo de radiación. Los fotones emitidos por la estrella, al ser absorbidos (o dispersados) por el material, le transfieren momento a las partículas que componen la atmósfera estelar. Este es el mecanismo que impulsa al viento. Para describir la dinámica del viento, utilizamos las ecuaciones de conservación de masa, de momento y de energía.

2.1. Ecuaciones hidrodinámicas

La conservación de masa para un elemento de volumen dV puede expresarse según

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0,$$

donde ρ es la densidad, \vec{v} es la velocidad y, en principio, ambos dependen de la posición y del tiempo. Integrando esta ecuación en una esfera fija de radio r , se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_V \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV = 0. \quad (2.1)$$

En el primer término de esta ecuación, la integral es igual a la masa de la estrella M_* (contenida dentro del volumen V), por lo que el término completo representa la variación de la masa con respecto al tiempo. Como en el viento estelar la materia es decretada, es decir, expulsada de la estrella, esta variación de masa será negativa. Por lo tanto, la tasa de pérdida de masa (presentada en la Sección 1.1.1) está definida como $\dot{M} = -dM_*/dt$. Con respecto al segundo término de la ecuación, utilizando el teorema de la divergencia, podemos pasar de la integral de volumen a una integral de superficie,

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV = \int_S (\rho \vec{v}) \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 \rho v \quad (2.2)$$

donde v es la componente radial de la velocidad, de la forma $\vec{v} = v \hat{r}$, mientras que el vector $d\vec{S}$ también se ubica en la dirección radial (por ser la superficie una esfera), y consideramos una distribución homogénea de masa. Por lo tanto, la ecuación de conservación de masa resulta

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v = \text{constante.} \quad (2.3)$$

La ecuación de conservación de la energía es de la forma:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} P - \left(\frac{\gamma P}{\rho} \right) \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho \right] = H(T), \quad (2.4)$$

donde P es la presión del gas, γ es el coeficiente adiabático (que es igual al cociente de los calores específicos a presión constante C_p y a volumen constante C_v), y $H(T)$ es la tasa neta de calentamiento o enfriamiento. Esta ecuación permite establecer una ley de temperaturas $T(r)$ para el viento. Sin embargo, se ha demostrado que, bajo la condición de equilibrio radiativo, la temperatura decae lentamente con el radio, tomando un valor aproximado de $0.8 T_{\text{eff}}$ en la superficie estelar, y llegando a $0.6 T_{\text{eff}}$ para una distancia del doble del radio estelar (Drew, 1989). Por lo tanto, esta ecuación suele reemplazarse utilizando una condición de viento isotérmico (es decir, una ley de temperaturas constante), en $0.75 T_{\text{eff}}$.

La ecuación de conservación de momento, también llamada ecuación de movimiento, es la que contiene la información de los procesos que impulsan al viento. Considerando que actúan el gradiente de presión, la aceleración de la gravedad, y la aceleración debida a la presión del campo de radiación, en un sistema con simetría esférica, tenemos

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial r} - \rho \frac{GM_*}{r^2} + \rho g_{\text{rad}}, \quad (2.5)$$

donde G es la constante de gravitación universal, y g_{rad} es la aceleración debida al campo de radiación. Desarrollando la derivada total de v con respecto al tiempo t ,

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} \frac{dr}{dt} = \frac{\partial v}{\partial r} v, \quad (2.6)$$

donde el término $\partial v / \partial t$ es nulo si estamos en el caso estacionario. Así, podemos escribir la ecuación de movimiento como:

$$v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} - \frac{GM_*}{r^2} + g_{\text{rad}}. \quad (2.7)$$

El primer término del miembro de la derecha se debe a la aceleración gravitatoria, con dirección hacia el centro de la estrella, mientras que los siguientes dos términos apuntan en dirección contraria (dado que la coordenada radial r crece hacia afuera,

mientras que la presión del gas P aumenta hacia adentro, la derivada dP/dr es negativa, resultando, entonces, en un término con signo contrario al de la fuerza gravitatoria). Para la presión, adoptamos la ecuación de estado correspondiente a un gas ideal,

$$P = a^2 \rho, \text{ siendo } a = \sqrt{\frac{k_B T}{\mu m_H}}, \quad (2.8)$$

la velocidad del sonido isotérmica para un gas ideal (que se considera prácticamente constante en el viento). Aquí, k_B es la constante de Boltzmann, m_H es la masa del átomo de hidrógeno, y μ es el peso molecular medio de las partículas del gas. Luego, la derivada de la presión con respecto a la posición será

$$\frac{dP}{dr} = a^2 \frac{d\rho}{dr}, \quad (2.9)$$

donde la derivada $d\rho/dr$ puede obtenerse derivando la ecuación de continuidad (Ec. 2.3) considerando constante a la tasa de pérdida de masa,

$$\frac{2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dr} = 0 \rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = -\frac{2}{r} - \frac{1}{v} \frac{dv}{dr}. \quad (2.10)$$

Por lo tanto, reemplazando y acomodando los términos, la ecuación de movimiento resulta

$$\left(1 - \frac{a^2}{v^2}\right) v \frac{dv}{dr} = \frac{2a^2}{r} - \frac{GM_*}{r^2} + g_{\text{rad}}. \quad (2.11)$$

Para el desarrollo del término g_{rad} , podemos suponer que el campo de radiación está formado por el continuo al que se le superponen las líneas espectrales, por lo que será, a su vez, una suma: $g_{\text{rad}}^C + g_{\text{rad}}^L$. La aceleración radiativa debida al continuo se compone de las contribuciones de la dispersión Thomson por electrones libres, las transiciones ligado-libre y las libre-libre. Para el caso de las estrellas masivas, esta aceleración es dominada por la dispersión Thomson (debido al alto nivel de ionización del medio), por lo que resulta (según Castor, 1974b),

$$g_{\text{rad}}^C = \frac{\sigma_e L_*}{4\pi r^2 c}, \quad (2.12)$$

donde L_* es la luminosidad bolométrica de la estrella, $\sigma_e = 6.65 \times 10^{-25} \text{cm}^2$ es el coeficiente de absorción debido a scattering Thomson, y c es la velocidad de la luz. Como esta aceleración tiene la misma dependencia en la coordenada radial r que el término de aceleración gravitatoria, ambos se pueden agrupar según

$$g + g_{\text{rad}}^C = -\frac{GM_*(1 - \Gamma)}{r^2}, \quad \text{con } \Gamma = \frac{\sigma_e L_*}{4\pi c GM_*}. \quad (2.13)$$

2.1.1. Aproximación de Sobolev

Para aproximar la aceleración correspondiente a las líneas g_{rad}^L , se adopta una función de distribución de intensidades para las líneas, y se considera que, para cada una, se puede utilizar la aproximación de Sobolev (1960). En esta aproximación, se considera que la interacción entre fotones y materia se da en una región acotada de tamaño igual a la longitud de Sobolev L^{sob} (dado que el gradiente de velocidad es muy alto), definida como

$$L^{\text{sob}} = \frac{v_{th}}{dv/dr}, \quad (2.14)$$

donde v_{th} es la velocidad térmica (definida más abajo). Dentro de esta región, la opacidad, la función fuente y el gradiente de velocidad se mantienen constantes (siendo prácticamente cantidades locales). El término de la aceleración debida a las líneas, g_{rad}^L , se calcula mediante una sumatoria sobre todas las líneas espectrales para todos los iones posibles. Los estados de ionización posibles para cada elemento de la tabla periódica son entre 6 y 7, mientras que las líneas espectrales son del orden de millones, por lo que el término g_{rad}^L conlleva un cálculo numérico importante. La contribución de la aceleración debida a las líneas respecto a la aceleración debida al continuo, se puede expresar con la función llamada multiplicador de fuerza $M(t)$, de la forma:

$$g_{\text{rad}}^L/g_{\text{rad}}^C = M(t) = \sum_{\text{líneas}} \frac{\Delta\nu_D F_\nu}{F} \frac{1}{t} (1 - e^{-\eta t}). \quad (2.15)$$

Aquí, F_ν es el flujo emergente del disco estelar, F es el flujo emergente integrado en sobre todas las frecuencias, η es el cociente entre la opacidad de la línea y la opacidad de dispersión Thomson, t es el parámetro de profundidad óptica para una atmósfera en expansión, y $\Delta\nu_D$ es el ancho Doppler. El parámetro η queda definido según

$$\eta = \frac{\pi e^2}{m_e c} g_l f_{ul} \frac{n_l/g_l - n_u/g_u}{\rho \sigma_e \Delta\nu_D}, \quad (2.16)$$

donde m_e y e son la masa y la carga del electrón respectivamente, f_{ul} es la intensidad de oscilador de la línea, mientras que g_u , g_l , n_u y n_l son los pesos estadísticos y las poblaciones de los niveles involucrados, respectivamente (siendo l el nivel de menor energía y u , el de mayor energía). El parámetro de profundidad óptica t fue definido por Castor (1974a),

$$t = \frac{\sigma_e \rho v_{th}}{dv/dr}, \quad (2.17)$$

por lo que la profundidad óptica de una línea del viento se puede expresar como $\tau_L = t\eta$. El ancho Doppler $\Delta\nu_D$ está definido como

$$\Delta\nu_D = \frac{v_{th}}{c} \nu_0, \text{ con } v_{th} = \sqrt{\frac{2k_B T}{A_i m_i}}, \quad (2.18)$$

que es la velocidad térmica, definida como la velocidad media de los iones que conducen el gas (según la distribución de Maxwell-Boltzmann), A_i es el número másico de los

iones, m_i es su masa, y ν_0 es la frecuencia de la línea. En la Fig. 2.1 se representa la dependencia del multiplicador de fuerza $M(t)$, para distintos valores de T_{eff} , donde los logaritmos de $M(t)$ y t tienen un comportamiento casi lineal.

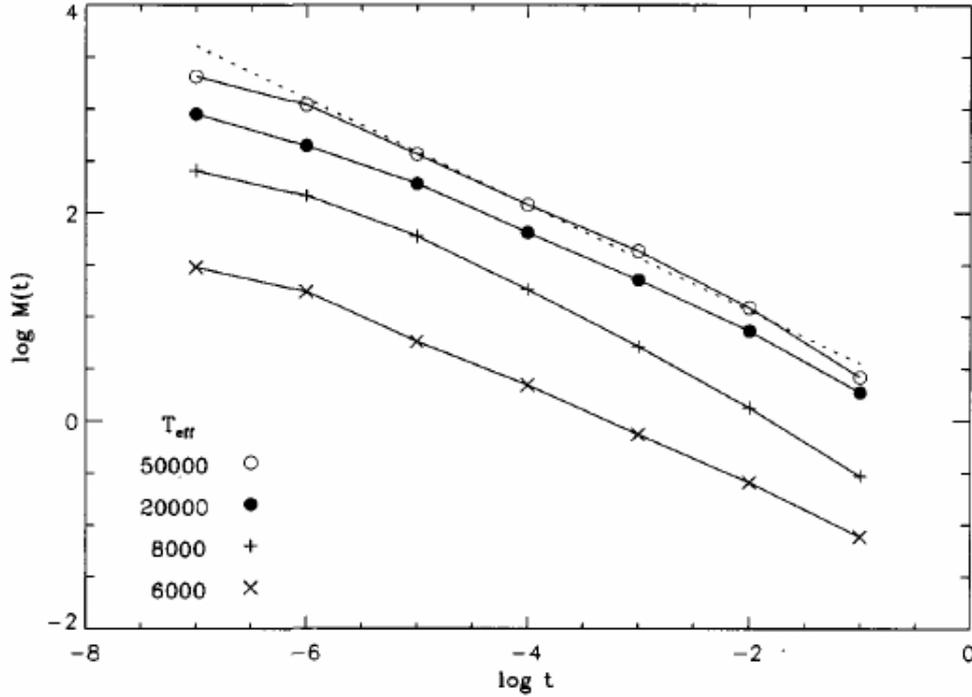


FIGURA 2.1: Multiplicador de fuerza $M(t)$ en escala logarítmica, para distintos valores de T_{eff} . Figura tomada de Lamers & Cassinelli (1999).

2.2. Teoría CAK

La teoría CAK fue planteada originalmente por Castor et al. (1975) y Abbott (1982), quienes consideraron a la estrella como una fuente puntual. La propuesta de esta teoría es una aproximación de la sumatoria sobre las líneas en la función multiplicador de fuerza $M(t)$, que consiste en un ajuste mediante una ley de potencias de t , con dos parámetros α y k , de la forma:

$$M(t) = kt^{-\alpha} \propto \left(\frac{dv/dr}{\rho} \right)^\alpha. \quad (2.19)$$

Recordemos que una interpretación de k , es que está asociado a la cantidad efectiva de líneas que absorben momento del campo de radiación, mientras que una interpretación de α , indica que es la proporción de líneas ópticamente gruesas respecto a las totales.

Además, Abbott (1982) consideró cambios en la ionización a lo largo del viento, modificando el multiplicador de fuerza de la siguiente forma:

$$M(t) = kt^{-\alpha} \left(\frac{n_e}{W(r)} \right)^\delta, \quad (2.20)$$

donde n_e es la densidad numérica de electrones y $W(r)$ es el factor de dilución del campo de radiación, dado según

$$W(r) = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_*}{r} \right)^2} \right], \quad (2.21)$$

donde R_* es el radio de la estrella. En la Tabla 2.1 se muestran valores calculados por Abbott (1982), Shimada et al. (1994) y Pauldrach et al. (1986) de los parámetros k , α y δ , para distintos valores de T_{eff} y $\log(g)$.

T_{eff} [K]	$\log(g)$	k	α	δ	Referencia
6000	0.5	0.064	0.465	0.160	A
8000	1.0	0.114	0.542	0.020	A
10000	1.5	0.866	0.454	0.058	S
15000	2.0	0.922	0.446	0.134	S
20000	2.5	0.709	0.470	0.089	S
30000	3.5	0.375	0.522	0.099	S
40000	4.0	0.483	0.526	0.061	S
50000	4.5	0.917	0.510	0.040	S
20000		0.320	0.565	0.020	P
30000		0.170	0.590	0.090	P
40000		0.124	0.640	0.070	P
50000		0.124	0.640	0.070	P

Tabla 2.1: Parámetros de la teoría CAK calculados para distintos valores de T_{eff} y $\log(g)$. La referencia indica quienes realizaron los cálculos: A = Abbott (1982), B = Shimada et al. (1994), C = Pauldrach et al. (1986). Tabla tomada de Lamers & Cassinelli (1999, pag. 219).

2.2.1. Parametrización alternativa

El parámetro k tiene dos interpretaciones posibles: representa el número efectivo de líneas que contribuyen a la aceleración, o es la fracción neta de flujo fotosférico que sería

bloqueo inmediatamente en la fotosfera, si todas las líneas fueran ópticamente gruesas (Puls et al., 2000). Es por esto que, Gayley (1995) propuso otra parametrización del multiplicador de fuerza $M(t)$ mediante un producto de dos parámetros, $M(t) = \bar{P} \bar{Q}$, con el fin de separar las contribuciones: \bar{Q} depende de las características atómicas de las líneas involucradas, y \bar{P} es el factor de corrección de auto-bloqueo o *self-shadowing*, que depende de la densidad del viento y de su dinámica. De esta manera, se pretende utilizar \bar{Q} en reemplazo de k . Es posible relacionar ambas parametrizaciones mediante la relación

$$k = \frac{1}{1 - \alpha} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{5.5 \times 10^{12}} \right)^{\alpha/2} \bar{Q}^{(1-\alpha)}. \quad (2.22)$$

Se destaca esta parametrización dado que se utilizará más adelante.

2.3. Teoría m-CAK

La teoría estándar para modelar los vientos de las estrellas masivas es la teoría m-CAK, también llamada CAK modificada. Fue desarrollada por Pauldrach et al. (1986) y Friend & Abbott (1986), quienes mejoraron la teoría para considerar el tamaño finito del disco estelar, ya que la teoría CAK solo consideraba una fuente puntual (con todos los fotones viajando en dirección radial). En el esquema de la Fig. 2.2 se puede ver que, al estar cerca de la estrella, los fotones no se reciben solamente en la dirección radial, sino que se reciben en todo el ángulo subtendido por la estrella, vista desde esa distancia r .

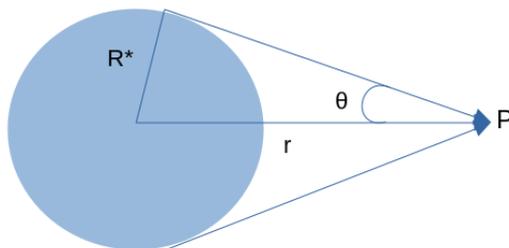


FIGURA 2.2: Esquema de la radiación recibida por un punto a una distancia r de la estrella. En el punto P se recibe radiación de todo el ángulo subtendido por la estrella, y no solamente en dirección radial (como se plantea al considerar la estrella como una fuente puntual).

Al incluir este efecto, aparece un factor de corrección CF en el multiplicador de fuerzas, dado por

$$CF = \frac{(1 + \sigma)^{1+\alpha} - (1 + \sigma \mu_*^2)^{1+\alpha}}{\sigma(1 + \alpha)(1 + \sigma)^\alpha(1 - \mu_*^2)}, \quad (2.23)$$

donde α es uno de los parámetros de ajuste del multiplicador de fuerzas, μ_* representa el coseno del ángulo medido entre el centro de la estrella y el borde del disco estelar,

visto desde la posición r donde se calcula la aceleración ($\mu_* = \cos \theta$, ver Fig. 2.2); mientras que σ es una variable definida de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{r}{v} \frac{\partial v}{\partial r} - 1. \quad (2.24)$$

Mediante esta teoría también incorporaron los efectos debidos a la rotación estelar. Para incluirla, se agrega un término adicional a la ecuación de momento (2.7), y para describirla se define el parámetro Ω , como el cociente entre la velocidad de rotación en el ecuador estelar y la velocidad de rotación máxima que puede tener la estrella sin perder el equilibrio hidrostático, $\Omega = V_{rot}/V_{max}$ ($0 < \Omega < 1$). Este término se puede agrupar con los términos de aceleración gravitatoria y del continuo del campo de radiación, formando así una gravedad efectiva de la forma

$$g_{\text{eff}} = g + g_{\text{rad}}^C + g_{\text{rot}} = -\frac{GM_*(1-\Gamma)}{r^2} \left(1 - \Omega^2 \frac{R_*}{r}\right). \quad (2.25)$$

Por otro lado, el término de la aceleración debida a las líneas, resulta

$$g_{\text{rad}}^L = M(t) g_{\text{rad}}^C = kt^{-\alpha} \left(\frac{n_e}{W(r)}\right)^\delta CF g_{\text{rad}}^C, \quad (2.26)$$

donde, utilizando las expresiones de t y g_{rad}^C , y haciendo uso de la ecuación de conservación de masa (2.3) para despejar la densidad ρ , el término toma la forma:

$$g_{\text{rad}}^L = \frac{C}{r^2} CF \left(\frac{n_e}{W(r)}\right)^\delta \left(r^2 v \frac{dv}{dr}\right)^\alpha, \quad (2.27)$$

siendo C el autovalor de la ecuación, que contiene la tasa de pérdida de masa:

$$C = kGM_*\Gamma \left(\frac{4\pi}{\sigma_e \dot{M} v_{th}}\right)^\alpha. \quad (2.28)$$

Se debe tener en cuenta que la aceleración debida a las líneas depende de r , v y dv/dr .

Por lo tanto, la ecuación de movimiento resulta

$$\left(1 - \frac{a^2}{v^2}\right) v \frac{dv}{dr} = \frac{2a^2}{r} + g_{\text{eff}}(r) + g_{\text{rad}}^L(r, v, dv/dr). \quad (2.29)$$

Esta ecuación tiene una singularidad y no tiene solución analítica. Haciendo un adecuado cambio de variables se pueden definir un punto crítico y una velocidad crítica, exigiendo condiciones de regularidad y singularidad (Curé, 2004; Curé & Araya, 2023).

La parametrización m-CAK, entonces, requiere de tres parámetros (α , δ y k), que deben ser obtenidos mediante la solución simultánea de la ecuación de conservación de momento y la ecuación del transporte (dado que, para calcular la Ec. 2.15, es necesario conocer el campo de radiación). Otra alternativa más sencilla para estudiar el comportamiento de la solución hidrodinámica es variar los parámetros del multiplicador de fuerza dentro del rango de valores típicos (por ejemplo, de la Tabla 2.1).

2.4. Ley β

A partir de la teoría clásica CAK, se obtienen soluciones de la ecuación de momento que corresponden a vientos con altas velocidades terminales y tasas de pérdida de masa, las cuales son adecuadas para describir las características de las estrellas O y B tempranas. Estas soluciones clásicas no consideraban, inicialmente, rotación. La solución obtenida originalmente por la teoría CAK (al despreciar la presión del gas) se asemeja a una ley β de velocidades, dada por

$$v(r) = v_{\infty} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{\beta}, \text{ con } r_0 = R_{*} \left[1 - \left(\frac{v(R_{*})}{v_{\infty}}\right)^{1/\beta}\right] \quad (2.30)$$

con $\beta = 0.5$ (Castor et al., 1975). La ley β es una ley empírica que ya se utilizaba a mediados del siglo XX para describir el comportamiento del viento. Dada su simplicidad y forma analítica, esta ley reemplazó a la solución hidrodinámica dado que surge como una aproximación de la teoría CAK. Posteriormente, con el desarrollo de la teoría m-CAK, se obtuvo que el valor de β podía ser del orden de 0.8 o 1. En la Fig. 2.3 podemos ver el gráfico de esta ley para distintos valores de β . Sin embargo, para modelar los vientos de las supergigantes B mediante una ley β (es decir, ajustar líneas espectrales mediante códigos que resuelven el transporte radiativo, con β , v_{∞} y \dot{M} como parámetros libres), es necesario adoptar valores grandes para el parámetro β (del orden de 2, 3 o mayores). Esto no es un resultado directo de las ecuaciones, sino una extensión *ad-hoc* de las predicciones de la teoría.

2.5. Familias de soluciones

Las primeras soluciones de la ecuación de movimiento (reemplazando ρ de la ec. de conservación de masa en la ec. de conservación de momento) que se encontraron, son las llamadas “soluciones rápidas” (o clásicas). Estas soluciones corresponden a modelos con baja rotación ($\Omega \lesssim 0.8$) y $\delta \lesssim 0.2$, prediciendo altas velocidades terminales del viento (del orden o mayores que 1000 km s^{-1}). En la Fig. 2.4, se muestra una comparación entre las soluciones rápidas y la ley β , y se puede ver que son similares a menores valores de β .

Al notar que, para las supergigantes B, el valor del parámetro β debía ser del orden de 2, se buscaron otras soluciones de la ecuación de movimiento. En un principio, para valores altos de Ω , las soluciones presentan problemas numéricos (Friend & Abbott, 1986). Curé (2004) logró extender las soluciones hidrodinámicas para valores de $\Omega \gtrsim 0.8$ (es decir, altos rotadores), encontrando una nueva familia de soluciones que presentaban velocidades terminales, v_{∞} , más bajas que las anteriores, y válidas solamente en el ecuador estelar. Posteriormente, Curé et al. (2011) también mostraron la existencia de soluciones lentas (con una velocidad terminal relativamente baja y simetría esférica) pero esta vez considerando valores de $\delta \gtrsim 0.2$ ¹. Así, se tienen tres familias de soluciones:

¹Estos valores de δ se esperan al estudiar vientos con grandes gradientes de ionización, en particular mayores a $\delta = 1/3$, que corresponde a H totalmente ionizado (Puls et al., 2000).

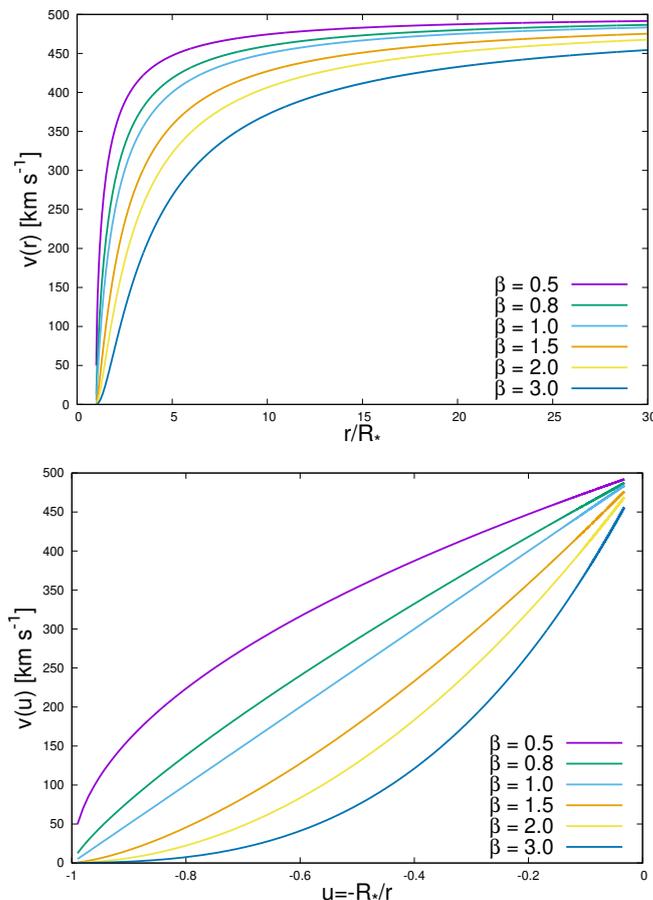


FIGURA 2.3: Ejemplos de la ley β graficada en función del radio r/R_* (panel superior) y de la variable $u = -R_*/r$ (panel inferior) para distintos valores del parámetro β , considerando $v(R_*) = 0.1$ km/s.

las rápidas (clásicas), las Ω -lenta ($\Omega \gtrsim 0.8$, alta rotación) y las δ -lentas (para $\delta \gtrsim 0.2$). Las últimas dos familias de soluciones mencionadas corresponden a soluciones lentas (δ -lentas y Ω -lentas, presentan baja v_∞), mientras que las soluciones clásicas se corresponden con las soluciones rápidas (de alta v_∞). En la Fig. 2.5 podemos ver ejemplos de las tres familias de soluciones.

Además, en el panel superior de la Fig. 2.6, podemos ver la comparación de una solución δ -lenta con la ley β , para distintos valores de β . Por otro lado, en el panel inferior de dicha Figura se puede ver una comparación similar entre una solución Ω -lenta y la ley β , que es válida en el ecuador estelar. En ambas comparaciones, se puede ver que ningún valor de β logra aproximar adecuadamente la ley con la solución hidrodinámica exacta.

Los dominios de las soluciones fueron estudiados por Venero et al. (2016), especialmente la región en el espacio del parámetro δ , encontrando que las soluciones rápidas y las δ -lentas están separadas entre sí por una región en la que, en principio, no se encuentran soluciones. A esa región se la llama “brecha” (o *gap*, ver Fig. 1.8).

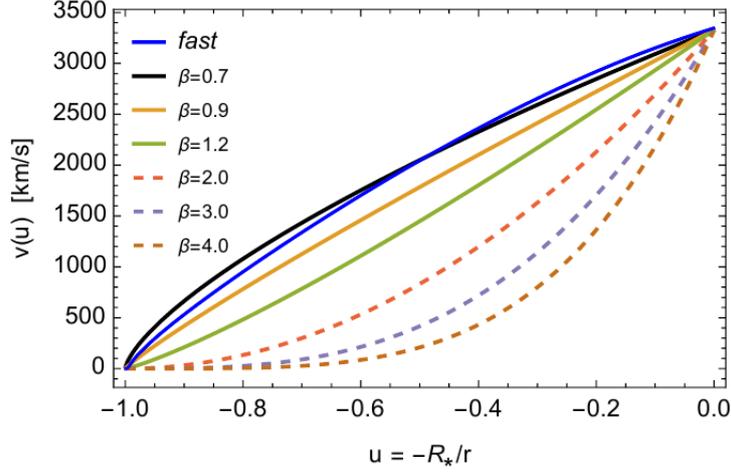


FIGURA 2.4: Comparación entre una solución rápida (en azul) y la ley β (para distintos valores de β , en colores). Figura tomada de Curé & Araya (2023).

Por otro lado, en la Tabla 2.2 podemos ver valores típicos de Ω y de los parámetros α , δ y k que originan los distintos tipos de soluciones. Las características de la brecha (ancho y posición, dados por δ_{\min} y δ_{\max}) dependen de los parámetros básicos de las estrellas como T_{eff} , $\log(g)$, Ω y, en menor medida, de α . Por ejemplo, adoptando los parámetros fundamentales correspondientes a una estrella de $T_{\text{eff}} = 18000$ K, $\log(g) = 2.5$, $\Omega = 0.27$, $\alpha = 0.515$ y $k = 0.104$, la brecha corresponde a valores de δ en el intervalo $0.202 < \delta < 0.238$. Estos α y k corresponden a valores medios publicados por Venero et al. (2023), para un modelo de $T_{\text{eff}} = 18000$ K. Para estos parámetros, en la Figura 2.7 se pueden ver las soluciones en el régimen rápido y en el lento, que resultan de resolver la ecuación de movimiento para un caso estacionario (ver Capítulo 3). Se puede notar cómo cambia la velocidad terminal alcanzada por el viento en cada tipo de solución (las soluciones rápidas tienen mayores velocidades terminales que las soluciones lentas).

Régimen del viento	Tipo de solución	α	δ	k	Ω
rápido	clásica	$0.4 \lesssim \alpha \lesssim 0.5$	$\delta < \delta_{\min}$	$0.1 \lesssim k \lesssim 0.3$	$\Omega < 0.8$
lento	Ω -lenta				$\Omega \geq 0.8$
	δ -lenta		$\delta > \delta_{\max}$		$\Omega < 0.8$

Tabla 2.2: Valores típicos de los parámetros α , δ , k y Ω de la teoría m-CAK para estrellas masivas. Los valores δ_{\min} y δ_{\max} dependen además de los parámetros básicos de la estrella como T_{eff} y $\log(g)$, y son cercanos a 0.2.

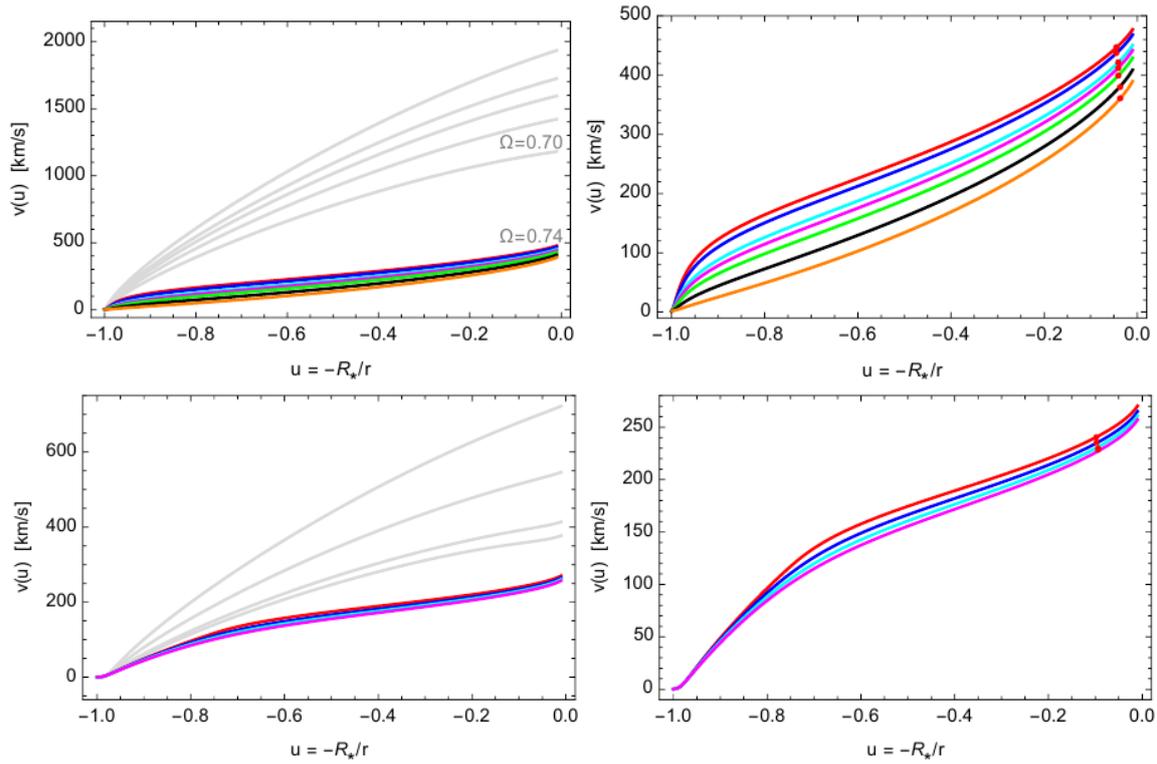


FIGURA 2.5: Leyes de velocidad para las distintas familias de soluciones. En el panel superior izquierdo hay una comparación entre las soluciones rápidas (en gris) y las Ω -lentas (en colores, correspondientes a distintos valores de Ω), mientras que en el superior derecho se grafican solamente las soluciones Ω -lentas. Análogamente, en el panel inferior izquierdo hay una comparación entre las soluciones rápidas (en gris) y las δ -lentas (en colores, correspondientes a distintos valores de δ), mientras que en el inferior derecho se grafican solamente las soluciones δ -lentas. En los paneles de la derecha, se indica la posición del punto crítico de cada solución mediante puntos rojos. Tomado de Curé & Araya (2023).

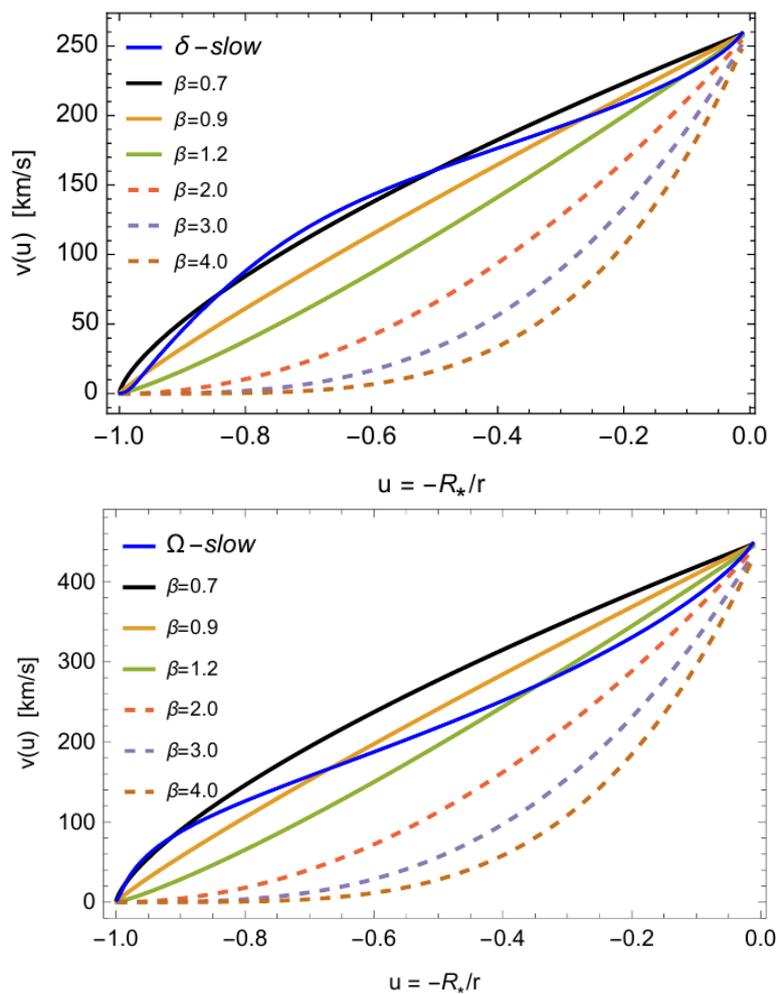


FIGURA 2.6: Comparación entre soluciones lentas y la ley β . Panel superior: solución δ -lenta y la ley β (para distintos valores de β , en colores). Panel inferior: solución Ω -lenta (en azul) y la ley β (para distintos valores de β , en colores). Recordar que la solución Ω -lenta es válida solamente en el ecuador estelar. Tomado de Curé & Araya (2023).

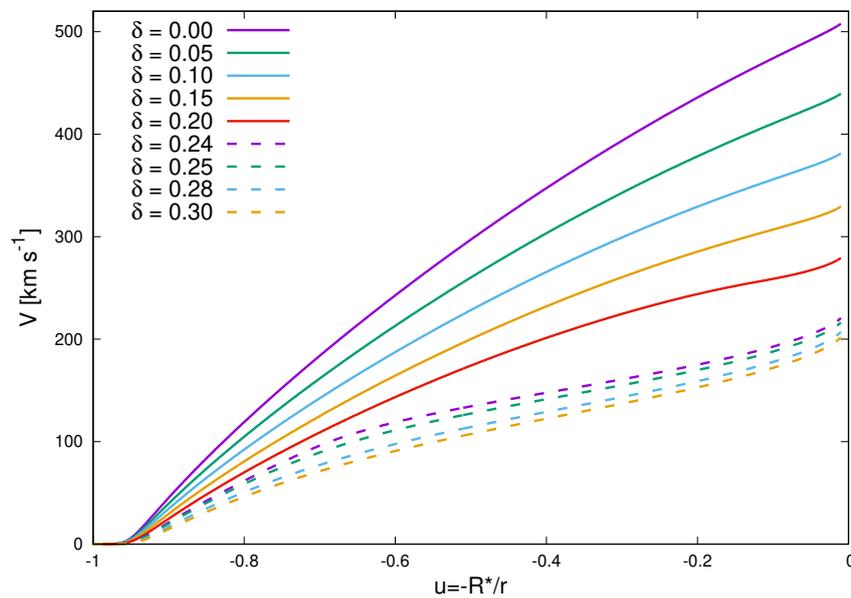


FIGURA 2.7: Leyes de velocidad correspondientes a distintos valores del parámetro δ . En líneas sólidas se representan las soluciones rápidas (para $0.00 \leq \delta \leq 0.20$), mientras que en líneas a rayas se representan las soluciones δ -lentas (para $0.24 \leq \delta \leq 0.30$). Para valores de δ en el rango $0.20 < \delta < 0.24$ no se grafican soluciones ya que esa región corresponde a la brecha.

Códigos hidrodinámicos

En este capítulo se presentan dos códigos numéricos que resuelven las ecuaciones hidrodinámicas para el viento, utilizando la conservación de masa y de momento. Estos códigos, llamados Hydwind y ZEUS-3D, son los que se utilizan en este trabajo en búsqueda de soluciones en la región correspondiente a la brecha antes mencionada.

3.1. Código Hydwind

El código Hydwind fue desarrollado por Curé (2004) para resolver la ecuación de movimiento para un viento impulsado por radiación en simetría esférica, en estado estacionario, bajo la formulación de la teoría m-CAK. Este código está escrito en lenguaje Fortran, y su ejecución se realiza en menos de 1 minuto. Los parámetros de entrada del código, necesarios para iniciar la ejecución, están contenidos en un archivo nombrado `for011.dat`. Como se puede ver en el ejemplo de la Tabla 3.1, en este archivo debemos dar un nombre al modelo, seguido de los parámetros fundamentales de la estrella T_{eff} [K], $\log(g)$, R_* [R_{\odot}] y Ω . Luego se indican los parámetros del multiplicador de fuerza, según la teoría m-CAK α , δ y k . Para simplificar la obtención de sucesivos modelos, consideramos un nombre para el modelo que incluya los valores de los parámetros fundamentales de la estrella, y los de la teoría m-CAK. Además, se elige una condición de borde, para la que hay dos opciones: que la profundidad óptica en la fotosfera sea $\tau = 2/3$, o fijar un valor para la densidad ρ en la base de la fotosfera. En este trabajo utilizamos la primer condición mencionada, para garantizar que no haya dependencia con el modelo de fotosfera. El código tiene dos modos de uso, que son `FAST` y `MANUAL`. Al primer modo lo utilizamos para obtener soluciones rápidas (clásicas), mientras que, para obtener soluciones lentas, utilizamos el modo `MANUAL`. El código utiliza una ley de velocidad inicial (también conocida como solución semilla), descripta mediante una ley β (Ec. 2.30). Como puede verse en la Tabla 3.1, los parámetros de la solución semilla son `VINF` (velocidad final de la solución semilla), `VPROP` (autovalor C) y `BETA_INI` (valor inicial del parámetro β). Es a partir de estos parámetros iniciales que

'180-250-023-27-104-515-000'	MODEL NAME
18000.d0,2.5d0,23.d0,0.27d0	TEFF, LOGG, RSTAR, VROT
0.104d0,0.515d0,0.000d0	K, ALPHA, DELTA
0.1 1.0	YHE, ZHE
'ppk' 'sp'	THEORY , TAU INTERPOLATION
'tau'	0.0d-11 /TAU 2/3 (TAU) OR DENS (DEN), DENS VALUE
'FAST' 1.5 450.d0 100.d0	FAST-DSLOW-MANUAL, BETA_INI, VINFL, VPROP
1.0d0 100.d0 500	R_INITIAL, R_FINAL, # POINTS
1.e-6 1.e-4	ERROR TOLERANCE, ERROR...?

Tabla 3.1: Ejemplo del archivo `for011.dat` que se utiliza como entrada del código Hydwind.

el programa busca una solución convergida. Esta convergencia puede ser complicada de obtener, teniendo que variar los parámetros iniciales para conseguirla. Otra dificultad que se puede presentar, es que el gradiente de velocidad de la solución “aparentemente convergida” no siempre sea continuo (puede presentar un salto), en ese caso, la solución no es válida y se debe seguir buscando la convergencia. Una vez que el código da una solución bien convergida, se obtienen dos archivos de salida, nombrados `for002.dat` y `for007.dat`. En el primer archivo obtenemos la información del modelo, junto con los parámetros calculados (en particular, nos interesan los valores resultantes para \dot{M} y v_∞). El archivo de salida `for007.dat` tiene, entre otras, columnas relevantes como: r , u , v , dv/dr , y ρ . En la Fig. 3.1 podemos ver ejemplos de funciones $v(r)$ obtenidas con el código Hydwind.

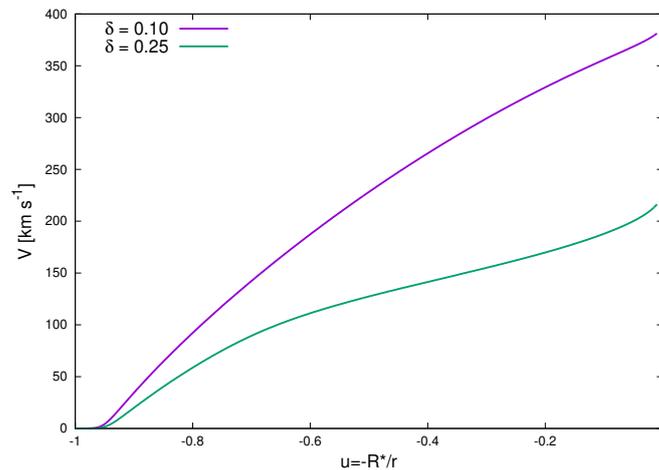


FIGURA 3.1: Ejemplo de soluciones rápida (en violeta) y δ -lenta (verde) obtenidas con el código Hydwind.

3.2. Código ZEUS-3D

El código ZEUS-3D¹ (de aquí en más referido como Zeus) fue desarrollado por Clarke (1996, 2010) para resolver la ecuación de momento en escenarios astrofísicos muy variados, que pueden incluir campos magnéticos, discos y otros fenómenos. El código puede descargarse de la web (<http://www.ap.smu.ca/~dclarke/zeus3d/version3.6/home.html>) y, en este caso, se usó una adaptación de Zeus, desarrollada por Araya et al. (2018), para obtener las soluciones hidrodinámicas de un viento impulsado por radiación, bajo la formulación de la teoría m-CAK. En este trabajo, se lo utiliza además con la condición de simetría esférica, quedando así en una dimensión (1-D). El código está desarrollado en lenguaje Fortran, y el tiempo de ejecución está entre 2 y 3 minutos. El programa utiliza una solución inicial o semilla, que evoluciona temporalmente hacia una solución final, según los parámetros de la fuerza de radiación dados en la entrada. Para ejecutar el código se utiliza un archivo de entrada, llamado `inzeus`, que contiene parámetros del modelo y de la fuerza de radiación. En la Tabla 3.2 se puede ver un ejemplo de este archivo, donde las variables relevantes usadas en este trabajo, se detallan a continuación:

- `x1min`, `x1max`: valores mínimo y máximo, respectivamente, para la distancia r (en unidades de R_{\odot}).
- `tlim`: tiempo total de la simulación, expresado en s .
- `ptmass`: masa de la estrella, expresada en g .
- `ciso`: velocidad del sonido isotérmica, expresada en cm/s .
- `dtusr`: intervalo de tiempo de la simulación, expresado en s .
- `dwind`: densidad en la base del viento, expresada en cm^{-3} .
- `xml`: tasa de pérdida de masa, expresada en $10^{-6} M_{\odot} \text{año}^{-1}$.
- `file`: define la solución inicial o semilla que utiliza, puede tomar los valores 0 (si se opta por utilizar una ley β) o 1 (en este caso, busca la solución inicial en un archivo).
- `nfile`: nombre del archivo que contiene la solución inicial, utilizando `file = 1`.
- `nd`: número de datos del archivo de entrada.
- `twind`: temperatura efectiva, expresada en K .
- `comega`: tasa rotacional Ω presentada en el capítulo anterior (Sección 2.3).

¹Se agradece el uso de ZEUS-3D, desarrollado por D. A. Clarke, en el *Institute for Computational Astrophysics* (ICA www.ica.smu.ca) con el apoyo financiero del *Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada* (NSERC).

```

$iocon      iotty=6, iolog=2                                $$
$rescon     dtdmp= -3.6e5, idtag= 'cm', resfile= 'zr00cm'   $$
$ggen1      nbl= 500, x1min= 23.0, x1max= 2300.0, igrd= 1, x1rat= 1.02,
            x1scale= 6.9598e10, lgrid= .t.                $$
$ggen2                                           $$
$ggen3                                           $$
$spcon      nlim= 100000000, tlim= 9.0e7, ttotat= 72000., tsave= 1.0  $$
$hycon      qcon= 0.2, qlin= 0.0, courno= 0.5, iord= 2, istp= 0,
            icool= 0, itote= 0, dtrrat= 1.e-3            $$
$iib        niib(1,1)=10                                  $$
$oib        noib(1,1)=9                                   $$
$ijb                                               $$
$ojb                                               $$
$ikb                                               $$
$okb                                               $$
$grvcon     gcnst= 6.67428e-08, ptmass= 1.214e34         $$
$eqos       rgas= 1.0, gamma= 1.01, niso= 1, ciso= 15.29e5  $$
$gcon                                             $$
$extcon     $$
$plt1con    $$
$plt2con    $$
$pixcon     $$
$usrcon     dtusr= 9.0e4                                  $$
$hdfcon     $$
$tslcon     dttsl= 5.0e5                                  $$
$discon     $$
$radcon     $$
$pgen       dwind=1.0e-12, case1= 0, xml=3.655e-2 , file= 1,
            nfile= 'for007.dat', nd = 250, vwind= 1.5,
            angle= 90.0, twind= 18000.d0, comeqa= 0.27, Vinf=518.5,
            beta= 1.0, alphas= 0.515, qbar= 6.725d1, deltax= 0.000,
            rstsu= 23.0, lstsu= 5.009e4, sigele= 0.3129, dvr = 2,
            seed= 1, timer1= 5.0e10, timer2= 2.0e10,
            min1= 0.0, max1= 0.0, optn= 0                $$

```

Tabla 3.2: Ejemplo del archivo `inzeus` que se utiliza como entrada del código ZEUS-3D.

- `Vinf`: velocidad terminal del viento, expresada en km/s , si se utiliza una ley β (es decir, si `file = 0`).
- `beta`: parámetro β correspondiente a la ley β (Ec. 2.30, si se fijó la variable `file = 0`).
- `alpha`: parámetro α de la teoría m-CAK.

- `qbar`: parámetro \bar{Q} , definido en la Sección 2.2.1
- `deltai`: parámetro δ de la teoría m-CAK.
- `rtsu`: radio de la estrella, expresado en R_{\odot} .
- `ltsu`: luminosidad de la estrella, expresada en L_{\odot} .

Eligiendo `tlim` y `dtusr` de forma tal que el cociente entre ambos es 10^3 , al ejecutar el programa se obtiene como salida mil archivos, desde `zut000` hasta `zut999`, donde cada uno representa la solución hidrodinámica para un dado instante. En los archivos de salida, la primera columna representa r , y la tercera, $v(r)$. Graficando los sucesivos archivos de salida, como en el ejemplo de la Fig. 3.2, se puede ver la evolución temporal, hasta llegar a la solución convergida dada por los parámetros de la fuerza de radiación que ingresamos en el archivo `inzeus`. Generalmente, a partir del archivo `zut800` en adelante (aproximadamente), la solución se mantiene constante, por lo que se acepta que convergió exitosamente. Por lo tanto, se considera a la solución del archivo `zut999` como la solución final obtenida.

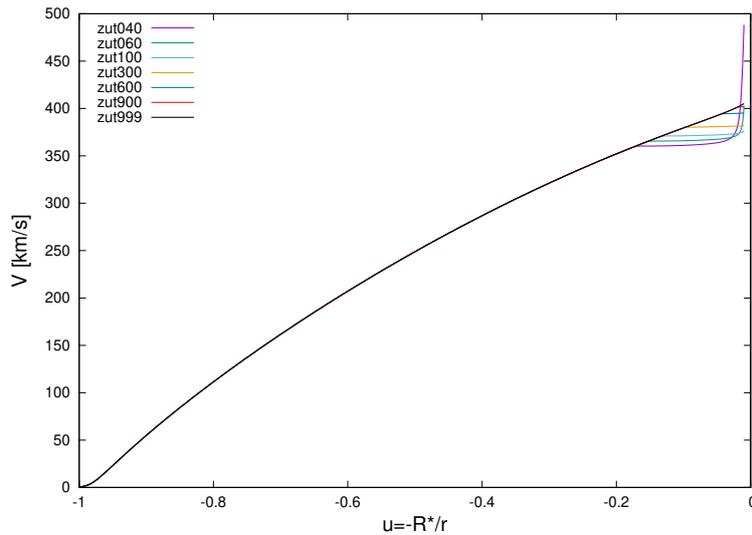


FIGURA 3.2: Ejemplo de convergencia del código Zeus

Cálculo y resultados de las soluciones hidrodinámicas para el viento

En este capítulo se describe el procedimiento realizado para obtener las soluciones hidrodinámicas para el viento, a partir de los códigos Hydwind y Zeus, descritos en el capítulo anterior.

4.1. Metodología

Las familias de soluciones descritas en la Sección 2.5 se obtuvieron mediante el código Hydwind, y como se mencionó, existe una brecha o “gap” donde no se logra la convergencia (Venero et al., 2016). Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es buscar soluciones convergidas en la región de la brecha mediante el código Zeus, a partir de soluciones iniciales calculadas fuera de la brecha y obtenidas con Hydwind.

1. Código Hydwind

Mediante el código Hydwind se pueden obtener soluciones rápidas o δ -lentas sin mayores problemas de convergencia para los parámetros de la fuerza de radiación de la Tabla 2.2. Sin embargo, la región cercana a la brecha presenta más dificultad respecto a la convergencia. Primero, es necesario ubicar muy precisamente su localización respecto al parámetro δ , es decir, los valores δ_{\min} y δ_{\max} que definen el intervalo donde no se logra la convergencia. Así, primero se fijan los parámetros α y k , y se va variando solamente δ . Empezando con $\delta = 0$ (régimen rápido), se va aumentando δ en intervalos de ~ 0.005 sucesivamente hasta que no se logra la convergencia. El último valor de δ para el que se logró converger una solución, será el límite inferior de la brecha δ_{\min} . Luego, se toma un valor de δ correspondiente al régimen lento (por ejemplo $\delta = 0.4$) y se va disminuyendo sucesivamente su valor, nuevamente hasta encontrar un modelo para el cual no se logra la convergencia (para asegurarse de esta situación, es necesario realizar numerosas pruebas con

diferentes valores de las soluciones iniciales, ver Tabla 3.1). En este caso, el último valor de δ para el que se logró converger una solución, será el límite superior de la brecha δ_{\max} . De esta manera se pueden obtener soluciones en los regímenes rápido y lento, y se consigue delimitar la región de la brecha. Estas soluciones son las que se mostraron en la Fig. 2.7, y son las que se utilizarán como soluciones iniciales para el código Zeus.

2. Código Zeus

Habiendo obtenido ya soluciones con el código Hydwind, se las utiliza para ejecutar el código Zeus. De los parámetros de entrada de Zeus, presentados en la Tabla 3.2, debemos prestar especial atención a `dwind`, que representa la densidad en la base del viento, porque permite el empalme entre el modelo de fotósfera (en equilibrio hidrostático) y el viento. Inicialmente, para una dada solución se utiliza el valor de `dwind` dado por Hydwind (correspondiente a esa solución), pero luego se debe disminuir este valor, porque de lo contrario, la solución que se encuentra presenta inestabilidades (no converge correctamente). Este análisis es llevado a cabo mediante una inspección visual de la evolución temporal de los archivos de salida, disminuyendo sucesivamente `dwind`, y adoptando el primer valor para el que la solución converge correctamente. Un ejemplo de esto se puede ver en la Figura 4.1, correspondiente a una solución con $\alpha = 0.515$, $k = 0.104$ y $\delta = 0.28$, donde se elige por la ley correspondiente a `dwind` = 1×10^{-13} . Una

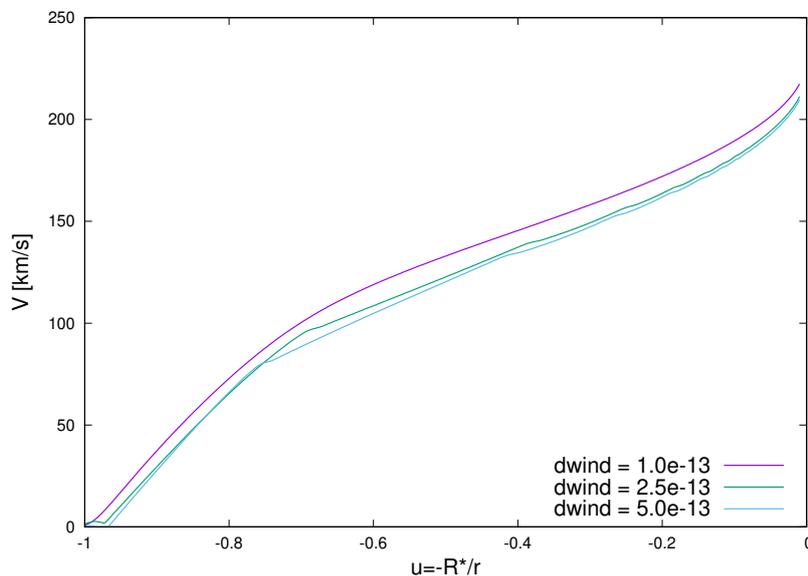


FIGURA 4.1: Comparación de soluciones obtenidas con Zeus correspondientes a los mismos valores de $\alpha = 0.515$, $k = 0.104$ y $\delta = 0.28$, pero con distintos valores del parámetro `dwind` (densidad en la base del viento). En este caso, si se toma una densidad mayor a $1 \times 10^{-13} \text{ cm}^{-3}$ la ley de velocidad obtenida muestra sucesivos quebres, y no se logra la convergencia.

vez que se determina el valor más adecuado de este parámetro d_{wind} , la ley de velocidad obtenida es estable. Luego de reproducir las soluciones con Zeus en los dos regímenes de soluciones estacionarias (rápido y lento, ver Fig. 4.2), se obtienen soluciones en la brecha tomando los valores correspondientes de δ en el intervalo $\delta_{min} < \delta < \delta_{max}$ (cuyos límites fueron determinados previamente con el código Hydwind).

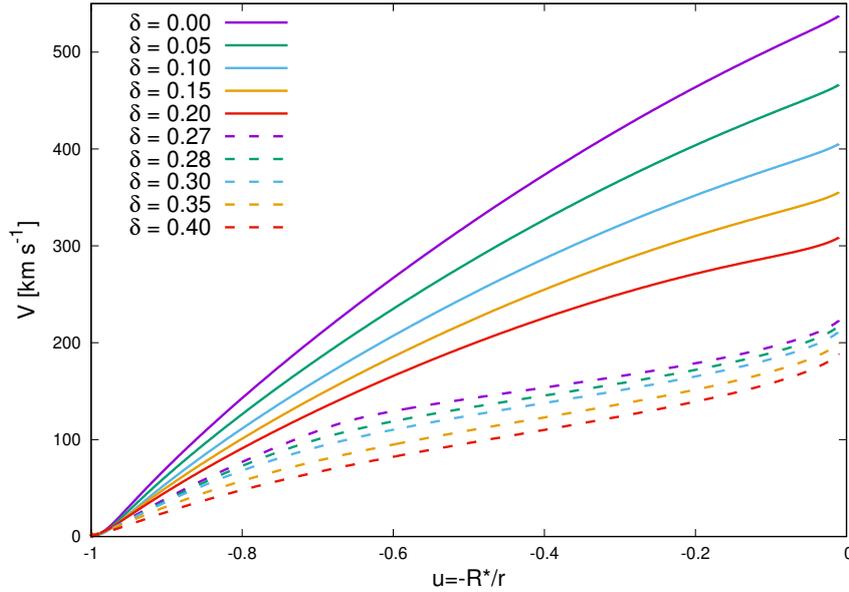


FIGURA 4.2: Leyes de velocidad obtenidas con el código Zeus para los regímenes rápido y δ -lento. Se puede comparar la correspondencia con las mismas soluciones obtenidas previamente con Hydwind, presentadas en la Fig. 2.7.

En principio, para obtener soluciones en el régimen rápido, se utilizan soluciones iniciales del régimen rápido dadas por Hydwind (ver Fig. 3.1), y de forma análoga para el régimen lento. Es decir, no se cruza de un régimen a otro entre la solución inicial utilizada y la final convergida. Esto es porque en el trabajo de Araya et al. (2018), reportan la presencia de errores numéricos al cruzar entre soluciones rápidas y Ω -lentas. Sin embargo, para obtener soluciones dentro de la brecha, es necesario utilizar una solución inicial de otra familia de soluciones, dado que no existen soluciones previas calculadas con Hydwind en esa región del parámetro δ . Por lo tanto, se realizaron sucesivas pruebas, con diferentes soluciones iniciales, para corroborar que la convergencia sea la misma. En la Fig. 4.3 se ilustra el caso de $\alpha = 0.515$, $k = 0.104$ y $\delta = 0.1$ donde hemos empleado distintas soluciones semilla (del régimen rápido), y en todos los casos obtenemos la misma solución rápida convergida. Es decir, mediante diferentes soluciones iniciales rápidas, el código converge a una única solución rápida (determinada por el valor de δ). No obstante, en sucesivas pruebas se encontró que la convergencia es independiente

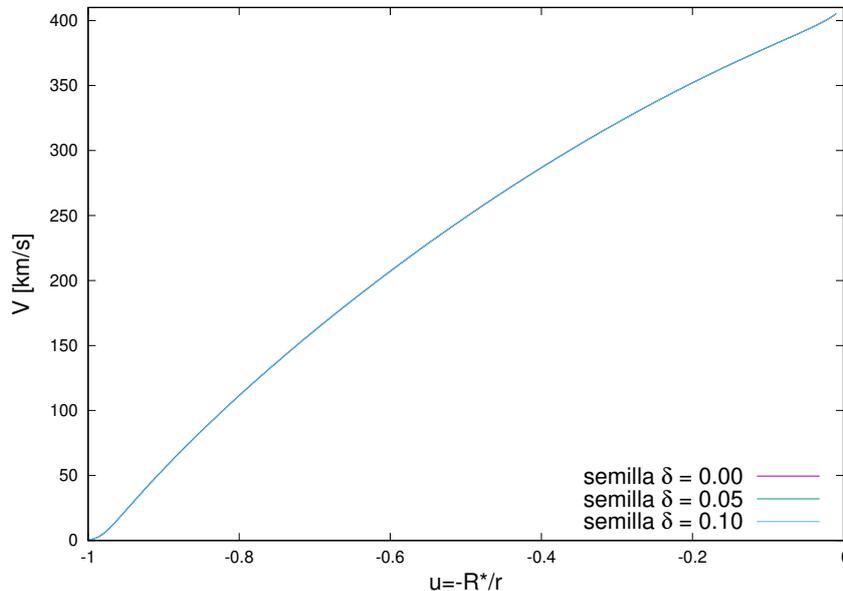


FIGURA 4.3: Comparación de soluciones rápidas obtenidas con Zeus correspondientes a los mismos valores de $\alpha = 0.515$, $k = 0.104$ y $\delta = 0.1$, pero con distintas soluciones semilla rápidas (obtenidas previamente de Hydwind). Se puede ver que al ser una solución estable, no depende de la semilla que se use, siempre converge a la misma ley de velocidad (las tres curvas se superponen completamente).

de la solución inicial que se utilice, incluso cuando la solución inicial y la final pertenecen a familias distintas de soluciones:

- Soluciones lentas: en la Fig. 4.4 se puede ver la solución lenta obtenida empleando dos soluciones iniciales, una correspondiente al régimen lento (en violeta), y otra rápida (en verde).
- Soluciones rápidas: en la Fig. 4.5 se ve la comparación de las soluciones rápidas obtenidas con soluciones iniciales rápidas y lentas. En el caso de utilizar una semilla lenta, primero se obtuvo la solución en verde, que presenta un quiebre, pero no se había logrado la convergencia al momento que finalizó la ejecución del programa. Por lo tanto, se repitió el cálculo, pero aumentando el tiempo de integración total t_{lim} (ver Tabla 3.2) en un orden de magnitud. En este segundo caso utilizando una solución inicial lenta, se logró la convergencia, y coincide exactamente con la solución obtenida mediante la solución inicial rápida.
- Soluciones en la brecha: en la Fig. 4.6 se muestran las soluciones correspondientes a la región de la brecha obtenidas mediante una solución inicial rápida y una lenta. En el panel superior de la Figura, se ve que la convergencia no es única, por lo que, al igual que en el caso anterior, se aumentó el tiempo de integración total t_{lim} .

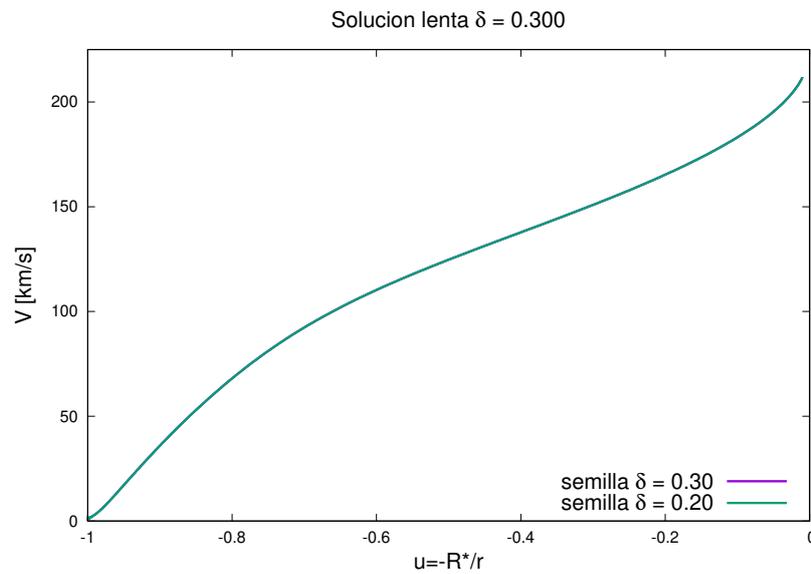


FIGURA 4.4: Obtención de una solución lenta a partir de dos soluciones semilla: una rápida, correspondiente a $\delta = 0.20$ (en verde) y otra lenta, con $\delta = 0.30$ (en violeta). Las curvas quedaron superpuestas, por lo que la convergencia es la misma en ambos casos.

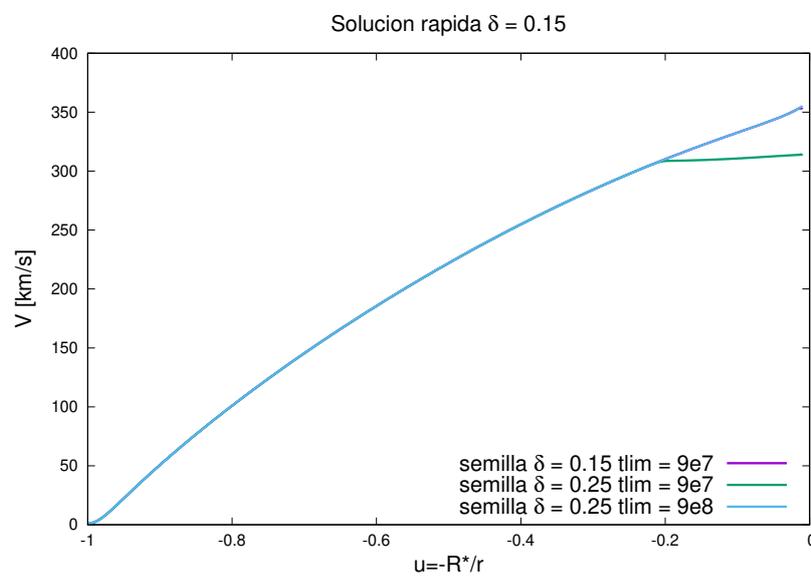


FIGURA 4.5: Obtención de una solución rápida a partir de dos soluciones semilla: una rápida, correspondiente a $\delta = 0.15$ (en violeta) y otra lenta, con $\delta = 0.25$. Para esta última solución inicial, se utilizaron dos tiempos de integración, en verde y en celeste, siendo mayor el tiempo en el último caso. La curva violeta no se observa porque está superpuesta con la celeste.

Con un mayor tiempo de integración, en el *zoom* realizado en el panel inferior de la Figura, se puede notar que la convergencia partiendo de las soluciones rápida y lenta coinciden, utilizando el mayor tiempo de integración.

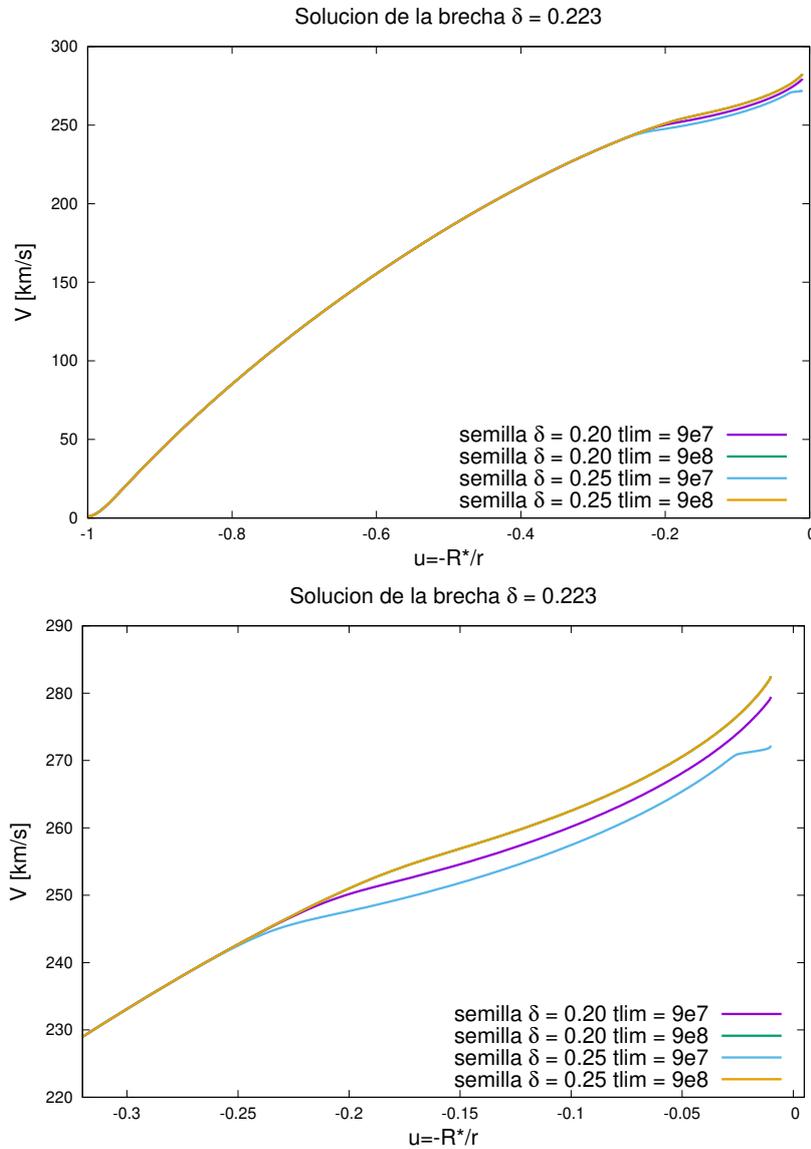


FIGURA 4.6: Obtención de una solución correspondiente a la región de la brecha a partir de dos soluciones semilla: una rápida, correspondiente a $\delta = 0.20$, y otra lenta, con $\delta = 0.25$. Para ambas soluciones se usaron dos tiempos de integración distintos. Las soluciones del panel superior parecen converger a una misma solución, pero en un *zoom* realizado en el panel inferior, se puede ver que las que convergen exactamente a una misma solución, son aquellas que se realizaron con el mayor tiempo de integración (las curvas verde y amarillo se superponen).

Por lo tanto, luego de analizar la convergencia en los distintos tipos de soluciones, se concluye que, utilizando el tiempo de integración adecuado, la convergencia de las soluciones es única (según los parámetros de la fuerza de radiación dados en la entrada del código Zeus), y no depende de la solución inicial o semilla que se utilice.

4.2. Resultados: Nuevas soluciones

Se adoptaron los valores $\alpha = 0.515$, $k = 0.104$, $T_{\text{eff}} = 18000$ K, $\log(g) = 2.5$, $R_* = 23 R_{\odot}$ y $\Omega = 0.27$ (recordando que estos valores de α y k son un promedio de los obtenidos por Venero et al., 2023, para una estrella de estas características), mientras que para δ se utilizaron sucesivos valores para barrer todas las soluciones posibles (rápidas, lentas, y en la brecha). Como para todas las soluciones se utilizó el mismo valor de k , el valor obtenido para la tasa de pérdida de masa en todos los casos es siempre el mismo, $\dot{M} = 5.02 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{año}$. Cada régimen de velocidad se diferencia porque su ley de velocidad alcanza un valor distinto de la velocidad terminal, el cual depende del valor de δ . Primero se encuentran las soluciones rápidas con $0.0 \leq \delta \leq 0.2$ que tienen velocidades terminales en el intervalo $300 \text{ km/s} < v_{\infty} < 540 \text{ km/s}$. Luego, las soluciones lentas que corresponden al intervalo $0.24 \leq \delta \leq 0.4$, con velocidades terminales $180 \text{ km/s} < v_{\infty} < 250 \text{ km/s}$. Por último, se encontraron las soluciones pertenecientes a la brecha, para $0.21 \leq \delta \leq 0.235$. En la Fig. 4.7 se presentan las soluciones en la región de la brecha, con las soluciones rápida y δ -lenta que acotan dicha región. Luego, en la Fig. 4.8 se muestran las soluciones rápidas (en gris) y en la brecha (en colores), mientras que en la Fig. 4.9 se ven las soluciones δ -lentas (en gris) y en la brecha (en colores). Finalmente, en la Fig. 4.10 se presentan todas las soluciones calculadas.

En estos gráficos, se puede ver que las soluciones de la brecha completan la transición continua entre el régimen rápido y δ -lento. En la Fig. 4.11 se puede ver la variación de la velocidad terminal con el parámetro δ . Por otro lado, no era posible obtener las soluciones de la brecha mediante el código Hydwind porque, si bien son estables, es necesario pasar por un estado transitorio previamente (que sí es posible con el código Zeus). La particularidad de estas soluciones es que presentan un quiebre o *kink*, es decir, la velocidad es una función continua pero su gradiente cambia abruptamente y, como consecuencia, la densidad local cambia también abruptamente. Luego del *kink*, se genera una leve meseta, y hacia el final de la curva aumenta su pendiente. Este quiebre sigue presente a medida que aumenta δ hacia las soluciones lentas, tomando posiciones en menores valores de la variable $u = -R_*/r$, es decir, a medida que nos acercamos a la superficie de la estrella. Análogamente, a medida que disminuye el valor de δ , el *kink* se desplaza hacia afuera. En la Fig. 4.12 se puede ver la posición de los *kinks* para los distintos valores del parámetro δ . Es de destacar que cada una de estas soluciones, aún teniendo un *kink* son estacionarias, es decir, al dejar transcurrir plazos de tiempos mayores, luego de la convergencia, esas soluciones mantienen la forma (ver Fig. 4.13). Eso implica que los *kinks* en las leyes de velocidad podrían permanecer fijos

(a δ constante) a distintas distancias de la estrella.

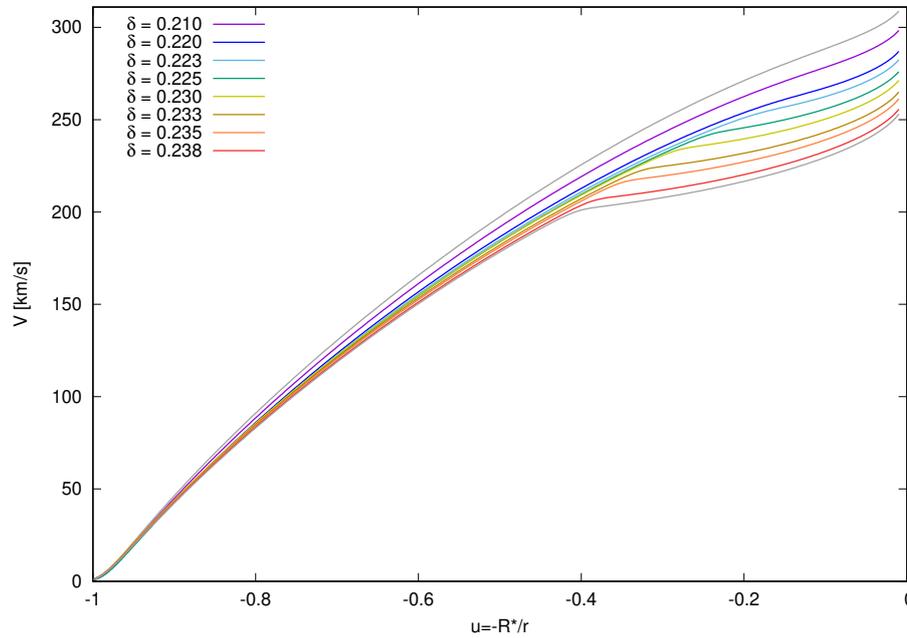


FIGURA 4.7: Soluciones pertenecientes a la región de la brecha (en colores), con las soluciones rápida y δ -lenta (en gris) que acotan dicha región, obtenidas con el código Zeus.

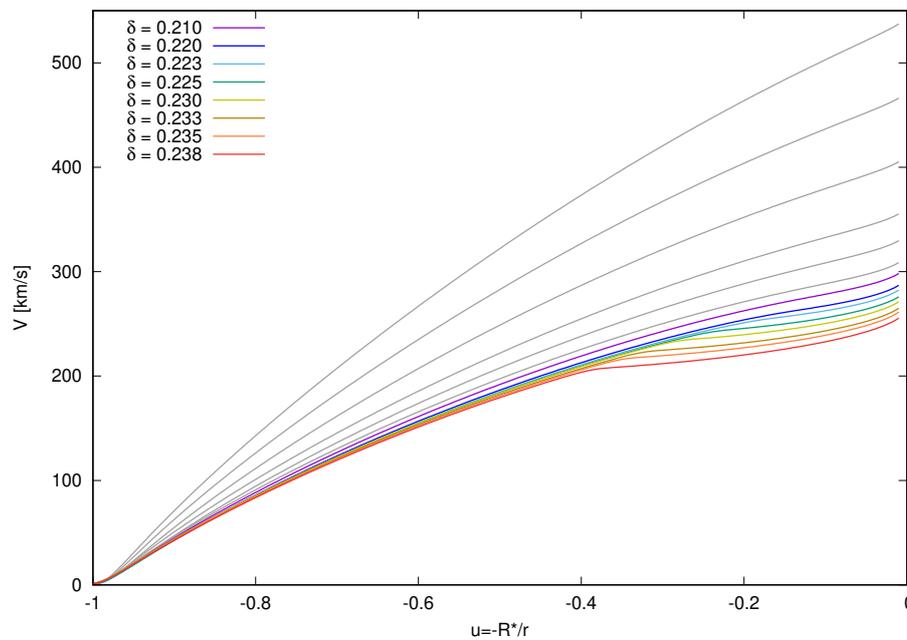


FIGURA 4.8: Soluciones en la región de la brecha (en colores), con soluciones rápidas (en gris), obtenidas con el código Zeus.

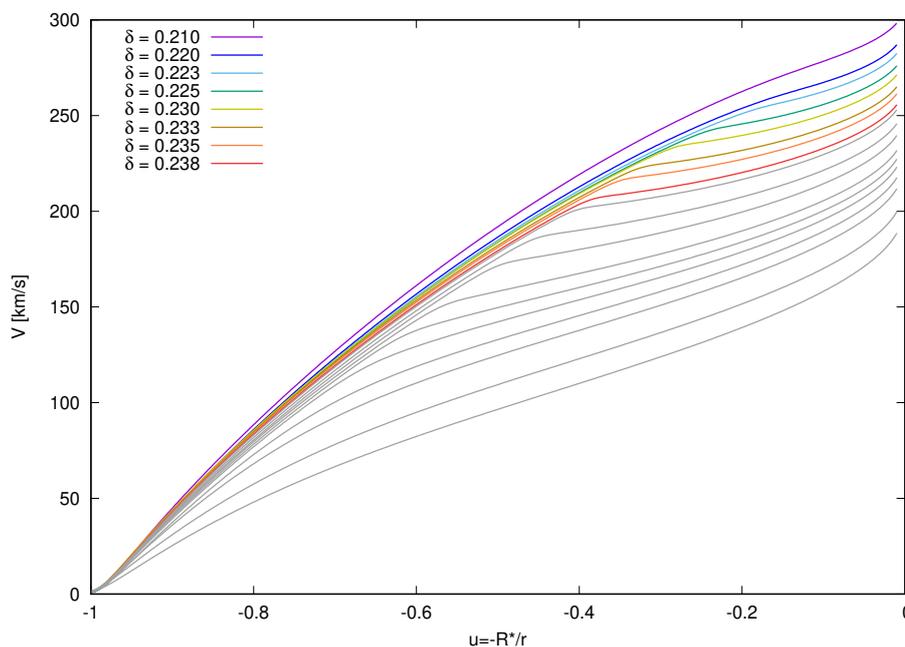


FIGURA 4.9: Soluciones en la región de la brecha (en colores), con soluciones δ -lentas (en gris), obtenidas con el código Zeus.

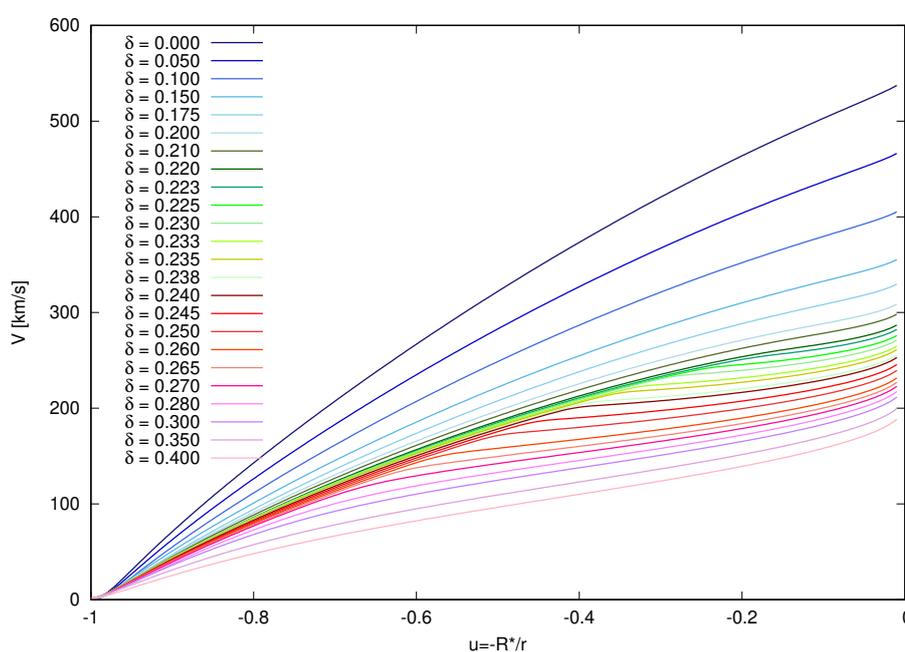


FIGURA 4.10: Soluciones obtenidas con el código Zeus para los distintos valores de δ : régimen rápido $0.0 \leq \delta \leq 0.2$ (distintos tonos de azul), brecha $0.21 \leq \delta \leq 0.235$ (distintos tonos de verde), régimen lento $0.24 \leq \delta \leq 0.4$ (distintos tonos de rojo).

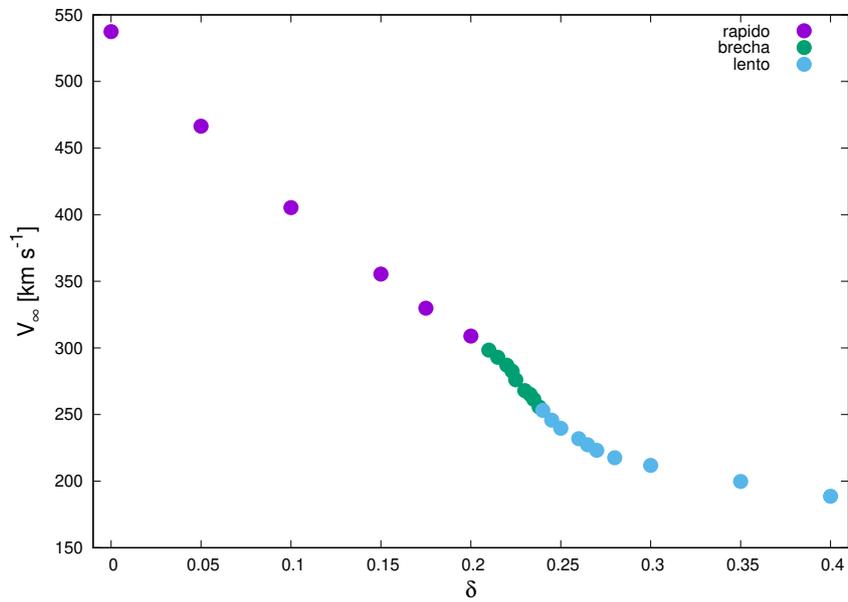


FIGURA 4.11: Velocidad terminal del viento en función del parámetro δ , para $\alpha = 0.515$ y $k = 0.104$. Se distinguen los regímenes rápido (violeta), δ -lento (celeste) y la brecha (verde).

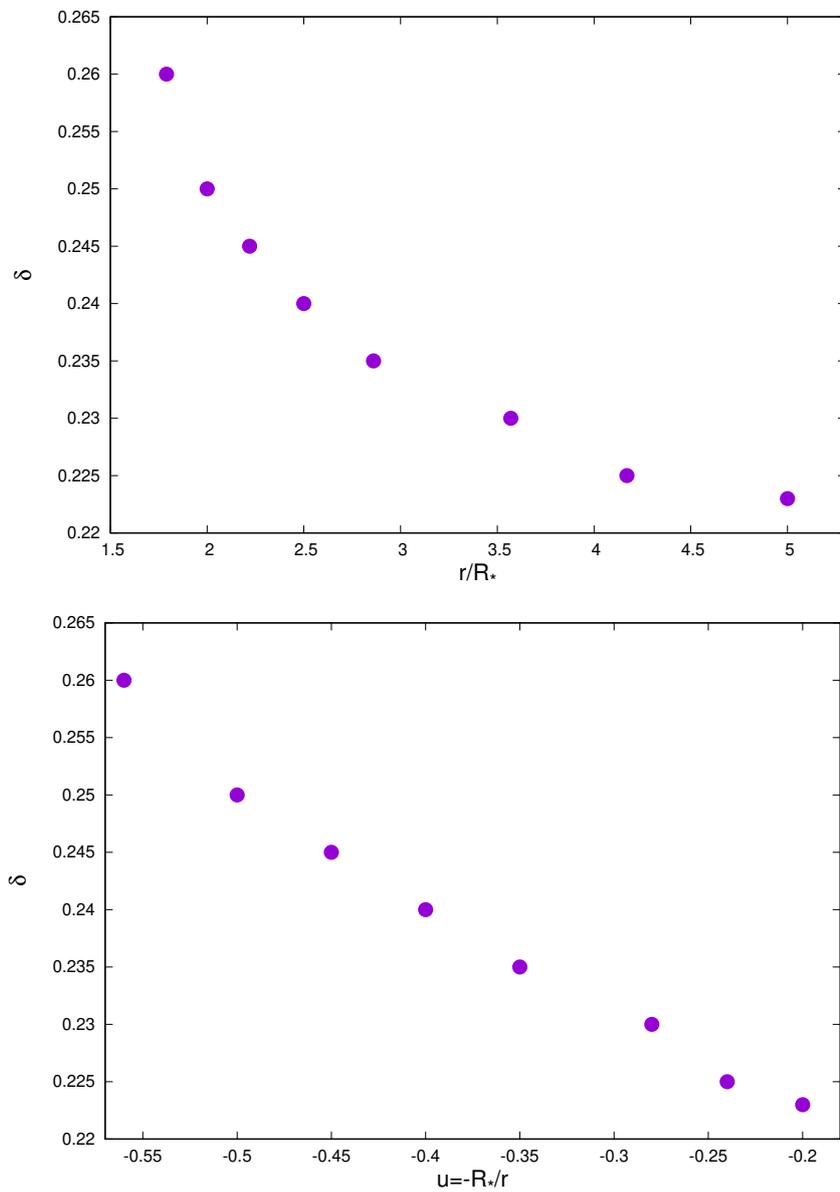


FIGURA 4.12: Posición del *kink* para los distintos valores del parámetro δ . En el panel superior la posición se representa con el radio r (en unidades del radio estelar), y en el panel inferior se utiliza la variable $u = -R_*/r$.

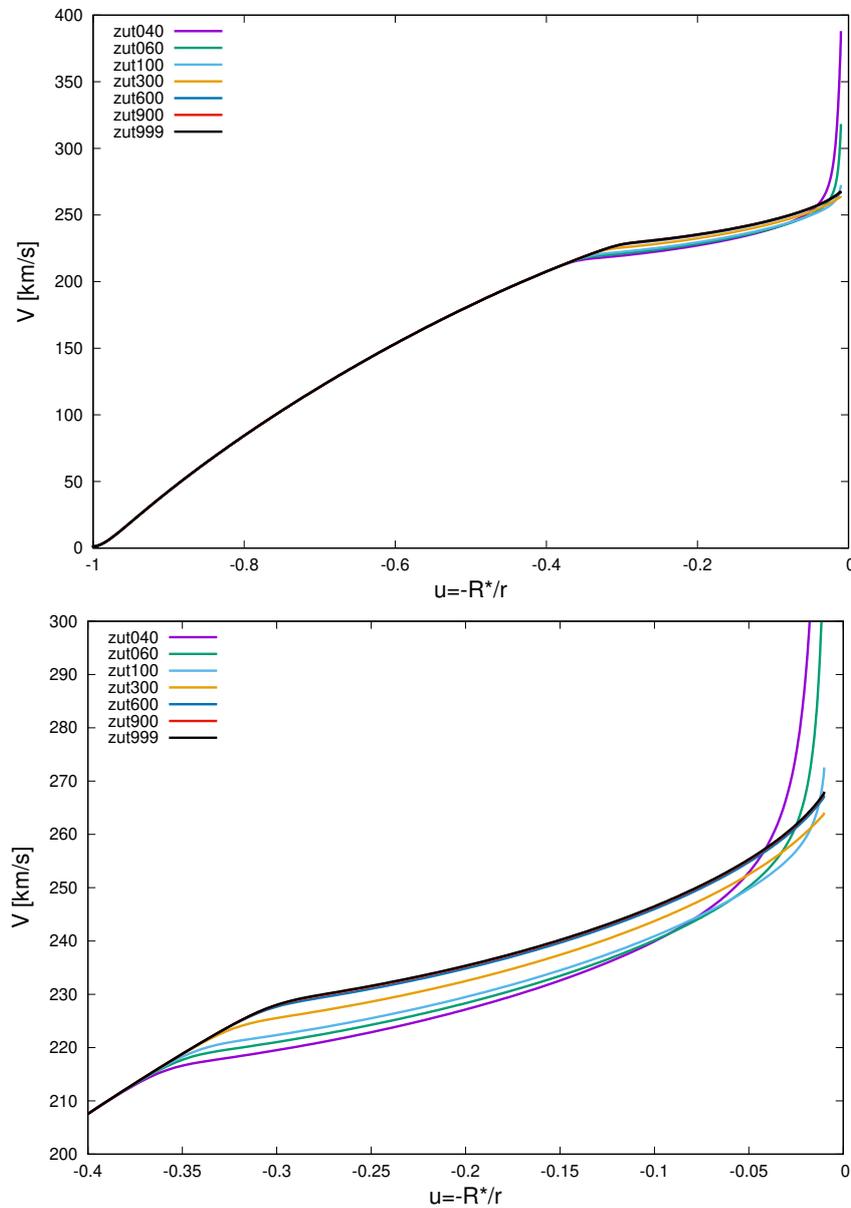


FIGURA 4.13: Convergencia de una solución correspondiente a la región de la brecha, con $\delta = 0.23$. En el panel superior se muestra la solución completa, mientras que en el panel inferior se realizó un acercamiento a la parte final de la curva. El tiempo total de integración utilizado fue de 1.1×10^8 s, mientras que el intervalo de tiempo entre dos soluciones fue 1.1×10^5 s.

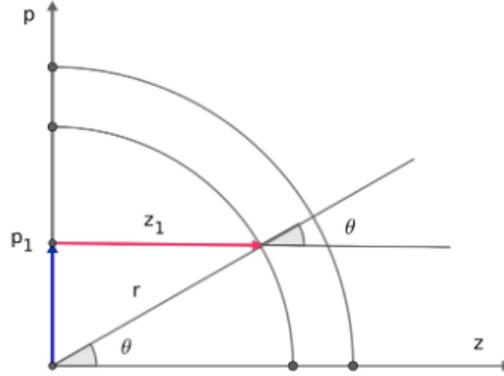
Ecuación de transporte en medios en movimiento y simetría esférica

Una vez que conseguimos la ley de velocidad $v(r)$ del viento estelar, una forma de contrastar esta teoría con las observaciones, es realizar el cálculo de perfiles de líneas que se originan en la región UV del espectro electromagnético. Particularmente, porque en la región UV, los efectos del viento son más pronunciados, siendo esta región ideal para medir velocidades terminales y pérdida de masa. Elegimos modelar las líneas de resonancia UV del doblete de Si IV, por tener una importancia desde el punto de vista observacional, al ser usada para determinar la velocidad terminal del viento v_∞ . Para eso, debemos resolver la ecuación de transporte radiativo para un medio en movimiento, junto con las ecuaciones de equilibrio estadístico (fuera del equilibrio termodinámico local), con el fin de conseguir el flujo emergente en la línea (F_λ) que es lo que podremos comparar con el espectro observado de la estrella.

5.1. Ecuación de transporte radiativo

La ecuación de transporte radiativo determina el cambio que sufre el campo de radiación a medida que atraviesa la atmósfera. El campo de radiación queda descrito por la intensidad específica $I(\nu, r, \mu)$ donde ν es la frecuencia de los fotones, r es la distancia al centro de la estrella, y $\mu = \cos \theta$ es la variable angular. Los cambios en el campo de radiación se pueden agrupar en absorción y emisión, cuyos coeficientes son $\chi(\nu, r)$ y $\eta(\nu, r)$ respectivamente. Asumiendo una simetría esférica, es conveniente utilizar un sistema de coordenadas correspondiente a segmentos paralelos caracterizados por un parámetro de impacto p (distancia perpendicular al centro de la estrella) y una distancia z medida sobre el eje desde el centro de simetría del sistema (Fig. 5.1). La relación entre los sistemas (r, θ) y (p, z) está dada por:

$$r^2 = p^2 + z^2 \quad \text{y} \quad \text{tg } \theta = \frac{p}{z}. \quad (5.1)$$


 FIGURA 5.1: Relación entre sistemas (r, θ) y (p, z) en simetría esférica.

Existe un marco de referencia para resolver la ecuación de transporte radiativo conocido como *comoving frame*, en el cual el planteo se realiza para un observador en movimiento con un elemento de gas, y se considera que la velocidad es una función monótonamente creciente. El problema del marco de referencia del observador estático es que, al moverse el viento, la opacidad (que tiene una dependencia con la frecuencia) pasa a depender de la velocidad del material por el efecto Doppler. Entonces, es necesario modificar todas las opacidades, lo cual es complicado. Esto no sucede en el *comoving frame*, donde se pueden tratar a las opacidades como si el medio estuviera quieto (con respecto al elemento de volumen). Bajo esta formulación, según Mihalas et al. (1975), la ecuación de transporte para un sistema en simetría esférica con velocidad radial $v(r)$ resulta

$$\pm \frac{\partial}{\partial z} I^\pm(\nu, p, z) - \frac{\alpha(r)}{r} [1 - \mu^2 + \beta(r)\mu^2] \frac{\partial}{\partial \nu} I^\pm(\nu, p, z) = \eta(\nu, r) - \chi(\nu, r) I^\pm(\nu, p, z), \quad (5.2)$$

donde

$$\alpha(r) = \nu_0 \frac{v(r)}{c}, \quad \beta(r) = \frac{d \ln v(r)}{d \ln r}, \quad (5.3)$$

y los signos $+$ y $-$ se refieren a la radiación saliente y entrante respectivamente, relativo a un observador externo. Además, ν_0 es la frecuencia del fotón involucrado en la transición de un electrón entre dos niveles de energía, E_1 y E_2 , dado por $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$, donde h es la constante de Planck. La ventaja de emplear el marco de referencia común al fluido es que facilita la resolución del transporte dado que se puede suponer que los coeficientes de absorción y emisión son isotrópicos (al no haber acoplamiento entre el desplazamiento en frecuencia y el ángulo de incidencia de la radiación producida por el efecto Doppler) y se puede suponer también redistribución completa entre el perfil de emisión y de absorción.

Para resolver el problema, se utilizan variables U y V , definidas como $U = (I^+ + I^-)/2$ y $V = (I^+ - I^-)/2$. Así, sumando y restando las ecuaciones 5.2, el problema puede escribirse como un sistema de dos ecuaciones en derivadas parciales de primer

orden acopladas,

$$\begin{cases} \frac{1}{\chi(\nu, p, z)} \frac{\partial}{\partial z} U(\nu, p, z) - \gamma(\nu, p, z) \frac{\partial}{\partial \nu} V(\nu, p, z) = -V(\nu, p, z) \\ \frac{1}{\chi(\nu, p, z)} \frac{\partial}{\partial z} V(\nu, p, z) - \gamma(\nu, p, z) \frac{\partial}{\partial \nu} U(\nu, p, z) = S(\nu, p, z) - U(\nu, p, z), \end{cases} \quad (5.4)$$

donde

$$\gamma(\nu, p, z) = \frac{\alpha(r)}{r \chi(\nu, p, z)} [1 - \mu^2 + \beta(r)\mu^2], \quad (5.5)$$

y se define la función fuente $S(\nu, p, z)$ según el cociente $S(\nu, p, z) = \eta(\nu, p, z)/\chi(\nu, p, z)$. Los coeficientes de emisión η , de absorción χ , y por lo tanto la función fuente S dependerán tanto del átomo emisor como de las condiciones y los procesos físicos del medio.

El modelo geométrico que se adopta, está formado por un núcleo central de radio $r = R_c$, seguido de una envoltura de radio $r = R$. Para las condiciones de contorno, en el borde exterior $r = R$, se considera que no hay radiación entrante, es decir $I^- = 0$, por lo que $U(\nu, p, z_{\max}) = V(\nu, p, z_{\max})$ (donde $z_{\max} = (R^2 - p^2)^{1/2}$). Por otro lado, para el borde interior, se distinguen los rayos que intersectan o no al núcleo. Si $p \geq R_c$ (es decir, no hay intersección con la zona central), por la simetría del problema, $I^+ = I^-$, resultando $V(\nu, p, z = 0) = 0$. Luego, si $p < R_c$ (corresponde a los rayos que intersectan al núcleo), la condición estará dada por la intensidad emergente I^+ , que definirá la suma de U y V (puesto que $U + V = I^+$).

Con el fin de resolver estas ecuaciones se utiliza el procedimiento estándar de Feautrier (Mihalas et al., 1975; Mihalas & Kunasz, 1978). Este método permite escribir el sistema de ecuaciones y sus condiciones de contorno como un sistema de ecuaciones en diferencias finitas, definido para una grilla de valores en profundidad (r), ángulo (μ) y frecuencia (ν). El sistema se resuelve empleando un procedimiento de eliminación de variables hacia adelante, seguido de una sustitución hacia atrás (*back-forward substitution*). Se construye un sistema de ecuaciones cuyos elementos son matrices y vectores (variable incógnita). El sistema se comienza a resolver desde la superficie hacia el interior de la estrella, donde las condiciones de contorno son conocidas y luego empleando la ecuación de recurrencia se obtienen todos los valores de la variable $U(\nu, p, z)$ y se calcula la función fuente.

5.2. Átomo de Si IV

El átomo de Si IV corresponde al átomo de Si_{14}^{28} ionizado 3 veces, es decir que está conformado por 14 protones, 14 neutrones, y 11 electrones. Este elemento se encuentra en las estrellas de poblaciones I y II, ya que es creado por fusión nuclear en el núcleo de las estrellas más masivas (y no forma parte de la composición primordial del universo). Los electrones están distribuidos en niveles de energía, que se pueden representar en el llamado esquema grotriano de la Fig. 5.2 (Moore & Merrill, 1968). Allí se presenta el átomo de Mg II, pero el esquema es igualmente válido para el Si IV ya que son elementos

isoelectrónicos (es decir, tienen la misma cantidad de electrones en la última capa). La primera transición posible, indicada en el esquema como “A” entre los niveles 2S y $^2P^0$, corresponde a un doblete de longitudes de onda 1393.7\AA y 1402.7\AA que se evidencia en los espectros UV de las estrellas masivas, como se ilustró en la Fig. 1.1. Estas son líneas de resonancia que presentan un perfil P Cygni, evidenciando al viento estelar, y se utilizan para determinar la velocidad terminal v_∞ del mismo. Al ser un doblete, corresponden a la estructura fina, ya que las transiciones se diferencian solamente en el número cuántico de momento angular total¹, j , que tiene el nivel superior. Los niveles involucrados en las transiciones, junto con las energías correspondientes y las longitudes de onda se pueden ver en la Tabla 5.1.

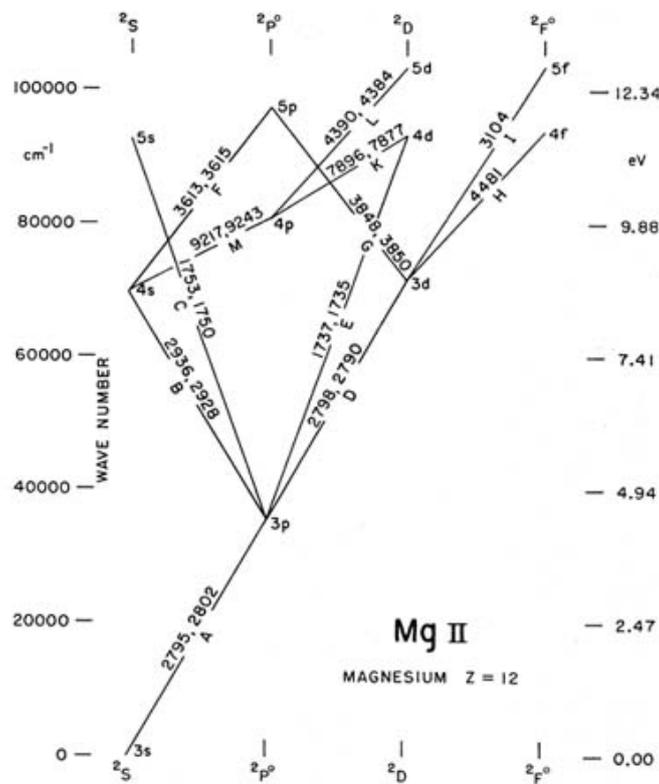


FIGURA 5.2: Esquema grotriano del átomo de Mg II, isoelectrónico del Si IV, que representa los niveles de energía (Moore & Merrill, 1968). Las líneas bajo estudio son las correspondientes al doblete de la transición A.

¹Mediante la combinación de su momento angular orbital, \vec{L} , y su momento angular intrínseco o propio (es decir, su espín, \vec{S}), el momento angular total resulta $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

Longitud de onda λ (Å)	$E_i - E_k$ (cm^{-1})	Nivel inferior Conf., Term, j	Nivel superior Conf., Term, j
1393.76	0.00 – 71748.64	$2p^6 3s^2 S 1/2$	$2p^6 3p^2 P^0 3/2$
1402.76	0.00 – 71287.54		$2p^6 3p^2 P^0 1/2$

Tabla 5.1: Transiciones del Si IV que son objeto de estudio (*Atomic Spectra Database*, <https://www.nist.gov/pml/atomic-spectra-database>).

5.3. Modelos NLTE: Ecuaciones de equilibrio estadístico

Para resolver el transporte de radiación, es necesario además conocer cómo están distribuidas las poblaciones en los niveles atómicos. En este sentido hay una condición llamada Equilibrio Termodinámico Local (*Local Thermodynamic Equilibrium*, LTE) que puede aplicarse si el medio cumple ciertas condiciones necesarias: gradientes de temperatura y densidad de masa suficientemente pequeños, densidad de electrones suficientemente alta para que el material alcance el equilibrio colisional, y un material lo suficientemente homogéneo para que las variables tengan un valor local definido. Bajo esta condición, se pueden utilizar las distribuciones de Boltzmann, de Saha y de Maxwell-Boltzmann para las poblaciones de niveles atómicos, la distribución de ionización, y la distribución de velocidades, respectivamente. A su vez, a nivel microscópico se utiliza la condición del balance detallado, que se basa en una igualdad entre la tasa de ocurrencia de un proceso atómico, con la tasa de ocurrencia del proceso inverso. Aunque esta condición es útil para simplificar el cálculo y puede utilizarse en algunos casos, no es posible garantizar las condiciones necesarias aquí donde tenemos atmósferas extendidas con gradientes de velocidad, que a su vez implican gradientes en densidad, y no son necesariamente pequeños. Por lo tanto, dado que las condiciones del medio requieren que se tengan en cuenta los apartamientos del Equilibrio Termodinámico Local (es decir, NLTE) debemos utilizar una condición más general, que es el Equilibrio Estadístico. Este equilibrio consiste en incorporar todos los procesos atómicos necesarios para asegurar la constancia de las poblaciones de los niveles atómicos. Así, la suma de las tasas de los procesos que pueblan un nivel, es igual a la suma de las tasas que lo despueblan (a diferencia del LTE donde se considera un balance detallado, esta condición es más general). En general, las tasas de transición entre dos niveles dependen de la densidad numérica del nivel inicial, y la probabilidad de que la transición ocurra (pudiendo ser una transición radiativa o colisional). Por otro lado, las ecuaciones de equilibrio estadístico dependen de la cantidad de niveles considerados y, en general, para N niveles de energía se tienen N-1 ecuaciones de equilibrio estadístico linealmente independientes, con N incógnitas (los números ocupacionales). Por esa razón, es necesario cerrar el sistema de ecuaciones, mediante la conservación del número total de partículas. Para el caso del Si IV, el

código a utilizar (descrito en la siguiente sección) utiliza un esquema de seis niveles, presentados en la Tabla 5.2, más el continuo.

Nivel	g	E [s ⁻¹]
3s ² S ^e	2	1.091524e16
3p ² P ^o	6	8.768875e15
3d ² D ^e	10	6.107319e15
4s ² S ^e	2	5.099896e15
4p ² P ^o	6	4.368527e15
4d ² D ^e	10	3.420184e15

Tabla 5.2: Niveles electrónicos del Si IV considerados en el cálculo del perfil, además del continuo. La primera columna contiene la configuración electrónica externa, en la segunda columna se muestran los pesos estadísticos, y en la tercera, la energía de ionización en unidades de frecuencia. Tomado de Becker & Butler (1990).

5.4. Código MULITAS

El código MULITAS (*MU*lti *L*ine *T*ransfer for *A*ctive *S*tars) fue desarrollado por integrantes del grupo “Modelos de Estrellas Peculiares” (MEP) de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas (FCAG), y resuelve la ecuación de transporte para átomos de Si IV fuera de LTE (NLTE) para un viento con simetría esférica en el marco de referencia del fluido, es decir, en el *comoving frame* (Venero et al., 2000). Este código está basado en el método de Mihalas & Kunasz (1978), que plantea el esquema de un átomo de varios niveles. El código resuelve la ecuación de transporte radiativo (para el continuo de radiación y para las líneas) junto con las ecuaciones de equilibrio estadístico para las poblaciones de los niveles del Si IV, y luego calcula el flujo emergente F_λ . Para resolver la ecuación de transporte radiativo se necesitan las opacidades, que dependen de las poblaciones atómicas (obtenidas mediante las ecuaciones de equilibrio estadístico). Las ecuaciones de equilibrio estadístico necesitan, a su vez, de la resolución previa del transporte radiativo (ya que algunas de sus tasas dependen del campo de radiación). Por lo tanto el cálculo se hace mediante un proceso iterativo en el que, en una primera iteración, se pueden dar los valores iniciales de las tasas de transiciones que corresponden a la hipótesis de LTE. Con esta solución, se resuelven las ecuaciones de equilibrio estadístico, y a partir de las nuevas poblaciones atómicas y opacidades, se vuelve a calcular el transporte. El proceso sigue hasta lograr la convergencia en los números de ocupación de los niveles de energía. Para el cálculo del flujo emergente, se utiliza un esquema de rayos paralelos donde se construye una grilla de puntos caracterizados por un parámetro de impacto p y una distancia al origen z (Fig. 5.1) sobre la cual se resuelve el transporte de radiación (conociendo ya las

tasas de transiciones convergidas) imponiendo las condiciones de borde y una condición inicial para la frecuencia (que se fija en el borde azul de la línea espectral, en el valor del continuo).

Como entrada al código debemos darle, además de los parámetros de la estrella a modelar, una ley de temperatura y otra de velocidad. Para la ley de temperatura utilizamos una salida del código Fastwind (Puls et al., 2005), que modela fotosfera y viento en NLTE, con simetría esférica y estado estacionario. En este caso, la ley de temperatura obtenida es una aproximación a la que se origina a partir del equilibrio radiativo. Por otro lado, para la ley de velocidad utilizamos las salidas obtenidas del código Zeus.

Perfiles de línea

Un tratamiento detallado de la teoría de perfiles de líneas puede encontrarse en Mihalas (1978) y en Gray (2005). En este capítulo describimos sucintamente la teoría del perfil de línea. Nuestro objetivo es analizar la importancia de los parámetros de la línea, a fin de poder comparar los perfiles de líneas observados directamente, con la forma de los perfiles de línea calculados numéricamente.

Función perfil de línea

En el capítulo anterior se presentó la ecuación de transporte radiativo, que involucra los coeficientes de emisión, η , y de absorción, χ . Cada uno de estos coeficientes, está constituido por la contribución del continuo (procesos ligado-libre y dispersión por electrones libres), y de las líneas. Con respecto a las líneas espectrales, los coeficientes pueden expresarse como el producto de la absorción (o emisión) en el centro de la línea, multiplicados por la forma funcional del perfil de línea. En el caso del coeficiente de absorción, esto sería

$$\chi_\nu = \chi_\nu^C + \chi_\nu^L \quad \text{con} \quad \chi_\nu^L = \chi_0^L \phi(\nu), \quad (6.1)$$

donde χ_ν^C y χ_ν^L son los coeficientes de absorción del continuo y de las líneas respectivamente, mientras que χ_0^L es la absorción en el centro de la línea, y $\phi(\nu)$ es el perfil de absorción. La absorción en el centro de la línea puede calcularse según:

$$\chi_0^L = \frac{\pi e^2}{m_e c} g_l f_{ul} \left(\frac{n_l}{g_l} - \frac{n_u}{g_u} \right), \quad (6.2)$$

donde las variables involucradas son las mismas que utiliza la Ec. 2.16. Para el coeficiente de emisión tendremos una forma análoga con el perfil de emisión $\psi(\nu)$ correspondiente. Aquí adoptamos la hipótesis de redistribución completa, que implica que los perfiles de absorción y emisión son iguales (dado que estamos trabajando en el marco de referencia del fluido). La función perfil de línea $\phi(\nu)$ describe la forma de la línea espectral, y depende de los mecanismos de ensanchamiento que se consideren.

En una transición entre dos niveles, no existe una única frecuencia asociada a la transición, sino que hay una distribución de frecuencias, que se conoce como perfil de línea. Existen varios factores que hacen que la línea se ensanche y cada uno de ellos le dará diferente forma a la misma. Estos factores pueden ser debidos a condiciones locales o a condiciones externas, como se detalla a continuación.

6.1. Ensanchamiento natural (o radiativo)

Comenzamos con el ensanchamiento natural (también llamado ensanchamiento radiativo) que está siempre presente y podemos explicarlo con el principio de incertidumbre de Heisenberg para la energía y el tiempo. Este principio de la mecánica cuántica nos dice que las incertezas de los pares de operadores que no conmutan entre sí no son independientes, sino que el producto de ambas siempre es mayor a la constante reducida de Planck \hbar . En este caso, un nivel de energía no tiene realmente una única energía asociada con total exactitud, sino que tenemos un rango de energías, dado que existe una incertidumbre Δt en el tiempo en el que permanece un sistema en un estado de energía. Estas incertezas están limitadas por el principio antes mencionado,

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar. \quad (6.3)$$

Como las líneas se dan por transiciones entre dos niveles de energía, y cada uno tiene su incerteza asociada, tendremos una incerteza asociada al nivel superior y otra al inferior. La energía de la transición será la resta entre las energías de los dos niveles, y por lo tanto no tendrá un valor único bien definido, sino que tendremos un intervalo posible. Este intervalo en la energía se traslada a un intervalo en la frecuencia del fotón que participa.

Clásicamente, se puede determinar la forma del perfil de línea planteando que el átomo que emite es un oscilador armónico, donde consideramos una intensidad de oscilador asociada a la transición (ya que, si todos los átomos son osciladores, no habría diferencias entre las líneas); o de forma cuántica, donde la función de onda representa el estado físico de un sistema y el cuadrado de la función de onda da una densidad de probabilidad. La función de onda puede representar todas las coordenadas de posición de las partículas en el espacio de posición, o de los momentos de todas las partículas en el espacio de momento; ambas están relacionadas por una transformada de Fourier. Ambos tratamientos dan lugar a un perfil Lorentziano (Fig. 6.1). Este perfil se caracteriza por una parte central (núcleo de la línea) más bien angosta, y alas más desarrolladas. Podemos describirlo con el espectro de potencias,

$$I(\nu) = \frac{\Gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2}. \quad (6.4)$$

Análogamente se puede expresar en función de la frecuencia angular ω o de la longitud de onda λ . Aquí Γ es una constante que representa el ancho del perfil a mitad de altura,

depende de la transición, y se puede calcular según

$$\Gamma = \sum_{l < u} A_{ul}, \quad (6.5)$$

donde A_{ul} es el coeficiente de Einstein de emisión espontánea (que representa la inversa del tiempo de vida medio que puede permanecer un electrón en un dado nivel), y se suma sobre todos los niveles inferiores l a los que puede llegar el electrón partiendo del nivel superior u . Por otro lado el perfil está centrado en la frecuencia ν_0 , que es la correspondiente a la diferencia entre la energía media de los niveles, definida en el capítulo anterior. Si bien este mecanismo afecta a todas las transiciones, el ensanchamiento que produce es de algunos órdenes de magnitud menor que el ensanchamiento observado en los perfiles del espectro de las estrellas.

6.2. Ensanchamiento térmico

Considerando ahora que los átomos están dentro de un dado volumen, lo suficientemente grande como para poder definir variables macroscópicas como la temperatura, dichos átomos no están en reposo sino que tienen un movimiento térmico. Podemos considerar que es un gas ideal, y suponer que no hay una dirección privilegiada, por lo que la distribución de velocidades estará descrita por la distribución de Maxwell-Boltzmann. Así, cada átomo tendrá una componente radial de velocidad en la dirección del observador, por lo que el fotón resultante de la interacción estará afectado por el efecto Doppler, que produce un corrimiento en la frecuencia con respecto a la frecuencia en reposo. En este caso, el perfil correspondiente es el de Gauss (llamado perfil Gaussiano ó perfil Doppler, Fig. 6.1), y podemos representarlo con su espectro de potencias que es de la forma

$$I(\nu) = \frac{1}{\Delta\nu_D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu_D^2}\right), \quad (6.6)$$

donde ν_0 es la frecuencia correspondiente a la transición en reposo (es la misma que la descrita en la sección anterior), y $\Delta\nu_D$ representa el ancho a mitad de altura, dado por la Ec. 2.18. Este perfil se caracteriza por tener una zona central ancha, el núcleo, y alas menos desarrolladas que el perfil Lorentziano.

6.3. Ensanchamiento colisional

Además de los ensanchamientos considerados, es necesario incorporar otro mecanismo para el ensanchamiento de las líneas que se debe a las colisiones de los átomos con otras partículas. Este ensanchamiento es el resultado de la interacción eléctrica de los átomos, que emiten o absorben, con las demás partículas. El estudio de estas interacciones lo podemos abordar desde dos teorías clásicas que son la teoría de impacto y la estadística (que utiliza la aproximación de vecinos próximos). Ambas teorías tienen sus limitaciones, y se pueden interpretar como casos particulares de una teoría más

general que es la teoría de impacto cuántica. Hay distintos tipos de efectos colisionales posibles, dependiendo del tipo de partículas que sean los emisores y los perturbadores. Podemos considerar que el emisor es un átomo de H que colisiona con átomos de otros elementos, o que el átomo emisor no es H y que puede colisionar con partículas cargadas (por ejemplo, electrones) o con átomos de H. En este caso, como nuestro objetivo es calcular las líneas UV del Si IV que tienen origen en el viento estelar, nos enfocamos particularmente en las colisiones de este átomo con electrones libres. El efecto de estas colisiones se conoce como efecto Stark cuadrático.

6.3.1. Teoría de impacto

En la teoría de impacto se considera al átomo emisor como un oscilador armónico, y la colisión con otra partícula genera una discontinuidad en el tren de ondas. Se considera que hay una colisión cuando la diferencia de fase producida es de 1 radián (este valor arbitrario es uno de los inconvenientes de esta teoría). Por lo tanto, no se tienen en cuenta las colisiones que producen pequeños cambios de fase. El resultado es un perfil de Lorentz, igual que en el caso del ensanchamiento radiativo, también centrado en la longitud de onda central λ_0 . Sin embargo, observacionalmente, debido al ensanchamiento colisional se observa un desplazamiento del perfil $\Delta\lambda$ respecto de λ_0 , que no es predicho por esta teoría. Sin embargo, si se incluyen las interacciones débiles (las que producen pequeños cambios de fase) bajo la aproximación de Lindholm (ver por ejemplo, Foley, 1946), es posible predecir el desplazamiento observado. Esta teoría es válida solamente si la densidad es lo suficientemente baja, y se asumen colisiones adiabáticas.

6.3.2. Teoría estadística

En la teoría estadística se plantea al átomo emisor en un campo producido por los perturbadores, distribuidos aleatoriamente. Por un lado, se utiliza una aproximación del vecino más cercano (aproximación escalar), en la que se considera solamente la interacción con la partícula más próxima, y se desprecian las demás interacciones. Por otro lado, está la teoría de Holtsmark (1919), que hace un tratamiento vectorial del campo eléctrico y considera todos los perturbadores pero sin interacciones entre ellos. Un desarrollo más adecuado consiste en desarrollar el potencial en torno al átomo emisor, considerando a los vecinos más cercanos, y la interacción de los perturbadores entre sí. Sin embargo, dado que en las atmósferas estelares la densidad es baja, no hay grandes apartamientos respecto a la teoría de Holtsmark.

6.4. Perfil de Voigt

Para considerar los ensanchamientos mencionados simultáneamente, tendremos que convolucionar los perfiles correspondientes. Tanto el ensanchamiento radiativo como el colisional producen perfiles de Lorentz que, al convolucionar entre sí obtenemos

un perfil de Lorentz donde $\Gamma = \Gamma_R + \Gamma_C$, con el corrimiento $\Delta\nu_0$ que introduce el ensanchamiento colisional (este perfil resultante también se conoce como perfil de dispersión). Luego, para incluir el ensanchamiento térmico se busca la convolución del perfil de Lorentz obtenido con el perfil de Gauss. Esto da como resultado un perfil de Voigt (las convoluciones mencionadas se pueden ver en el Apéndice A). Este perfil está caracterizado por un parámetro a (denominado constante de amortiguamiento) que indica la relevancia de los distintos mecanismos de ensanchamiento entre sí. Está definido según

$$a = \frac{\Gamma}{4\pi\Delta\nu_D}, \text{ es decir } a = \frac{\Gamma_R + \Gamma_C}{4\pi\Delta\nu_D}. \quad (6.7)$$

Luego, si $a \ll 1$ dominará el ensanchamiento térmico, y el perfil resultante será un perfil de Gauss, mientras que si $a \gg 1$ dominará el ensanchamiento colisional (porque como se mencionó, el radiativo es siempre varios órdenes de magnitud menor), y por lo tanto el perfil será similar a un perfil Lorentziano. Para el caso general, el perfil de Voigt tiene características de ambos perfiles, siendo el centro similar al perfil Gaussiano pero con el desarrollo de las alas del perfil Lorentziano. El perfil de Voigt está dado por la llamada función de Voigt, que es de la forma

$$H(a, v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2) dy}{(u - y)^2 + a^2} \quad (6.8)$$

donde a es el parámetro mencionado previamente, u es una variable reducida de la frecuencia, $u = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D$, mientras que y es el cociente entre la velocidad (que sigue la distribución de Maxwell-Boltzmann) y la velocidad térmica (Ec. 2.18). En la Fig. 6.1 podemos ver los perfiles Lorentziano (en violeta, producido por los ensanchamientos radiativo y colisional, podemos destacar que el centro está desplazado de λ_0) y de Gauss (en rojo, producido por el ensanchamiento térmico), junto con la convolución de ambos (en verde, perfil de Voigt).

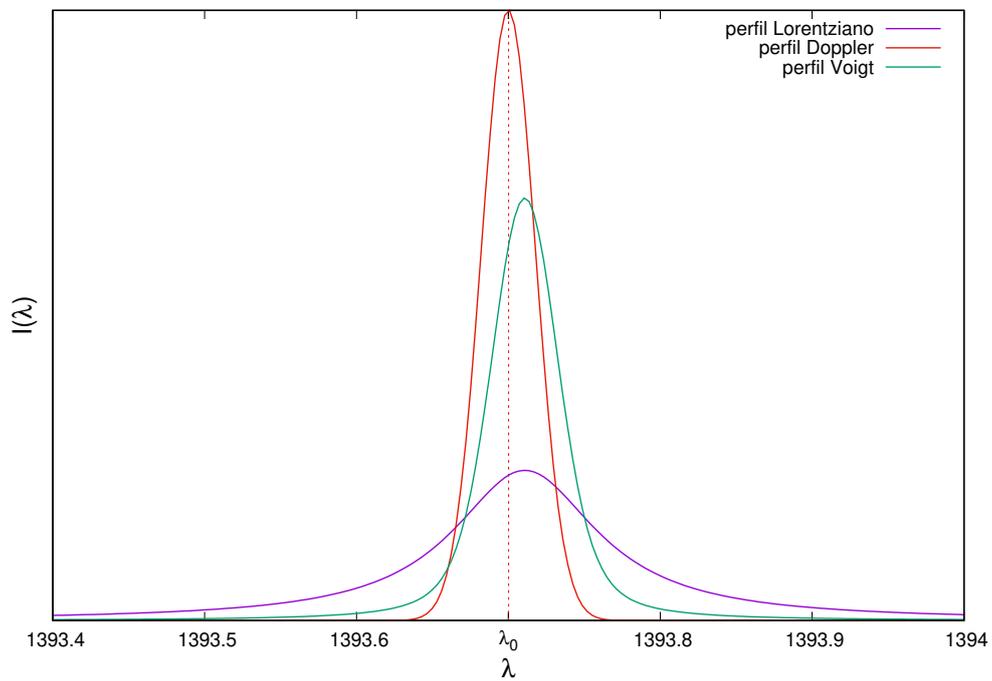


FIGURA 6.1: Perfiles Lorentziano (considerando ensanchamientos radiativo y colisional, por eso se encuentra desplazado de λ_0), Gaussiano (ensanchamiento Doppler) y Voigt (considera los tres mecanismos de ensanchamiento).

Cálculo y resultados del transporte radiativo

En este capítulo se describe la mejora realizada al código MULITAS, se muestran los perfiles calculados, y se realiza la comparación con una observación de la estrella HD 41117 realizada por el satélite IUE.

7.1. Ensanchamiento colisional para Si IV

El efecto Stark cuadrático es de particular importancia en astrofísica, ya que puede influir en la estructura de los espectros de líneas atómicas en presencia de campos eléctricos intensos. Este efecto es una expansión del efecto Stark lineal (donde el campo eléctrico es débil) y se produce cuando el campo eléctrico aplicado es lo suficientemente fuerte como para causar desplazamientos en los niveles de energía que no pueden explicarse mediante la aproximación lineal. En estas condiciones, los términos cuadráticos en la expansión de la energía deben ser considerados.

Originalmente, en cada capa de la atmósfera, el código MULITAS (Sección 5.4) utilizaba un perfil Doppler. Para mejorarlo, consideramos en este trabajo el efecto producido por los ensanchamientos radiativos y colisionales. Este último, por el efecto Stark cuadrático, produce un ensanchamiento de la línea y un corrimiento en la frecuencia central. Si bien en el código de Si IV ya estaba desarrollada la función para el perfil de Voigt (Ec. 6.8), esta subrutina no estaba implementada para contemplar el efecto Stark cuadrático. Para esto, hacía falta agregar los valores correspondientes del ancho del perfil a mitad de altura w y corrimiento en frecuencia d , y hacer las pruebas necesarias. Estos valores están calculados para distintos átomos y se pueden consultar en la base de datos llamada STARK-B (Sahal-Brechot et al., 2008, <http://stark-b.obspm.fr>). Para este trabajo, se realizó una búsqueda bibliográfica, y se utilizaron los valores de ancho y corrimiento dados para el Si IV y la transición 1396.7\AA , de la cual las líneas que queremos estudiar conforman la estructura fina. Los

valores de w y d dependen de las condiciones (densidad electrónica y temperatura) del medio. En la base de datos STARK-B están disponibles los valores con temperaturas de $2 \times 10^4\text{K}$, $5 \times 10^4\text{K}$, $8 \times 10^4\text{K}$, y superiores a $1 \times 10^5\text{K}$. En la Figura 7.1 se ilustra la variación del ancho w y desplazamiento d para distintas densidades electrónicas y las temperaturas dadas.

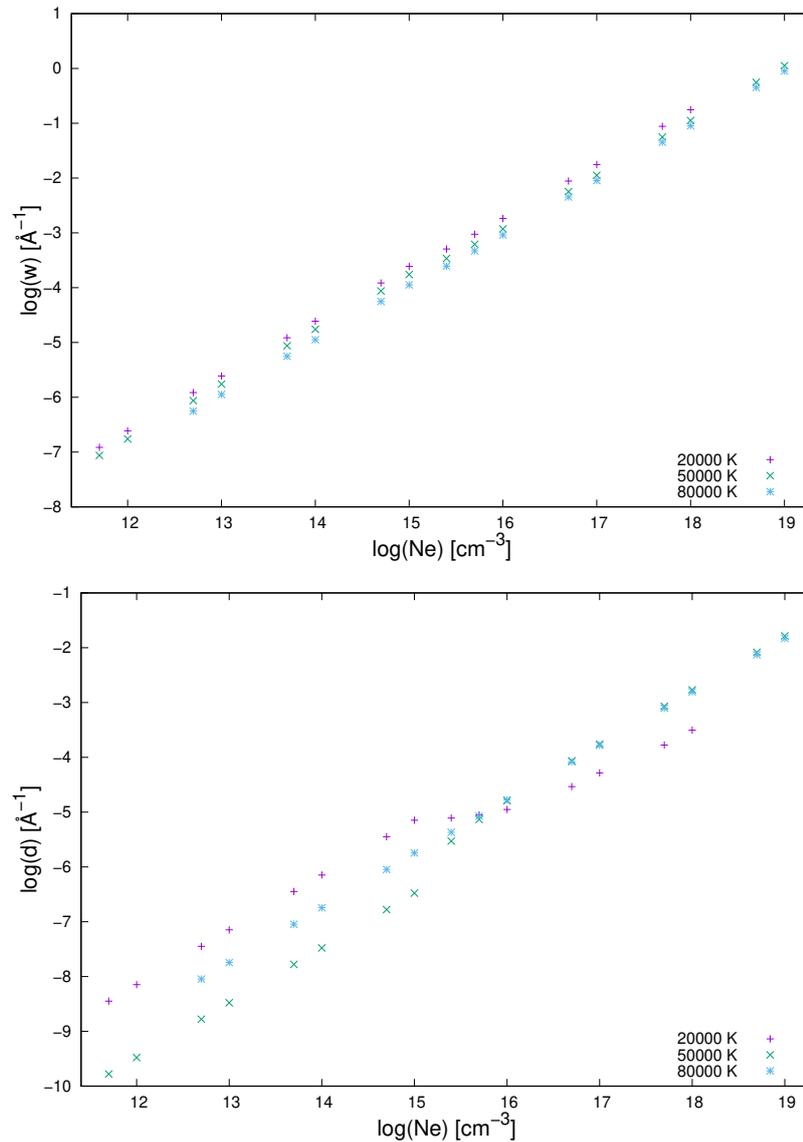


FIGURA 7.1: Parámetros del ancho mitad de altura w y corrimiento d para las líneas de Si IV $\lambda\lambda 1394$ y 1403 \AA , obtenidas de la base de datos STARK-B.

Como las condiciones del medio van cambiando capa a capa, se confeccionó una subrutina que, para cada capa, determina los valores de w y d correctos. Luego, según los valores de n_e y T en cada capa, se adoptaron los siguientes criterios:

- Si la temperatura es menor a $1.5 \times 10^4\text{K}$, la temperatura no es suficiente para excitar los niveles de Si IV, por lo que, en ese caso, w y d son nulos.
- Si la temperatura se encuentra entre $1.5 \times 10^4\text{K}$ y $2 \times 10^4\text{K}$, se seleccionan los valores correspondientes a $2 \times 10^4\text{K}$.
- Si la temperatura es mayor a $2 \times 10^4\text{K}$, se propone el siguiente esquema: dado que los logaritmos de los coeficientes, w y d , y la densidad electrónica se comportan casi linealmente (Fig. 7.1), se ajustan rectas por mínimos cuadrados para cada temperatura. Luego, con la densidad electrónica de una capa, se buscan los valores de w y d correspondientes usando las rectas para las dos temperaturas entre las que se encuentra la temperatura de la capa. Finalmente, se realiza una interpolación lineal para la temperatura de la capa, encontrando así los valores de w y d a utilizar.

Luego como los valores de w y d están tabulados en Å^{-1} (y se necesitan en Hz), se realiza el cambio de unidades correspondiente

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} \rightarrow \Delta\nu_0 = -\frac{c}{\lambda_0^2}\Delta\lambda_0, \quad (7.1)$$

resultando así el ancho colisional y el desplazamiento como

$$\Gamma_C = \frac{c}{\lambda_0^2}w \quad \Delta\nu_0 = -\frac{c}{\lambda_0^2}d \quad (7.2)$$

(aquí, Γ_C se toma positivo por ser una medida de longitud, mientras que el corrimiento $\Delta\nu_0$ sí puede ser en uno u otro sentido). De esta manera, el perfil resultante es de Voigt, con los parámetros a y v de la función de Voigt (Ec. 6.8) dados por

$$a = \frac{\Gamma_R + \Gamma_C}{4\pi\Delta\nu_D}, \text{ y } v = \frac{\nu - \nu_0 - \Delta\nu_0}{\Delta\nu_D} \quad (7.3)$$

donde Γ_R y Γ_C son los ensanchamientos (o anchos) radiativo y colisional respectivamente (Ecs. 6.5 y 7.2), ν_0 es la frecuencia central de la transición, $\Delta\nu_D$ es el ancho Doppler (Ec. 2.18), y $\Delta\nu_0$ es el ensanchamiento por efecto Stark cuadrático (Ec. 7.2).

Antes de incluir el efecto Stark cuadrático en el código MULITAS, se implementó un programa (realizado en lenguaje Fortran) para el cálculo del perfil de Voigt, para verificar su buen funcionamiento. Dados unos valores de densidad electrónica y temperatura, el programa calcula el ancho colisional y el desplazamiento correspondientes, siguiendo el esquema antes mencionado, realiza los cambios de unidades necesarios, y utiliza la función de Voigt para calcular el perfil de Voigt. Además, se implementó el cálculo de perfiles de Lorentz y de Gauss, a fin de poder realizar una comparación entre ellos, como se muestra en el ejemplo de la Fig. 6.1. Una vez que se corroboró que, tanto la función de Voigt como los valores de ancho colisional y desplazamiento estaban siendo bien calculados, se incluyeron estos cálculos mediante una subrutina en el código MULITAS.

7.2. Resultados: Perfiles obtenidos

Algunos perfiles obtenidos se presentan en las Figuras 7.2, 7.3 y 7.4, junto a la ley de velocidad correspondiente (para soluciones rápidas, en la brecha, y δ -lentas respectivamente). Los perfiles obtenidos son del tipo P Cygni, y las leyes de velocidades son monótonamente crecientes, lo que permitió el cálculo del transporte de radiación en el *comoving frame*. Como mecanismo de ensanchamiento se consideró un perfil Doppler puro que contempla solo el ensanchamiento térmico (línea continua verde), y un perfil de Voigt (línea continua violeta) donde además del térmico se consideran los ensanchamientos radiativo (o natural) y colisional (Stark cuadrático). En este último caso se reconoce un núcleo Doppler y las alas del perfil de línea son muy extendidas.

Se observa que, a medida que δ crece, la intensidad del perfil de emisión decrece, siendo máxima para la solución rápida. Además, como las velocidades terminales dependen de δ (Fig. 4.11), el perfil se angosta al aumentar δ . Por otro lado, en los perfiles correspondientes a soluciones de la brecha (Fig. 7.3) no se observan componentes en absorción como se esperaba, dado que esas soluciones hidrodinámicas presentan un *kink*. Esto puede deberse a que, para el modelo adoptado, el quiebre en la ley de velocidad es suave, y ocurre a grandes distancias de la estrella. Sin embargo, se ve una componente en absorción en algunos perfiles (como es notorio, por ejemplo, en la Fig. 7.2), que está ubicada en la longitud central λ_0 de cada línea que conforma el doblete. Al no estar desplazada, se interpreta que dicha absorción es producida por un problema de empalme del modelo de fotosfera con la base del viento (donde la densidad debe ser continua entre un modelo y otro).

7.3. Comparación con observaciones

Se compararon los perfiles calculados con observaciones de la estrella HD 41117 (B2 Ia), a fin de verificar que los perfiles sintéticos tengan semejanza con perfiles observados. Para ello es necesario convolucionar el perfil obtenido con un perfil de rotación, dado que el código MULITAS no considera la rotación de la estrella. Para ese fin, es necesario conocer $v \sin i$ de la estrella a modelar, por lo que se utilizó el valor presentado por Haucke et al. (2018), de donde también se adoptaron los parámetros estelares T_{eff} , $\log(g)$, R_* y abundancia. En las Figs. 7.5, 7.6 y 7.7 se pueden ver perfiles calculados empleando una ley de velocidad rápida, de la brecha, y δ -lenta, respectivamente, superpuestos a una observación de la estrella (realizada por el satélite IUE). En los perfiles observados disponibles, no se distinguen DACs. Los parámetros del modelo son: $T_{\text{eff}} = 18000$ K, $\log(g) = 2.5$, $R_* = 23 R_{\odot}$, $\Omega = 0.27$, $\dot{M} = 0.05 \times 10^{-6} M_{\odot}/\text{año}$, $\alpha = 0.515$, $k = 0.104$, $v_{\text{macro}} = 40$ km/s, $v_{\text{micro}} = 20$ km/s y $v \sin i = 40$ km/s. Se seleccionó esta estrella, porque fue modelada previamente por Haucke et al. (2018), quienes ajustaron la línea H α empleando una ley β , con $\beta = 2$, $\dot{M} = 0.17 \times 10^{-6} M_{\odot}/\text{año}$, $v_{\infty} = 510$ km/s, $v_{\text{macro}} = 65$ km/s y $v_{\text{micro}} = 10$ km/s. Por otro lado, Venero et al. (2023) realizaron el ajuste de la misma línea, utilizando soluciones rigurosas de la teoría m-CAK (empleando el código Hydwind para obtenerlas). En este segundo trabajo, se

encontraron dos ajustes posibles, con una ley rápida ($\alpha = 0.520$, $k = 0.113$, $\delta = 0.0$, $\dot{M} = 0.179 \times 10^{-6} M_{\odot}/\text{año}$, $v_{\infty} = 306.9$ km/s) y otra δ -lenta ($\alpha = 0.510$, $k = 0.095$, $\delta = 0.24$, $\dot{M} = 0.089 \times 10^{-6} M_{\odot}/\text{año}$, $v_{\infty} = 160.0$ km/s).

Para realizar la comparación de los perfiles sintéticos con observaciones, se adoptaron los valores promedios de k y α de las mejores soluciones encontradas por Venero. Como la tasa de pérdida de masa es la misma, el modelo que más se asemeja a la observación corresponde a la solución rápida. No se descarta que la dualidad en las soluciones hidrodinámicas persista, dado que es necesario hacer un barrido sobre diferentes valores de k , α y δ para encontrar el mejor ajuste. El objetivo en esta instancia era analizar la viabilidad de las soluciones hidrodinámicas en reproducir las observaciones, empleando un código mejorado para el Si IV. Dado el buen acuerdo, motiva a seguir explorando estas soluciones y buscar ajustes adecuados para esta y otras estrellas.

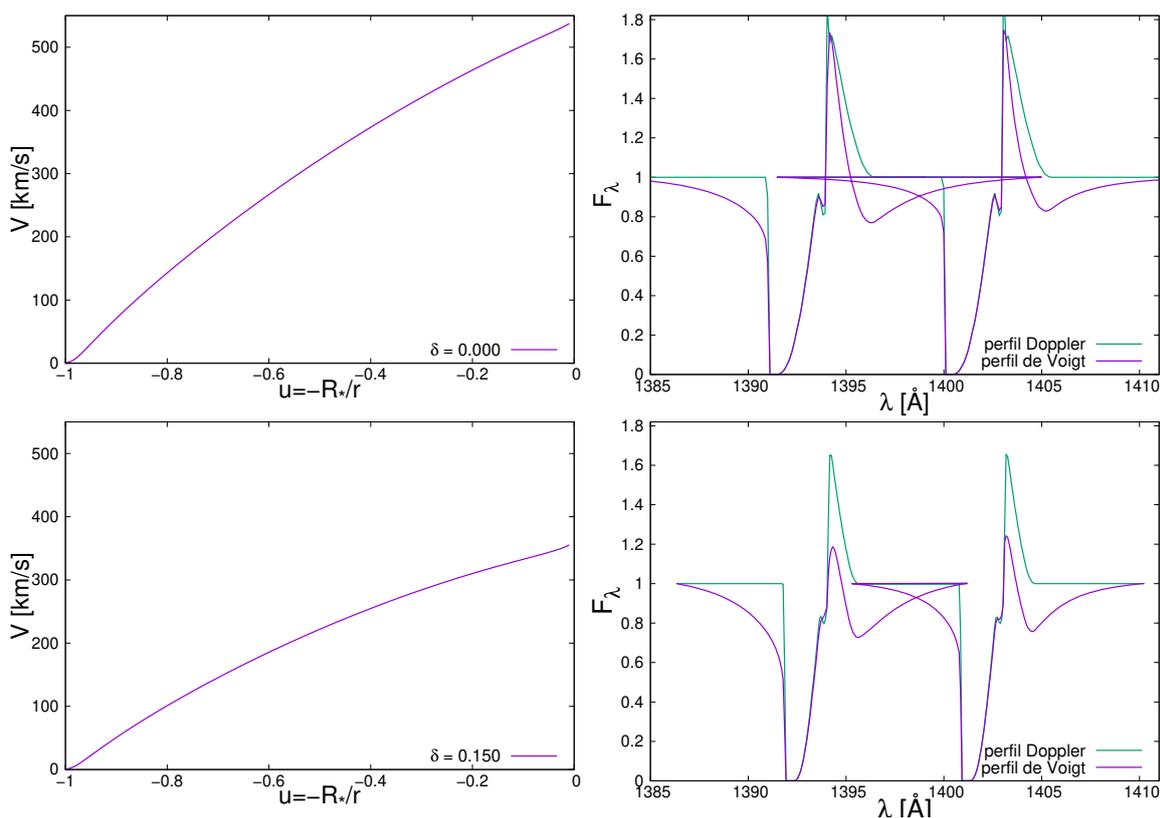


FIGURA 7.2: Perfiles de línea del doblete de Si IV $\lambda\lambda 1394$ y 1403 Å obtenidos con soluciones hidrodinámicas rápidas, con $\alpha = 0.515$ y $k = 0.104$. En los paneles de la izquierda se muestran las leyes de velocidad empleadas, mientras que en la derecha se presenta el perfil calculado.

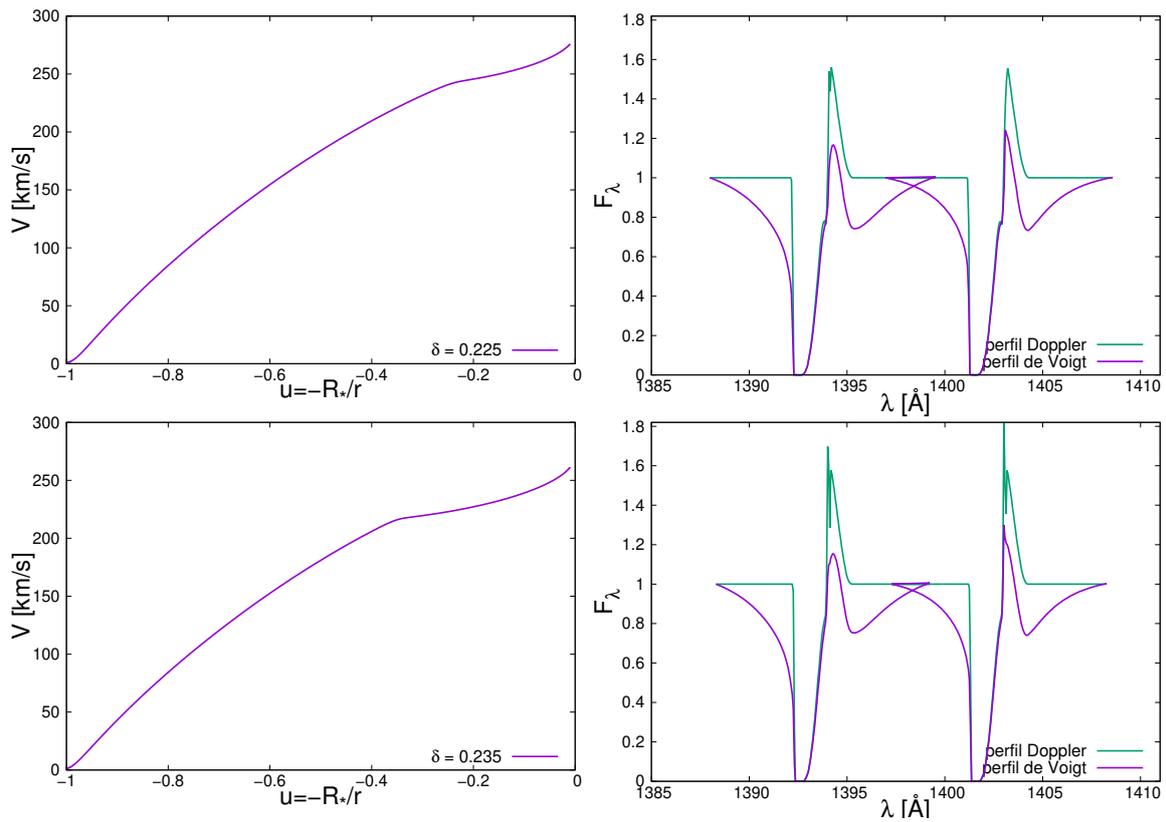


FIGURA 7.3: Perfiles de línea del doblete de Si IV $\lambda\lambda 1394$ y 1403 Å obtenidos con soluciones hidrodinámicas de la región de la brecha, con $\alpha = 0.515$ y $k = 0.104$. En los paneles de la izquierda se muestran las leyes de velocidad empleadas, mientras que en la derecha se presenta el perfil calculado.

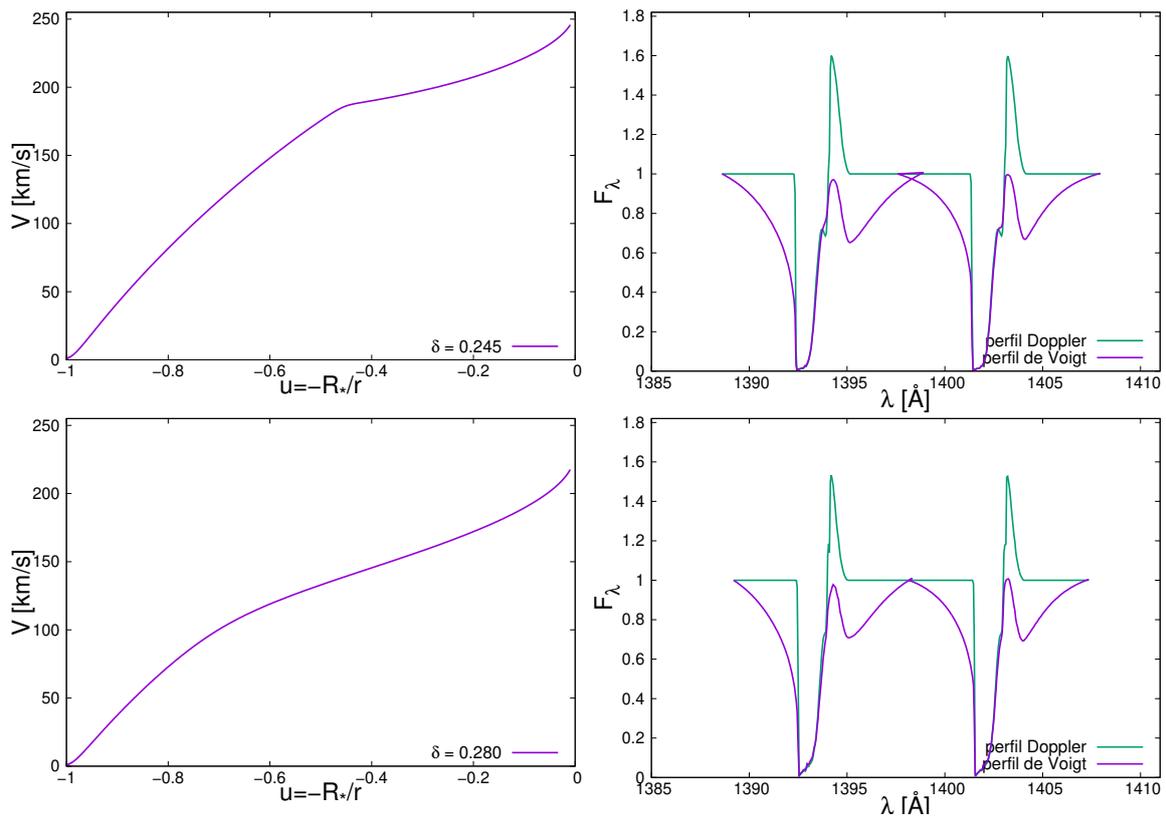


FIGURA 7.4: Perfiles de línea del doblete de Si IV $\lambda\lambda 1394$ y 1403 Å obtenidos con soluciones hidrodinámicas δ -lentas, con $\alpha = 0.515$ y $k = 0.104$. En los paneles de la izquierda se muestran las leyes de velocidad empleadas, mientras que en la derecha se presenta el perfil calculado.

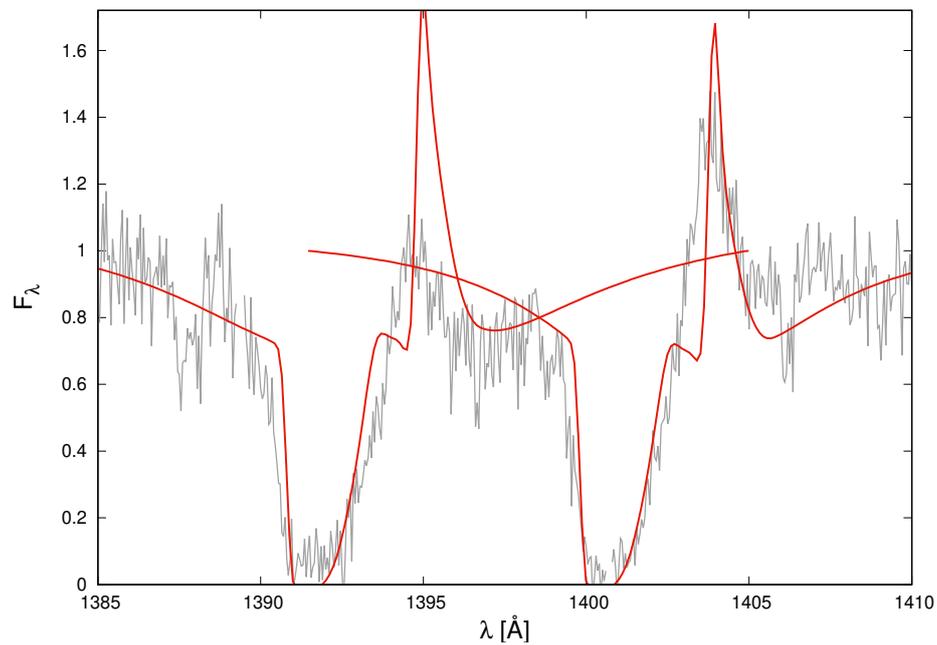


FIGURA 7.5: Comparación entre un perfil sintético, calculado usando una solución rápida ($\alpha = 0.515$, $k = 0.104$, $\delta = 0.0$ y $v_\infty = 537.4$ km/s), y un perfil observado de la estrella HD 41117.

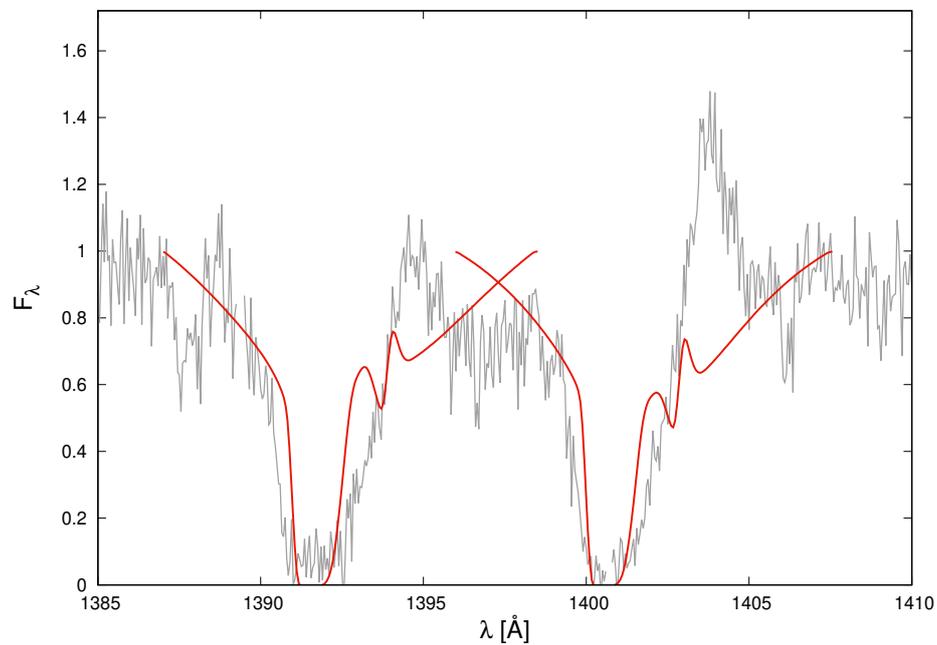


FIGURA 7.6: Comparación entre un perfil sintético, calculado usando una solución correspondiente a la región de la brecha ($\alpha = 0.515$, $k = 0.104$, $\delta = 0.225$ y $v_\infty = 276.1$ km/s), y un perfil observado de la estrella HD 41117.

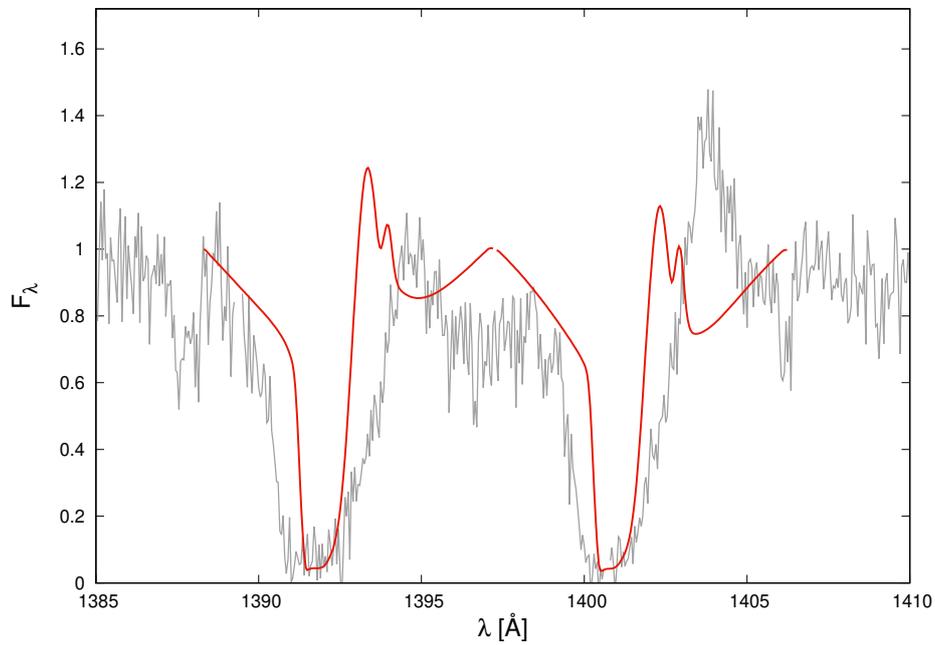


FIGURA 7.7: Comparación entre un perfil sintético, calculado usando una solución δ -lenta ($\alpha = 0.515$, $k = 0.104$, $\delta = 0.3$ y $v_\infty = 211.9$ km/s), y un perfil observado de la estrella HD 41117.

Conclusiones y trabajo a futuro

Los vientos impulsados por radiación de las estrellas masivas están descritos por la teoría m-CAK, que describe la fuerza de radiación mediante tres parámetros α , δ y k . Los valores que toman estos parámetros determinan distintas familias de soluciones hidrodinámicas: rápidas, δ -lentas y Ω -lentas. En este trabajo, como se utilizaron modelos correspondientes a baja rotación (Ω fijo), se estudió la región de separación entre soluciones rápidas y δ -lentas. Estas dos familias de soluciones están separadas en el espacio del parámetro δ donde, hasta el momento, no se habían encontrado soluciones. Esto es porque se empleaba un código hidrodinámico independiente del tiempo (código Hydwind), que no logra la convergencia de soluciones en dicha región.

En este trabajo se utilizó el código Zeus (código hidrodinámico dependiente del tiempo), y se encontraron nuevas soluciones en la región de transición entre los regímenes rápido y δ -lento. Estas soluciones son estables, pero a diferencia de las rápidas o δ -lentas, es necesario pasar por un estado transitorio previamente. Aquí se muestran cómo son las curvas de velocidad de un viento estelar, partiendo de una solución hidrodinámica rigurosa, para las soluciones rápidas, lentas y, por primera vez, en la región de transición (Fig. 4.10).

Por otro lado, se trabajó con el código MULITAS, que resuelve la ecuación de transporte para el átomo de Si IV en un medio en movimiento, bajo la suposición NLTE, en simetría esférica, considerando un átomo de varios niveles. Primero, se desarrolló una subrutina que se incorporó al código, con el fin de agregar el efecto Stark cuadrático como mecanismo de ensanchamiento del perfil. Luego, se utilizó el código para el cálculo de perfiles sintéticos UV del doblete de Si IV (Figs. 7.2, 7.3 y 7.4). Además, se compararon los perfiles calculados con una observación de la estrella HD 41117 (Figs. 7.5, 7.6 y 7.7).

8.1. Conclusiones

Las soluciones hidrodinámicas correspondientes a la región de la brecha existen y completan una transición continua entre el régimen rápido y el lento. Esta transición se

da mediante soluciones estables que presentan un quiebre o *kink*, que permanece fijo a una cierta distancia de la estrella, dependiendo del parámetro δ (Fig. 4.12). Comparando entre distintas soluciones, la posición del *kink* se desplaza alejándose de la superficie de la estrella (por lo tanto, en velocidades mayores) a medida que disminuye el parámetro δ (es decir, yendo hacia soluciones rápidas). Además, se observa una dependencia de la velocidad terminal v_∞ con el valor de δ (Fig. 4.11). Por otro lado, no se encuentran problemas de convergencia al utilizar soluciones semilla diferentes, incluso si son de distintos regímenes (rápido y δ -lento). En todos los casos, se converge a la misma solución final (Figs. 4.4, 4.5 y 4.6). Esto es válido siempre que los tiempos de integración sean suficientemente largos, para que la convergencia se logre completamente. Por lo tanto, los *kinks* encontrados en la región de la brecha no serían consecuencia de errores numéricos.

Por otra parte, se logró realizar una mejora al código MULITAS, al incorporar el efecto Stark cuadrático, mediante el cual se calcularon perfiles UV de Si IV, empleando las soluciones hidrodinámicas rigurosas de la teoría m-CAK, obtenidas en este trabajo. Es importante resaltar que las soluciones calculadas para la brecha se han obtenido por primera vez. Sin embargo, los *kinks* obtenidos en estas soluciones no alcanzan (por ser un quiebre suave y lejos de la superficie de la estrella) para predecir las Componentes Discretas en Absorción observadas en los perfiles UV de estrellas masivas.

Venero et al. (2023) encontraron que los perfiles observados de H α (inclusive en HD 41117) podían ser reproducidos tanto con una solución rápida como con una δ -lenta. Esto introducía una dicotomía en el problema, ya que ambas soluciones predecían velocidades terminales y tasas de pérdida de masa diferentes. Sin embargo, esta prueba piloto del ajuste de perfiles P Cygni del doblete de Si IV en el UV, parece indicar que la solución rápida es la más apropiada para modelar el viento de HD 41117. Por lo tanto, los cálculos hidrodinámicos y la resolución del transporte de radiación llevados a cabo en este trabajo, pueden contribuir a discernir cuál es la solución más apropiada para un viento de una supergigante B.

8.2. Trabajo a futuro

En primer lugar, nuestro plan a futuro incluye la preparación de un artículo científico para dar a conocer las nuevas soluciones hidrodinámicas encontradas.

Para ampliar el estudio de las soluciones en la brecha es necesario realizar los cálculos para distintos modelos de estrellas, a fin de verificar si las características de las nuevas soluciones se mantienen. Esto permitiría aplicar las soluciones para estudiar los perfiles de línea UV de las estrellas supergigantes B, especialmente en aquellas que presenten Componentes Discretas en Absorción, para buscar un vínculo con las nuevas soluciones. También se propone avanzar con el modelado de otras líneas espectrales (por ejemplo, C IV y He I), utilizando las nuevas soluciones. Este enfoque nos permitirá complementar el estudio del comportamiento del viento, usando datos que cubran todo el rango espectral, desde el IR hasta el UV, modelando líneas de H, He I, Si IV y C IV.

En este trabajo, consideramos a los parámetros α , δ y k como libres e independientes de los parámetros de la estrella T_{eff} y R_* . Sin embargo, los parámetros de la teoría m-CAK deben ser consistentes con los parámetros del modelo de fotosfera, habiendo una relación que los vincula. Es nuestro objetivo emplear un código que calcule la fuerza de radiación utilizando miles de líneas espectrales. El grupo MEP ya ha desarrollado este código, el cual funciona correctamente para las estrellas de tipo espectral O, pero dada la falta de linealidad del multiplicador de fuerza en las estrellas B, los parámetros α y k dejarían de ser constantes, lo que implica diseñar una nueva aproximación.

Otro punto interesante para estudiar, es la relación entre la velocidad terminal del viento y el parámetro δ . Por ejemplo, según la teoría m-CAK, ya existe una relación entre la velocidad terminal y α mediante la siguiente relación (Kudritzki & Puls, 2000):

$$v_{\infty} = \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)^{0.5} \sqrt{\frac{2GM_*(1 - \Gamma)}{R_*}} = \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)^{0.5} v_{esc}, \quad (8.1)$$

donde v_{esc} es la velocidad de escape fotosférica (corregida por dispersión Thomson). Kudritzki & Puls (2000) desarrollaron una corrección a esta ecuación para considerar la dependencia con δ . Por lo tanto, se podría utilizar la relación observada entre v_{∞} y δ (que se muestra en la Fig. 4.11), para verificar si hay correspondencia entre los resultados de estos cálculos y dicho modelo teórico. Con ese fin, se deben correr más modelos, y determinar con precisión la relación entre los valores mencionados.

Convolución de perfiles de línea

A.1. Ensanchamientos radiativo y colisional

Dados los perfiles de Lorentz debidos a los ensanchamientos radiativo y colisional, $I_r(\nu)$ e $I_c(\nu)$ respectivamente, se pretende buscar la convolución entre ambos. Dichos perfiles son los siguientes

$$I_r(\nu) = \frac{\Gamma_r/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_r}{4\pi}\right)^2}, \quad I_c(\nu) = \frac{\Gamma_c/4\pi^2}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_c}{4\pi}\right)^2} \quad (\text{A.1})$$

donde cada uno tiene el ensanchamiento Γ correspondiente, y además el perfil colisional presenta el desplazamiento $\Delta\nu_0$. Para simplificar el desarrollo, se propone un cambio de variable $u = \nu - \nu_0$, resultando así los perfiles

$$I_r(u) = \frac{\Gamma_r/4\pi^2}{u^2 + \left(\frac{\Gamma_r}{4\pi}\right)^2}, \quad I_c(u) = \frac{\Gamma_c/4\pi^2}{(u - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_c}{4\pi}\right)^2} \quad (\text{A.2})$$

Luego, la convolución (por definición) será

$$\begin{aligned} (I_c * I_r)(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} I_c(x) I_r(u - x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma_c/4\pi^2}{(x - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_c}{4\pi}\right)^2} \frac{\Gamma_r/4\pi^2}{(u - x)^2 + \left(\frac{\Gamma_r}{4\pi}\right)^2} dx \\ &= \frac{\Gamma_r\Gamma_c}{16\pi^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\left[(x - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_c}{4\pi}\right)^2\right] \left[(u - x)^2 + \left(\frac{\Gamma_r}{4\pi}\right)^2\right]} dx \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Aquí, llamando $f(x)$ al integrando, se puede reescribir de la forma

$$f(x) = \frac{1}{(x - \Delta\nu_0 + i\frac{\Gamma_c}{4\pi})(x - \Delta\nu_0 - i\frac{\Gamma_c}{4\pi})(u - x + i\frac{\Gamma_r}{4\pi})(u - x - i\frac{\Gamma_r}{4\pi})} \quad (\text{A.4})$$

donde podemos interpretarlo como una función compleja que tiene 4 puntos singulares que son del tipo polos simples,

$$\begin{aligned} x_1 &= \Delta\nu_0 - i\Gamma_c/4\pi & x_3 &= u - i\Gamma_r/4\pi \\ x_2 &= \Delta\nu_0 + i\Gamma_c/4\pi & x_4 &= u + i\Gamma_r/4\pi \end{aligned}$$

Considerando una curva cerrada formada por un semicírculo de radio R (por encima del eje x), y un segmento en el eje x de $-R$ a R , se quiere integrar la función $f(x)$ de la Ec. (A.4). Se aplica el Teorema de los Residuos, donde los polos que quedan en el interior de la curva cerrada, son los que tienen parte imaginaria positiva (x_2 y x_4). Luego, tomando el límite $R \rightarrow \infty$, la integral sobre la curva semicircular tiende a 0, mientras que la integral sobre el segmento, resulta igual a la integral de la Ec. (A.3). Por lo tanto,

$$(I_c * I_r)(u) = \frac{\Gamma_r \Gamma_c}{16\pi^4} 2\pi i \left(\operatorname{Res} f(x) \Big|_{x=x_2} + \operatorname{Res} f(x) \Big|_{x=x_4} \right) \quad (\text{A.5})$$

Luego buscando los residuos, se obtienen

$$\begin{aligned} \operatorname{Res} f(x) &= \lim_{x \rightarrow x_2} (x - x_2) f(x) \\ &= \frac{2\pi}{i\Gamma_c \left[u - \Delta\nu_0 - \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r + \Gamma_c) \right] \left[u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r - \Gamma_c) \right]}, \text{ y} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Res} f(x) &= \lim_{x \rightarrow x_4} (x - x_4) f(x) \\ &= \frac{2\pi}{i\Gamma_r \left[u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r + \Gamma_c) \right] \left[u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r - \Gamma_c) \right]} \end{aligned}$$

Volviendo al cálculo de la convolución y resolviendo la suma de los residuos, tendremos:

$$\begin{aligned} (I_c * I_r)(u) &= \frac{1}{4\pi^2 \left[u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r - \Gamma_c) \right]} \left\{ \frac{\Gamma_r}{u - \Delta\nu_0 - \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r + \Gamma_c)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Gamma_c}{u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r + \Gamma_c)} \right\} \\ &= \frac{1}{4\pi^2 \left[u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r - \Gamma_c) \right]} \frac{(\Gamma_r + \Gamma_c) \left[u - \Delta\nu_0 + \frac{i}{4\pi}(\Gamma_r - \Gamma_c) \right]}{(u - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_r + \Gamma_c}{4\pi} \right)^2} \\ &= \frac{(\Gamma_r + \Gamma_c)/4\pi^2}{(u - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_r + \Gamma_c}{4\pi} \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Identificando el ensanchamiento resultante como la suma de los dos iniciales, $\Gamma = \Gamma_r + \Gamma_c$, y volviendo a la variable ν , el perfil resultante será uno de Lorentz según

$$I(\nu) = \frac{\Gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_0 - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi} \right)^2} \quad (\text{A.8})$$

A.2. Ensanchamiento térmico

Ahora, sobre el perfil resultante de la sección anterior, queremos agregar el efecto del ensanchamiento térmico. Con ese fin, calculamos la convolución entre los perfiles dados por las ecuaciones (A.8) y (6.6). Nuevamente para simplificar la notación, haremos un cambio de variable $u = \nu - \nu_0$, quedando así los perfiles a convolucionar de la siguiente forma,

$$I_g(u) = \frac{1}{\Delta\nu_D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{\Delta\nu_D}\right), \quad I_d(u) = \frac{\Gamma/4\pi^2}{(u - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2} \quad (\text{A.9})$$

Realizando la convolución,

$$\begin{aligned} (I_g * I_d)(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} I_g(x) I_d(u-x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\Delta\nu_D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{\Delta\nu_D}\right) \frac{\Gamma/4\pi^2}{(u-x - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2} dx \\ &= \frac{\Gamma}{\Delta\nu_D 4\pi^2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{\Delta\nu_D}\right)}{(u-x - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2} dx \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Mediante un cambio de variable $y = x/\Delta\nu_D$,

$$\begin{aligned} (I_g * I_d)(u) &= \frac{\Gamma}{4\pi^2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{(u - \Delta\nu_D y - \Delta\nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi}\right)^2} dy \\ &= \frac{\Gamma}{\Delta\nu_D^2 4\pi^2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{\left(\frac{u - \Delta\nu_0}{\Delta\nu_D} - y\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{4\pi\Delta\nu_D}\right)^2} dy \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Definiendo al parámetro a y a la variable v según

$$a = \frac{\Gamma}{4\pi\Delta\nu_D} \quad \text{y} \quad v = \frac{u - \Delta\nu_0}{\Delta\nu_D} = \frac{\nu - \nu_0 - \Delta\nu_0}{\Delta\nu_D} \quad (\text{A.12})$$

La integral resulta

$$I(\nu) = \frac{a}{\pi\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-y^2)}{(v-y)^2 + a^2} dy \quad (\text{A.13})$$

donde se identifica además a la función de Voigt como

$$H(a, v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2)}{(v-y)^2 + a^2} dy \quad (\text{A.14})$$

Bibliografía

- Abbott, D. C. 1982, *ApJ*, 259, 282
- Araya, I., Curé, M., ud-Doula, A., Santillán, A., & Cidale, L. 2018, *MNRAS*, 477, 755
- Becker, S. R. & Butler, K. 1990, *A&A*, 235, 326
- Castor, J. I. 1974a, *MNRAS*, 169, 279
- Castor, J. I. 1974b, *ApJ*, 189, 273
- Castor, J. I., Abbott, D. C., & Klein, R. I. 1975, *ApJ*, 195, 157
- Clarke, D. A. 1996, *ApJ*, 457, 291
- Clarke, D. A. 2010, *ApJS*, 187, 119
- Cranmer, S. R. & Owocki, S. P. 1996, *ApJ*, 462, 469
- Curé, M. 2004, *ApJ*, 614, 929
- Curé, M. & Araya, I. 2023, *Galaxies*, 11, 68
- Curé, M., Cidale, L., & Granada, A. 2011, *ApJ*, 737, 18
- Drew, J. E. 1989, *ApJS*, 71, 267
- Ekström, S., Georgy, C., Eggenberger, P., et al. 2012, *A&A*, 537, A146
- Foley, H. M. 1946, *Physical Review*, 69, 616
- Friend, D. B. & Abbott, D. C. 1986, *ApJ*, 311, 701
- Fullerton, A. W., Massa, D. L., & Prinja, R. K. 2006, *ApJ*, 637, 1025
- Gayley, K. G. 1995, *ApJ*, 454, 410
- Georgy, C., Ekström, S., Eggenberger, P., et al. 2013, *A&A*, 558, A103
- Gray, D. F. 2005, *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres*
- Haucke, M., Cidale, L. S., Venero, R. O. J., et al. 2018, *A&A*, 614, A91

- Holtzmark, J. 1919, *Annalen der Physik*, 363, 577
- Howarth, I. D. & Prinja, R. K. 1989, *ApJS*, 69, 527
- Kaper, L., Henrichs, H. F., Fullerton, A. W., et al. 1997, *A&A*, 327, 281
- Klein, R. I. & Castor, J. I. 1978, *ApJ*, 220, 902
- Kudritzki, R.-P. & Puls, J. 2000, *ARA&A*, 38, 613
- Lamers, H. J. G. L. M. & Cassinelli, J. P. 1999, *Introduction to Stellar Winds*
- Lamers, H. J. G. L. M., Gathier, R., & Snow, T. P., J. 1982, *ApJ*, 258, 186
- Lamers, H. J. G. L. M. & Snow, T. P., J. 1978, *ApJ*, 219, 504
- Lamers, H. J. G. L. M., Snow, T. P., & Lindholm, D. M. 1995, *ApJ*, 455, 269
- Markova, N. 2000, *A&AS*, 144, 391
- Markova, N. & Puls, J. 2008, *A&A*, 478, 823
- McErlean, N. D., Lennon, D. J., & Dufton, P. L. 1999, *A&A*, 349, 553
- Mihalas, D. 1978, *Stellar atmospheres*
- Mihalas, D. & Kunasz, P. B. 1978, *ApJ*, 219, 635
- Mihalas, D., Kunasz, P. B., & Hummer, D. G. 1975, *ApJ*, 202, 465
- Moore, C. E. & Merrill, P. W. 1968, *Partial Grotrian Diagrams of Astrophysical Interest*
- Morton, D. C. 1967, *ApJ*, 150, 535
- Mullan, D. J. 1986, *A&A*, 165, 157
- Najarro, F., Hanson, M. M., & Puls, J. 2011, *A&A*, 535, A32
- Pauldrach, A., Puls, J., & Kudritzki, R. P. 1986, *A&A*, 164, 86
- Puls, J., Springmann, U., & Lennon, M. 2000, *A&AS*, 141, 23
- Puls, J., Urbaneja, M. A., Venero, R., et al. 2005, *A&A*, 435, 669
- Puls, J., Vink, J. S., & Najarro, F. 2008, *A&A Rev.*, 16, 209
- Richardson, N., Gies, D. R., & Morrison, N. D. 2011, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. 217, *American Astronomical Society Meeting Abstracts #217*, 154.11
- Sahal-Brechot, S., Dimitrijevic, M. S., & Moreau, N. 2008, <http://stark-b.obspm.fr>

- Saio, H., Georgy, C., & Meynet, G. 2013, *MNRAS*, 433, 1246
- Searle, S. C., Prinja, R. K., Massa, D., & Ryans, R. 2008, *A&A*, 481, 777
- Shimada, M. R., Ito, M., Hirata, B., & Horaguchi, T. 1994, in *Pulsation; Rotation; and Mass Loss in Early-Type Stars*, ed. L. A. Balona, H. F. Henrichs, & J. M. Le Contel, Vol. 162, 487
- Snow, T. P., J. & Morton, D. C. 1976, *ApJS*, 32, 429
- Snow, T. P., Lamers, H. J. G. L. M., Lindholm, D. M., & Odell, A. P. 1994, *ApJS*, 95, 163
- Sobolev, V. V. 1960, *Moving Envelopes of Stars*
- Venero, R., Cidale, L., & Ringuelet, A. 2000, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 214, IAU Colloq. 175: The Be Phenomenon in Early-Type Stars, ed. M. A. Smith, H. F. Henrichs, & J. Fabregat, 607
- Venero, R. O. J., Curé, M., Cidale, L. S., & Araya, I. 2016, *ApJ*, 822, 28
- Venero, R. O. J., Curé, M., Puls, J., et al. 2023, *En prensa*, –
- Vink, J. S., Brott, I., Gräfener, G., et al. 2010, *A&A*, 512, L7
- Wendker, H. J. 1987, *A&AS*, 69, 87