



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA



Facultad de Ciencias
**Astronómicas
y Geofísicas**
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Estudio de los parámetros característicos de variables cataclísmicas utilizando modelos de evolución binaria

Tesis de Licenciatura en Astronomía

Carolina Rodriguez

Directora: Dra. María Alejandra De Vito

Co-director: Dr. Omar Gustavo Benvenuto

La Plata, Buenos Aires, Argentina

Marzo de 2024

Agradecimientos

Quiero agradecerle especialmente a mis directores Alejandra y Omar, ya que sin su guía y correcciones esta tesis no podría haberse llevado a cabo. También quiero agradecerles por toda la paciencia, la buena predisposición y por acompañarme en todo este trayecto de mi formación, desde las materias en las que los conocí como docentes hasta los trabajos que presentamos en congresos y en esta tesis, incluso en mi búsqueda de becas y en mi presentación a entrevistas en el Instituto Max Planck.

También me gustaría agradecerles a mis amigos y compañeros, de la vida y de la facultad, cada uno fue aportando su granito en este largo camino que decidí emprender. Porque siempre estuvieron ahí cuando los necesité, para unos mates y charlas llenas de risas y cosas ricas para comer, alguna que otra meditación y contarnos los sueños flasheros que tenemos, para apuntes y resúmenes o solo para desahogarnos del estrés y la presión y quejarnos del gobierno.

A Rocío por ser mi mejor amiga, y aunque nos juntamos una vez cada mil años siempre se siente como si el tiempo no hubiera pasado.

Quiero agradecerle a mi novio Juan, por siempre estar conmigo apoyándome en todo y cuidándome. Por ser alguien en quién puedo contar siempre, por estar ahí cada vez que siento que no puedo con nada, cada vez que me gana el estrés y la incertidumbre, cada vez que lloré por no llegar con un final, cada vez que pospuse salir o tomarnos vacaciones por estudiar. Por hacerme reír siempre y por nunca dejar de retarme por mi mala postura. Gracias por siempre insistirme en que no abandone el deporte. ¡¡Gracias por acompañarme en todo y por ser una constante en mi vida!! El mejor compañero que podría haber pedido.

También quiero agradecerle a Hugo, por contagiar y cultivar en mí su pasión por la matemática, por tenerme paciencia e incorporarme a su vida.

Finalmente quiero agradecer y dedicarle esta tesis a mi mamá, quién siempre cultivó en mí el valor del aprendizaje y el saber, quién siempre me incentivó a ser una mejor persona y a no rendirme ante las adversidades. “De a poquito se llega lejos”, siempre me dijiste, y una vez más demostraste tener razón. Gracias por siempre tener fe en mí, por acompañarme y cuidarme, por ser tan bondadosa y recibirme siempre con una sonrisa. ¡¡Gracias por ser quién sos!!

Resumen

La mayoría de las estrellas que observamos en el cielo pertenecen a sistemas binarios. Una gran fracción de estos sistemas están suficientemente cerca como para que exista una transferencia de masa entre las componentes. Si la transferencia de material ocurre por desborde del lóbulo de Roche, los llamamos *sistemas binarios interactuantes*. Este proceso da lugar a cambios en las estructuras de ambas estrellas y su evolución.

En esta tesis nos vamos a enfocar en una clase particular de binarias interactuantes, que son las llamadas Variables Cataclísmicas (VC). Las variables cataclísmicas constituyen una familia de sistemas binarios de carácter “variable” ya que cambian la intensidad de su brillo en el tiempo. Este tipo de objetos están formados por una estrella de secuencia principal de baja masa y una enana blanca. La estrella normal (donante) le transfiere material a la enana blanca (acretante) a través del desborde del lóbulo de Roche de la estrella normal, y el material fluye a través del punto L_1 de Lagrange formando un disco de acreción en torno a la enana blanca. Una de las características principales de este grupo es que presentan períodos orbitales muy cortos, entre 80 minutos y 8 horas. Como si esto no fuese suficientemente sorprendente, existe otra particularidad relacionada a los períodos orbitales de estos objetos, y es que presentan un salto (*gap*) en la distribución de períodos orbitales en el rango de $2 \sim 3$ horas.

A lo largo de este trabajo, nos proponemos modelar un grupo de sistemas binarios con transferencia de masa que puedan reproducir algunas de las características principales de esta familia. Compararemos nuestros resultados con objetos en los que las masas de las componentes y el período orbital se encuentren disponibles desde las observaciones.

Abstract

Most of the stars we see in the sky belong to binary systems. In a significant fraction of these systems, the stars are close enough for mass transfer to take place between the components. If mass transfer is due to Roche lobe overflow (RLOF), we call these systems *close binary systems*. This process involve structural changes in both stars and their evolution.

In this thesis we will focus on a particular type of close binaries, the so-called Cataclysmic Variables (CVs). CVs constitute a family of variable binaries due to the fact that they change their brightness over time. This type of objects consists of a low-mass main sequence star (donor) and a white dwarf (acretor). The donor star transfers material to the white dwarf due to Roche lobe overflow of the normal star and the material flows through the L_1 Lagrange point, forming an accretion disk around the white dwarf. One of the main characteristics of this type of system is that they have extremely short orbital periods, between 80 minutes and 8 hours. As if this were not surprising enough, there is another peculiarity associated with their orbital periods, which is that they have a gap in their orbital period distribution in the range of $2 \sim 3$ hours.

In this work we propose to model a group of binary systems with mass transfer that can reproduce some of the main characteristics of this family. We will compare our results with objects for which the masses of the components and the orbital period are available from observations.

Índice General

Agradecimientos	ii
Resumen	iii
Abstract	iv
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	1
1.2. Motivación	2
2. Sistemas Binarios	3
2.1. Clasificación observacional	3
2.2. Masa de sistemas binarios	8
2.3. Sistemas Binarios Interactuantes	10
2.3.1. La formación de estrellas binarias	10
2.3.2. Evolución de la órbita debido a efectos de marea	11
2.3.3. Problema de tres cuerpos restringido	12
2.3.4. Clasificación de binarias interactuantes en base al modelo de Roche	15
2.3.5. Casos de transferencia de masa	19
3. Variables Cataclísmicas	21
3.1. Características generales	21
3.1.1. Evolución de sistemas binarios interactuantes - Variables Cataclísmicas	24
3.1.2. Pérdidas de Momento Angular	26
3.1.3. Masa de la Enana Blanca del Sistema	27
3.2. Cálculo de evolución estelar	30
4. Resultados Generales	33
5. El caso de SS Cyg	43
6. Modelos para VC con parámetros bien determinados	48

7. Conclusiones y Trabajo a Futuro	52
7.1. Conclusiones	52
7.2. Trabajo a Futuro	54
Bibliografía	57

Índice de Figuras

2.1. Forma geométrica de las órbitas en sistemas binarios	4
2.2. Curva de luz esquemática en binarias eclipsantes	4
2.3. Curva de luz esquemática en binarias eclipsantes de tipo Algol	5
2.4. Curva de luz esquemática en binarias eclipsantes de tipo β Lyrae	5
2.5. Curva de luz esquemática en binarias eclipsantes de tipo W Ursa Majoris	6
2.6. Esquematzación del corrimiento Doppler de las líneas espectrales en binarias espectroscópicas	6
2.7. Órbitas de las estrellas del sistema con sus elementos orbitales	7
2.8. Curva de velocidad radial para el caso de un espectro visible	8
2.9. Evolución de las órbitas por efectos de marea	11
2.10. Esquematzación del Problema de Tres Cuerpos Restringido	12
2.11. Superficies de velocidad cero en el plano xy	14
2.12. Superficies equipotenciales de Roche	15
2.13. Superficies equipotenciales de Roche en tres dimensiones	16
2.14. Clasificación de Sistemas binarios según el lóbulo de Roche	17
2.15. Transferencia de masa en el caso de binarias semiseparadas	18
2.16. Evolución del radio en función de la edad de una estrella de $5M_{\odot}$	19
3.1. <i>Gap</i> en la distribución de períodos osbitales de las Variables Cataclísmicas	23
3.2. Evolución de sistemas binarios de masa intermedia hacia Variables Cataclísmicas	25
3.3. Distribución de masa de estrellas enanas blancas del halo galáctico observadas con <i>Gaia</i> (Torres et al., 2021)	28
3.4. Distribución de masa de estrellas enanas blancas del halo galáctico usando el catálogo SDSS (Tremblay et al., 2016).	28
3.5. Distribución de masa de 18 estrellas enanas blancas del halo galáctico usando el catálogo Canada-France Imaging Survey, Pan-STARRS1 DR1 3π y <i>Gaia</i> (Fantin et al., 2021).	29
3.6. Distribución de masa de estrellas enanas blancas del halo galáctico usando el catálogo SDSS (Kepler et al., 2017).	29
3.7. Masa contenida en un cascarón esférico	31

4.1. Diagramas de Hertzsprung - Russell para las estrellas donantes con valor inicial de $M_c = 0,8M_\odot$, $M_c = 0,9M_\odot$, $M_c = 1,0M_\odot$, $M_c = 1,2M_\odot$, $M_c = 1,5M_\odot$ y $M_c = 1,7M_\odot$	34
4.2. Diagrama de Hertzsprung - Russell para las estrellas donantes con valor inicial de $M_c = 2,0M_\odot$	36
4.3. Evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca, considerando masas iniciales para la estrella donante del sistema de $M_c = 0,8M_\odot$	37
4.4. Evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca, considerando masas iniciales para la estrella donante del sistema de $M_c = 0,9M_\odot$, $M_c = 1,0M_\odot$, $M_c = 1,25M_\odot$	38
4.5. Evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca, considerando masas iniciales para la estrella donante del sistema de $M_c = 1,5M_\odot$, $M_c = 1,75M_\odot$, $M_c = 2,0M_\odot$	39
4.6. Relación masa - radio para estrellas de secuencia principal.	40
4.7. Evolución del período orbital de una VC en función de la masa de la estrella donante del sistema.	41
4.8. Cambios en la forma de transporte de energía de la estrella donante del sistema durante el <i>gap</i>	41
5.1. Diagrama de Hertzsprung - Russell para la estrella donante de nuestro modelo. . .	44
5.2. Evolución de las masas de ambas estrellas del modelo en función del período orbital.	45
5.3. Evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante del modelo.	46
5.4. Evolución del radio la temperatura efectiva de la estrella donante del modelo en función del tiempo.	47
5.5. Tasa de transferencia de masa en función del tiempo.	47
6.1. Evolución del período orbital del modelo en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $0,8 M_\odot$	49
6.2. Evolución del período orbital del modelo en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,0 M_\odot$	50
6.3. Evolución del período orbital del modelo en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,25 M_\odot$	50
6.4. Evolución del período orbital del modelo en función de la masa de la estrella donante y de la enana blanca para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,5 M_\odot$	51

Índice de Tablas

4.1. Condiciones iniciales de los modelos generales de VC.	35
5.1. Tabla con los valores observacionales correspondientes a SS Cyg obtenidos por Hill et al. (2017).	43
5.2. Tabla con los valores observacionales correspondientes a SS Cyg obtenidos por Giovannelli et al. (1983).	44
5.3. Tabla con los valores observacionales correspondientes a SS Cyg obtenidos por Eggleton (1983).	44
6.1. Datos obtenidos en la literatura para las VC seleccionadas.	49

Capítulo 1

Introducción

Los sistemas binarios están constituidos por pares de estrellas que se encuentran ligadas gravitacionalmente. Nos resultan de especial interés aquellos sistemas binarios en los que las componentes se encuentran suficientemente cercanas como para que, además de estar ligadas gravitacionalmente, ocurran eventos de transferencia de masa por desborde del lóbulo de Roche. Consideremos un par compuesto por dos estrellas de secuencia principal. De acuerdo al modelo estándar, la estrella inicialmente más masiva del sistema evoluciona más rápidamente y como consecuencia de sus reacciones nucleares, comienza a expandirse. Si el par de estrellas se encuentran suficientemente cerca, la estrella más masiva desbordará su lóbulo de Roche, el cual se encuentra considerando que las estrellas del par tienen órbitas circulares y que la rotación de ambos objetos está sincronizada con su movimiento orbital. En este contexto se pueden encontrar soluciones al problema de tres cuerpos restringido, donde el tercer cuerpo es cada partícula de gas, de masa despreciable frente a la masa de las estrellas del sistema, que es transferida de una estrella a la otra. Dicho lóbulo de Roche corresponde a una superficie equipotencial cerrada que rodea a cada estrella; estas superficies se cortan en el punto de Lagrange L_1 y representan el volumen límite que pueden alcanzar las estrellas del par. La transferencia de masa puede darse en condiciones conservativas (la masa total y el momento angular orbital se conservan) o con pérdidas de masa y/o momento angular orbital por fuera del sistema (caso no conservativo). Esta transferencia de material provoca que la evolución de las estrellas del sistema binario sea considerablemente diferente respecto de la que hubieran tenido si estuvieran aisladas (Benvenuto & De Vito, 2003).

1.1. Objetivos

A lo largo de esta tesis, trabajaremos con sistemas binarios interactuantes particulares: las Variables Cataclísmicas (VC). En esta clase de sistemas, al igual que en el resto de sistemas binarios interactuantes, el desborde del lóbulo de Roche ocurre a través del punto de Lagrange

L_1 , con la particularidad de que están formados por una estrella de secuencia principal y una enana blanca acretante (Kalomeni et al., 2016).

Nuestro objetivo para este trabajo es modelar un grupo de sistemas binarios interactuantes, cuya transferencia de masa esté dada por el desborde del lóbulo de Roche de la estrella donante de secuencia principal, siendo la acretante una enana blanca, que logren reproducir las características principales de esta familia de binarias. También nos disponemos a comparar nuestros resultados con VC cuyas masas y períodos orbitales sean conocidos y bien determinados, que se encuentren disponibles en la literatura.

La estructura de este trabajo será la siguiente: en el capítulo 2 voy a mencionar características principales de los sistemas binarios en general y de los sistemas binarios interactuantes en particular.

Luego, en el capítulo 3 procederé a comentar las características particulares de nuestro objeto de interés para esta tesis: las Variables Cataclísmicas. Además, en la sección 3.2, describiré la metodología que utilizamos para estudiar este tipo de sistemas y nuestra principal herramienta de estudio que es el código de evolución binaria desarrollado por nuestro grupo de trabajo (Benvenuto & De Vito, 2003).

Posteriormente, presentaré y analizaré los resultados que hemos obtenido en los capítulos 4, 5 y 6. Luego, enunciaré las conclusiones en el capítulo 7. Finalmente, comentaré algunos de los trabajos que esperamos llevar adelante en el futuro.

1.2. Motivación

El estudio de la evolución estelar en sistemas binarios es de gran importancia, ya que una fracción considerable de estrellas conocidas se encuentran en sistemas binarios. Además, bajo ciertos requisitos, este tipo de sistemas nos permiten conocer las masas individuales de las estrellas (parámetros fundamentales para poder conocer la evolución de las mismas) independientemente de su distancia al observador. Luego, para poder construir una teoría de evolución estelar que esté acorde con las observaciones, resulta esencial estudiar la evolución estelar en sistemas binarios. Es de nuestro particular interés estudiar a las Variables Cataclísmicas, ya que presentan un período orbital mínimo de 80 minutos (Gänsicke et al., 2009) y un *gap* de período orbital en $2\text{h} \lesssim P_{orb} \lesssim 3\text{h}$. Además, son increíblemente ricas en términos de la fenomenología física que presentan y juegan un papel importantísimo en el enriquecimiento químico (Kalomeni et al., 2016) por ser progenitoras de novas clásicas (Livio & Truran, 1994) y de supernovas de tipo Ia (Chen et al., 2014).

Capítulo 2

Sistemas Binarios

2.1. Clasificación observacional

Un sistema binario está compuesto por dos estrellas, las cuales se encuentran ligadas gravitatoriamente. En la literatura, es usual que a la estrella más masiva del par se la denomine “primaria” y a la menos masiva “secundaria”, pero para el tipo de objetos de interés en esta tesis, estos valores no permanecerán constantes, con lo cual, a partir de la sección 2.3 nos referiremos a estrellas donantes y acretantes.

Las órbitas de los sistemas binarios se pueden clasificar en relativas y absolutas, dependiendo del objeto que se tome como foco de la elipse. Las órbitas absolutas son las órbitas de cada estrella del par alrededor del centro de masa del sistema, mientras que la órbita relativa es aquella que describe la estrella de menor masa alrededor de la estrella más masiva.

Dependiendo de cómo se descubren estos sistemas, se clasifican en diferentes categorías:

- Binarias Visuales: solo una pequeña minoría puede ser detectada como binarias visuales, donde se puede observar una de las componentes de un par (bien separadas) orbitando en una elipse respecto a la otra. Desde el punto de vista de un observador en reposo con el centro de masa del sistema, ambas estrellas tendrán órbitas elípticas las cuales tendrán la misma forma pero no el mismo tamaño (figura 2.1). Con observaciones astrométricas de sus posiciones en el tiempo, se pueden obtener la separación angular entre las componentes. Si además se conoce la distancia al sistema, puede conocerse la separación lineal entre las componentes. Es necesario aclarar que estrellas con separaciones angulares pequeñas no están necesariamente asociadas físicamente, es decir, pueden no estar ligadas gravitacionalmente.

Este tipo de sistemas suelen tener tipos espectrales tardíos (F, G, K) y períodos orbitales grandes (1 - 3000 años). Como estas componentes tienen que estar suficientemente separadas, las binarias visuales tienen órbitas grandes.

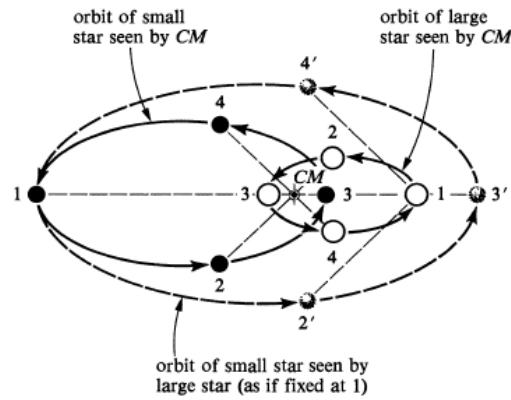


Figura 2.1: Las líneas sólidas muestran las órbitas vistas desde un observador en reposo con respecto al Centro de Masa del sistema. La línea de segmentos se corresponde con la órbita de la estrella menos masiva como la vería un observador situado en reposo respecto de la estrella más masiva en el punto 1. Todas las curvas son elipses similares, tienen la misma excentricidad pero diferentes tamaños (Shu, 1982).

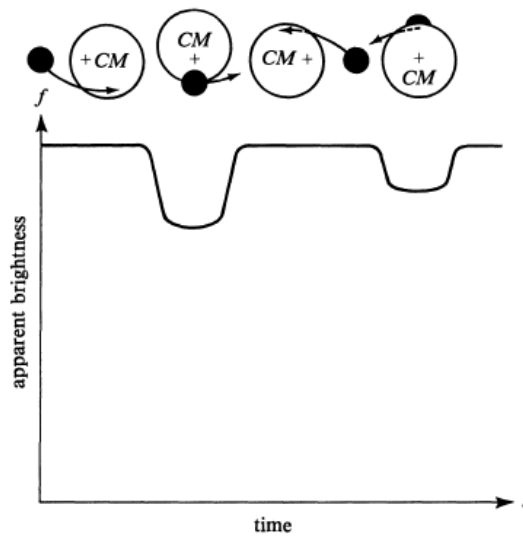


Figura 2.2: Curva de luz esquemática de una binaria eclipsante. Los eclipses más profundos (mínimos primarios de la curva de luz) resultan cuando la estrella más fría eclipsa a la más caliente. El patrón de eclipses se repite cada vez que se completa un período binario. (Shu, 1982).

- Binarias Eclipsantes: se descubren por variaciones periódicas de brillo causadas por los eclipses que se producen entre las componentes, durante el movimiento orbital (figura 2.2). Descubrir sistemas binarios de esta manera representa una ventaja, ya que observacionalmente es más sencillo detectar variaciones de brillo que de velocidad radial, con lo cual se puede llegar a magnitudes más débiles con las binarias eclipsantes.

Para poder observar dicho eclipse, el plano orbital del par debe ser casi perpendicular al plano del cielo, esto es, $i \sim 90^\circ$. Este tipo de binarias suelen tener períodos cortos, de entre 10 y 20 días.

También se clasifican según la forma de la curva de luz que presentan:

- Sistemas Algol: las curvas de luz tienen mínimos primarios y secundarios bien definidos con intervalos de brillo constante (figura 2.3).

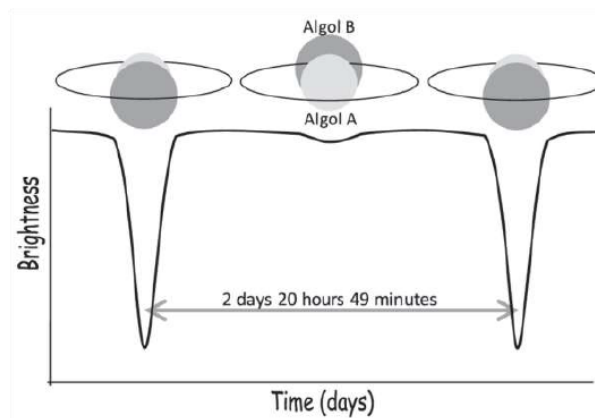


Figura 2.3: Curva de luz esquemática de una binaria eclipsante de tipo Algol. Imagen obtenida de (Sistemas-Estelares, 2023)

- Sistemas β Lyrae: las curvas de luz presentan mínimos primarios y secundarios bien definidos pero no se observan intervalos de brillo constante (figura 2.4).

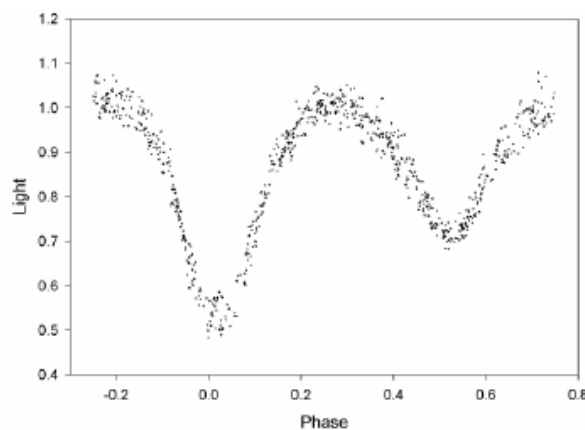


Figura 2.4: Curva de luz esquemática de una binaria eclipsante de tipo β Lyrae. Imagen obtenida de (Sistemas-Estelares, 2023).

- Sistemas W Ursa Majoris: no se distinguen mínimos primarios y secundarios, debido a que las estrellas tienen una envoltura común y están prácticamente en contacto (figura 2.5).

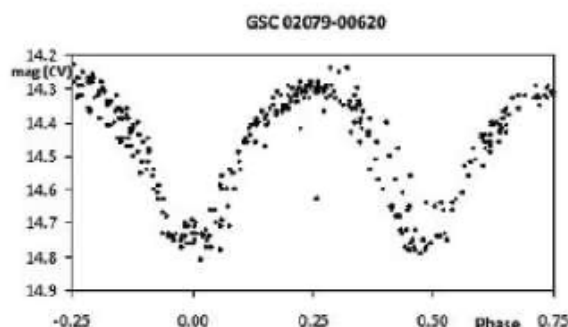


Figura 2.5: Curva de luz esquemática de una binaria eclipsante de tipo W Ursa Majoris. Imagen obtenida de (Sistemas-Estelares, 2023).

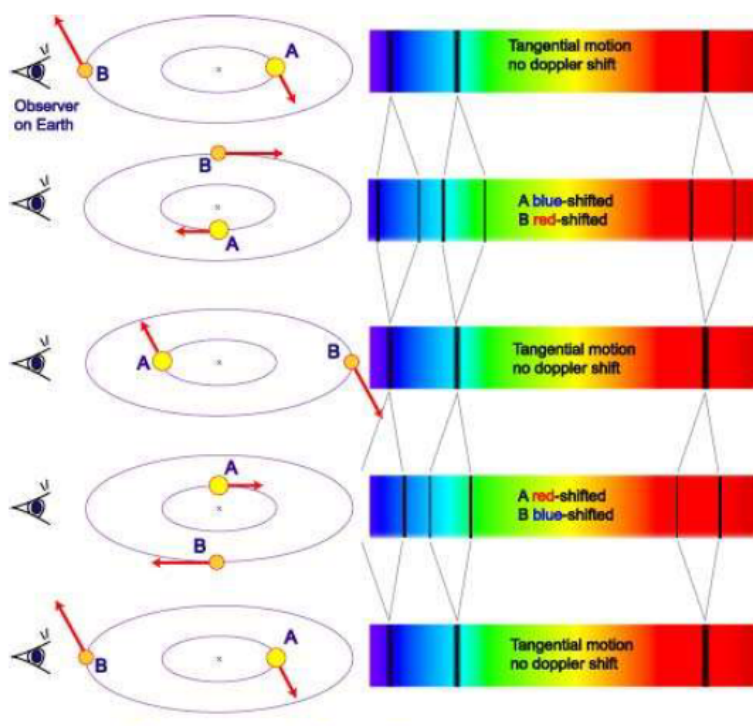


Figura 2.6: Efecto del movimiento orbital sobre las líneas espectrales en el caso en que ambos espectros son visibles y donde las componentes del sistema tienen órbitas circulares. Se observa que cuando una de las componentes se acerca al observador, las líneas se corren al azul, mientras que cuando se alejan se corren al rojo. Esto se repite de manera periódica. Cuando el movimiento es tangencial, no se observan corrimientos. Imagen obtenida de (Sistemas-Estelares, 2023).

- Binarias Espectroscópicas: este tipo de binarias se descubren analizando el corrimiento Doppler de las líneas espectrales de emisión y absorción (debido al movimiento orbital de las componentes) de una (en el caso en que la estrella secundaria es mucho más débil que la primaria) o ambas componentes (figura 2.6). A partir del corrimiento Doppler de las líneas espectrales se pueden construir la curva de velocidad radial. Suelen tener tipo es-

pectral tempranos (O, B, A) y períodos pequeños. Para aquellas binarias espectroscópicas con períodos menores a dos días se encuentra que las órbitas son casi circulares.

En el caso de un espectro visible, consideramos la órbita absoluta de la primaria respecto al centro de gravedad del sistema (punto G en figura 2.7), que en el espacio corresponde a uno de los focos de la elipse.

En este caso, los datos que se obtienen serán las mediciones de la velocidad radial observada V_R de la estrella primaria en distintas posiciones sobre su órbita. Dicha velocidad, consta de dos componentes: la velocidad de la estrella en su órbita (V_{orb}) y la velocidad baricentral V_0 de la binaria en conjunto, ambas proyectadas en la dirección de la visual:

$$V_R = V_0 + \frac{dz}{dt} \quad (2.1)$$

Siendo z la proyección de del radio-vector r en la dirección de la visual.

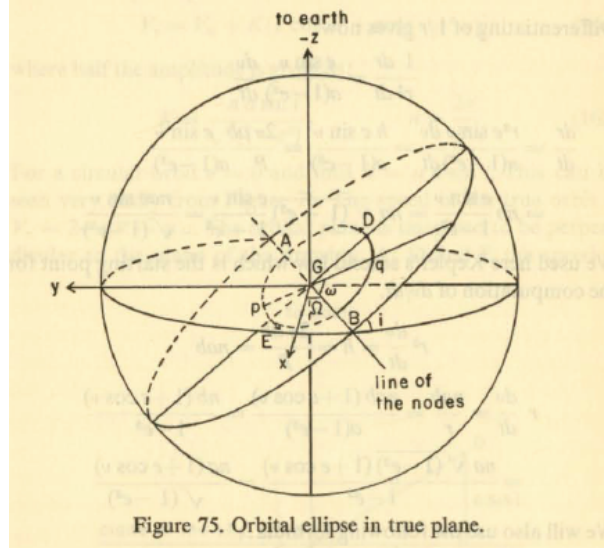


Figura 2.7: En esta figura comparamos la órbita de la estrella más luminosa con la elipse relativa de esa misma estrella. Se evidencian los elementos orbitales. El eje $-z$ se dirige al observador (Sistemas-Estelares, 2023).

Se puede demostrar que $\frac{dz}{dt}$ se puede escribir en términos de los parámetros orbitales:

$$\frac{dz}{dt} = K[e \cos \omega + \cos(\omega + \nu)] \quad (2.2)$$

donde K es la semi-amplitud, e es la excentricidad de la órbita, ω es la longitud del periastro, y ν es la anomalía verdadera. De manera que:

$$V_R = V_0 + K[e \cos \omega + \cos(\omega + \nu)] \quad (2.3)$$

Luego, se usa el método de Lehmann-Filhés para obtener los parámetros orbitales a partir de las observaciones de velocidad radial de la estrella primaria a lo largo de la órbita.

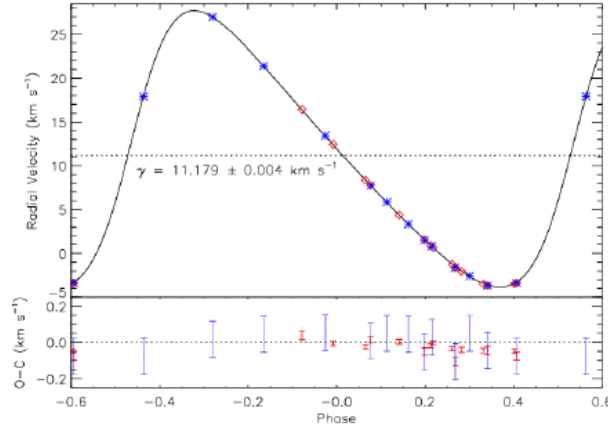


Figura 2.8: Curva de velocidad radial para el caso de un espectro visible. Imagen obtenida de (Sistemas-Estelares, 2023).

Para usar el método de Lehmann-Filhés se redefine el cero de la curva de velocidad radial en V_0 y se usa geometría sobre la curva de velocidad radial para la determinación de los parámetros.

- Binarias Fotométricas: son sistemas donde se puede observar una variación periódica del flujo o color del sistema. Sin embargo, esto no prueba necesariamente la naturaleza binaria del sistema, ya que estrellas variables pueden presentar un comportamiento similar (Podsiadlowski, 1992).
- Binarias Astrométricas: se reconocen por la perturbación en el movimiento de una estrella producido por una compañera no visible por tener brillo demasiado débil o por estar oculta por el brillo de su compañera. La asociación física entre ambas estrellas es inferida por dicha perturbación (Chen et al., 2024).

2.2. Masa de sistemas binarios

Para poder conocer las masas de las componentes de un sistema binario, se utiliza la tercera ley de Kepler:

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2} \quad (2.4)$$

donde a (en unidades astronómicas UA) es el semieje mayor de la órbita, P (en años) es el período orbital y M_1 y M_2 (en masas solares M_\odot) son las masas de las componentes del sistema. Sin embargo, los sistemas binarios deben cumplir con ciertas condiciones para poder despejar la masa individual de cada componente a partir de dicha relación:

- En el caso de binarias visuales, es posible conocer las masas individuales de las componentes, si se conocen los elementos orbitales de las órbitas absolutas (órbita respecto al centro de masas del sistema) y la distancia al sistema.

- En binarias espectroscópicas, necesitamos que ambos espectros puedan ser visibles y que además el sistema sea eclipsante o con observaciones interferométricas se puede obtener la inclinación del sistema.

Si ambos espectros son visibles, se aplica el método de Lehman-Filhés a ambas curvas de velocidad radial y se obtienen: $K_1, K_2, a_1 \text{ sen } i, a_2 \text{ sen } i$, donde ahora K_1, K_2, a_1 y a_2 serán la semi-amplitud y el semieje mayor de la órbita de la estrella primaria y secundaria respectivamente (la excentricidad y los períodos son iguales). Luego, se parte de la ecuación de equilibrio respecto al centro de masa (2.8) y se obtiene el cociente de masas, que es la recíproca del cociente de las semiamplitudes:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1 \text{ sen } i}{a_2 \text{ sen } i} = \frac{K_1}{K_2} \quad (2.5)$$

Además, trabajando con la expresión del cociente de masas y utilizando la tercera ley de Kepler (2.4), podemos obtener las siguientes expresiones:

$$M_1 (\text{sen } i)^3 = \frac{a_2 \text{ sen } i}{P^2} (a_1 \text{ sen } i + a_2 \text{ sen } i)^2 \quad (2.6)$$

y análogamente:

$$M_2 (\text{sen } i)^3 = \frac{a_1 \text{ sen } i}{P^2} (a_1 \text{ sen } i + a_2 \text{ sen } i)^2 \quad (2.7)$$

Luego, es posible obtener el valor de las masas multiplicadas por el $(\text{sen } i)^3$. No se podrán conocer los valores individuales de las masas, a menos que podamos conocer la inclinación de la órbita (i), es decir, si además la binaria es eclipsante o si contamos con observaciones interferométricas. Por lo tanto, si no conocemos la inclinación, solo podremos conocer cotas máximas de las masas pues $|\text{sen}^3 i| \leq 1$.

En el caso en el que tenemos una binaria espectroscópica en la que solo uno de los espectros es visible, no podremos obtener las masas individuales de las estrellas. Lo que sí podremos obtener es la función de masa. Para ello, partimos de la ecuación de equilibrio respecto al centro de masa:

$$M_1 \cdot a_1 = M_2 \cdot a_2 \quad (2.8)$$

Operando esta expresión, elevándola al cubo, utilizando la tercera ley de Kepler y multiplicando a ambos miembros por $(\text{sen } i)^3$ resulta:

$$f(M) = \frac{(M_2 \text{ sen } i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{(a_1 \text{ sen } i)^3}{P^2} \quad (2.9)$$

Esta expresión surge de asumir una órbita circular. Notamos que la expresión del miembro derecho involucra solo cantidades medibles (la proyección del semieje mayor de la órbita y el período orbital). Los términos del medio contienen las cantidades de interés, es decir, las masas de las componentes.

En el caso de binarias doblemente eclipsantes, se puede además determinar el radio de ambas

estrellas (Podsiadlowski, 1992).

2.3. Sistemas Binarios Interactuantes

La mayoría de las estrellas que vemos en el cielo pertenecen a sistemas binarios (más del 50 %) (Shu, 1982), e incluso a sistemas múltiples, es decir, se encuentran ligadas gravitacionalmente entre sí. Una gran parte de estos sistemas no interactúan fuertemente y ambas estrellas evolucionan como si estuvieran aisladas. Sin embargo, una parte considerable de estos sistemas (con $P_{orb} \lesssim 10$ años), Podsiadlowski (1992), están suficientemente cerca para que se transfiera masa de una estrella a la otra. Esto puede cambiar la estructura y la evolución de las estrellas. En esta tesis, nos concentraremos en este tipo de sistemas binarios, los sistemas binarios interactuantes. Recordamos que en la literatura se suele hablar de estrella primaria y secundaria (M_1 y M_2 respectivamente). Sin embargo, en nuestro grupo de trabajo, en vez de usar este tipo de nomenclatura, que resulta bastante confusa en un contexto en el que las masas de las estrellas no permanecen constantes, hablamos de estrella donante (la estrella que transfiere material) y acretante (la estrella que recibe el material).

Los sistemas binarios interactuantes con $P_{orb} < 10$ d (Podsiadlowski, 1992) suelen tener órbitas circulares como resultado de las interacciones de marea.

2.3.1. La formación de estrellas binarias

Según Bonnell (2001), existen diferentes mecanismos que podrían dar origen a un sistema binario interactuante.

Uno de ellos podría ser la fisión, que consiste en la partición en dos partes de una protoestrella que rota muy rápidamente. Si el sistema se formara a través de este mecanismo, la separación de las componentes sería comparable al tamaño del objeto inicial. Este mecanismo ocurriría luego de que la fase inicial de formación haya resultado en una protoestrella en cuasi-equilibrio soportada por presión. La idea de este mecanismo es que, a medida que la protoestrella se contrae comenzará a rotar debido a la conservación del momento angular. A medida que esta rotación se incrementa, la protoestrella se volvería inestable ante perturbaciones sin simetría axial y se volvería un objeto de tipo barra. A medida que el modo barra crece, la barra se partiría en dos partes. Sin embargo, simulaciones numéricas muestran que este mecanismo no es posible en fluidos compresibles tales como estrellas. Luego se abandonó la idea de que la fisión pudiera ser un mecanismo de formación de binarias.

Otro mecanismo podría ser la captura. La captura ocurre cuando dos estrellas pasan muy cerca entre sí en la presencia de un medio disipativo que puede remover el exceso de energía cinética para dejar a ambas estrellas ligadas. Dicho medio puede ser una tercera estrella, un disco circumestelar o las estrellas mismas si el encuentro es suficientemente cercano como para que ocurran interacciones de marea. Las dos primeras son muy improbables, pero la última, si bien es poco frecuente porque implicaría una densidad estelar alta, hay una posibilidad de que la captura por

interacciones de marea sea responsable de la formación de sistemas binarios masivos.

Otro mecanismo para mencionar es la fragmentación. Este es el principal mecanismo de formación de sistemas binarios interactuantes. La proximidad entre dos estrellas en un sistema binario interactuante, en comparación con las grandes distancias que usualmente separa a las estrellas, sugiere que ambas compañeras nacieron juntas (Shu, 1982). Este método involucra la separación en dos o más partes de un cuerpo que evoluciona dinámicamente, debido a la auto-gravedad. Se distingue de la fisión porque no se origina en una configuración cuasi estable. Para que esta fragmentación ocurra, las partes prefragmentadas de la nube deben contener una masa de Jeans cada una:

$$M_J = \left(\frac{5R_g T}{2G\mu} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{4}{3}\pi\rho \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

donde R_g es la constante del gas, G es la constante de gravitación, μ es el peso molecular medio, ρ es la densidad de la nube y T es la temperatura de la nube. Además, la nube debe contener al menos dos masas de Jeans para fragmentarse (Bonnell, 2001).

2.3.2. Evolución de la órbita debido a efectos de marea

La mayoría de los sistemas binarios interactuantes presentan órbitas circulares. No solo esto, sino que además se encuentra que las estrellas presentan rotaciones sincronizadas (Shu, 1982). Esto es, ambas estrellas rotan respecto de sus ejes de rotación de manera tal que siempre le presentan la misma cara a su compañera.

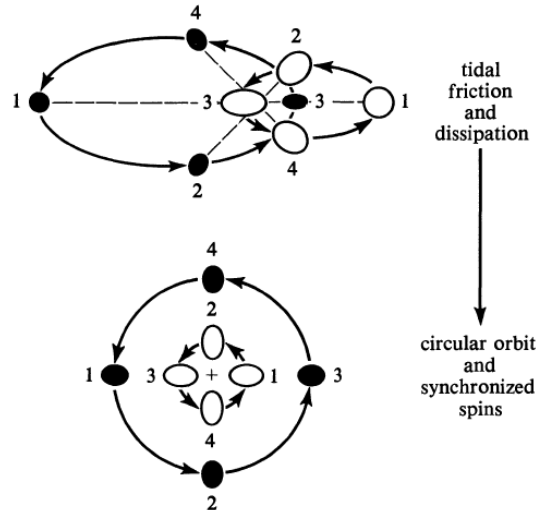


Figura 2.9: Cuando dos estrellas están suficientemente cerca (separadas una distancia no mayor que sus tamaños individuales) las fuerzas de marea pueden hacer crecer bulbos en las estrellas. Dichas interacciones pueden llevar a lentos cambios en la forma de las órbitas y las tasas de rotación de las estrellas. Excepto por circunstancias muy inusuales, la evolución a largo término tiende a llevar al sistema a un estado de órbitas circulares y rotaciones sincronizadas (Shu, 1982).

Si dos estrellas están suficientemente cerca, ejercerán fuerzas de marea una sobre la otra.

Esto deformará las órbitas (figura 2.9). Si las mismas no tienen órbitas circulares o rotaciones sincronizadas, los efectos de marea generarán que distintas partes de la estrella se muevan de diferente manera. Este movimiento diferencial puede disiparse en forma de calor, el cual será radiado al espacio. Esta radiación llevará al sistema a su estado energético más bajo (lo cual implica conservación del momento angular), el cual se corresponde con una órbita circular con rotaciones sincronizadas. Este es un estado de equilibrio para el sistema.

Las binarias de corto período cuyas componentes tienen tamaños que no son demasiado pequeños comparado con su separación orbital, tuvieron suficiente tiempo para que los efectos de marea circularizaran la órbita de las mismas y sincronizaran sus rotaciones (si la binaria tuviera un objeto compacto como una enana blanca, solo la rotación de la estrella normal se sincroniza), Shu (1982).

2.3.3. Problema de tres cuerpos restringido

Se considera un sistema de tres cuerpos: dos cuerpos que llamaremos principales y uno de masa muy pequeña (en comparación con los dos cuerpos principales), de manera tal que los cuerpos principales del sistema no se ven perturbados por la presencia de la masa pequeña (Moulton, 1972).

Para estudiar este tipo de sistemas se usa un sistema de referencia que sea corotante con los cuerpos primarios (para facilitar la integración de las ecuaciones de movimiento). Se define al eje x en la dirección de la línea que une a las masas primarias y se usa como origen del sistema al Centro de Masas (CM).

En el sistema de coordenadas corotante, las masas principales se encuentran en reposo.

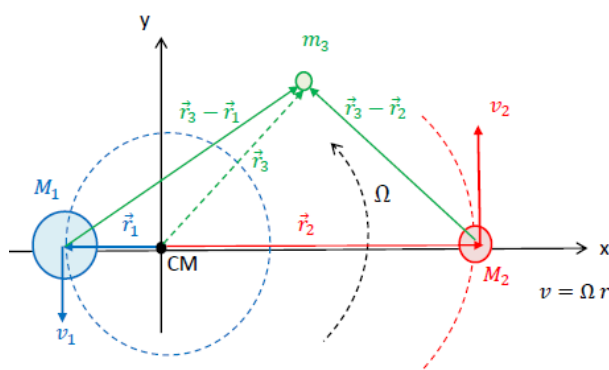


Figura 2.10: Problema de los tres cuerpos restringido circular (“*Estrellas Binarias*”, curso de posgrado FCAG a cargo de M. A. De Vito). Ambos cuerpos rotan a velocidad angular constante Ω con respecto al centro de masa (CM), ya que se considera que sus órbitas son circulares. En un sistema de coordenadas que rote con esa misma velocidad angular, ambas masas se encontrarán en reposo. La tercera masa se va a mover en el potencial gravitacional generado por ellas, y experimentará una aceleración debido a la rotación del sistema.

La ecuación de movimiento para la masa infinitesimal está dada por:

$$\frac{d^2x'_3}{dt^2} - x'_3\Omega^2 - 2\Omega\frac{dy'_3}{dt} = -\frac{GM_1(x'_3 - x'_1)}{[(x'_3 - x'_1)^2 + (y'_3 - y'_1)^2 + z'^2_3]^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_2(x'_3 - x'_2)}{[(x'_3 - x'_2)^2 + (y'_3 - y'_2)^2 + z'^2_3]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.11)$$

$$\frac{d^2y'_3}{dt^2} - y'_3\Omega^2 - 2\Omega\frac{dx'_3}{dt} = -\frac{GM_1(y'_3 - y'_1)}{[(x'_3 - x'_1)^2 + (y'_3 - y'_1)^2 + z'^2_3]^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_2(y'_3 - y'_2)}{[(x'_3 - x'_2)^2 + (y'_3 - y'_2)^2 + z'^2_3]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.12)$$

$$\frac{d^2z'_3}{dt^2} = -\frac{GM_1z'_3}{[(x'_3 - x'_1)^2 + (y'_3 - y'_1)^2 + z'^2_3]^{\frac{3}{2}}} - \frac{GM_2z'_3}{[(x'_3 - x'_2)^2 + (y'_3 - y'_2)^2 + z'^2_3]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.13)$$

Si restringimos el movimiento de m_3 (la masa diferencial) al plano xy y reordenando el término de la aceleración centrípeta, se ve que se puede escribir al miembro derecho como el gradiente de una función escalar de r . De esta manera podemos pensar en el campo de fuerzas conservativo que contiene al potencial gravitatorio y al potencial que proviene de la fuerza centrífuga. Así, la ecuación de movimiento para m_3 en el plano xy es:

$$\ddot{\vec{r}} + 2\left(\vec{\Omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}\right) = -\vec{\nabla}\left(V_g(r) - \frac{1}{2}\Omega^2 r^2\right) \quad (2.14)$$

Donde V_g es el potencial gravitatorio por unidad de masa y el efecto de la fuerza centrífuga es $V_\Omega = -\frac{1}{2}\Omega^2 r^2$.

Integrando las ecuaciones de movimiento para la masa infinitesimal, se obtiene la Integral de Jacobi, la cual depende de la velocidad de m_3 relativa a M_1 y M_2 en el sistema corotante, de la posición de la masa infinitesimal y de las masas de las componentes primarias. Dicha constante es un dato observacional (tomando observaciones en 3 instantes de tiempo; Moulton 1972). A partir de la constante de Jacobi, se pueden estudiar las superficies de velocidad cero, las cuales nos permiten conocer en qué regiones del espacio estará permitido el movimiento y en qué regiones no (son el caso límite). Las regiones de movimiento permitidas serán aquellas en las que $V^2 > 0$. La región del espacio ficticio en la que hay influencia gravitatoria sobre m_3 es un cilindro, dentro del cual las superficies de velocidad cero van cambiando dependiendo del valor de la constante de Jacobi, C :

$$x^2 + y^2 + \frac{2M_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y^2}} + \frac{2M_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + y^2}} = C \quad (2.15)$$

Estudiando estas superficies en el plano xy visto desde el sistema corotante, nos encontramos con dos límites:

- Cuando x e y son suficientemente grandes, la ecuación que describe las superficies es:

$$x^2 + y^2 = C - \epsilon \quad (2.16)$$

$$\frac{2M_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y^2}} + \frac{2M_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + y^2}} = \epsilon \quad (2.17)$$

donde r_1 y r_2 son los módulos de los vectores posición de las esrellas principales del sistema

en el sistema de coordenadas corrotante y $\epsilon \ll 1$. Esta ecuación se corresponde con la ecuación de una circunferencia de radio $\sqrt{C - \epsilon}$. Mientras mayor sea C , más grande será la curva, y mientras menor sea ϵ más similar será a una circunferencia y más se acercará asintóticamente al cilindro.

- Para x e y pequeños, la expresión que describe las superficies es:

$$\frac{M_1}{r_1} + \frac{M_2}{r_2} = \frac{C}{2} - \epsilon \quad (2.18)$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} = \epsilon \quad (2.19)$$

Esta ecuación representa curvas equipotenciales para dos centros de fuerza (en cada una de las masas primarias). Para grandes valores de C , estas superficies tendrán forma de óvalos que envuelven a las masas principales. Para pequeños valores de C , estos óvalos se unen entre los dos cuerpos en forma de maní.

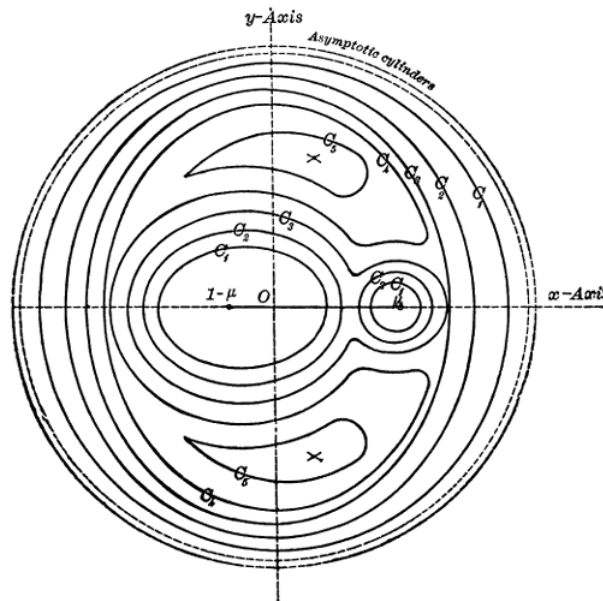


Figura 2.11: Superficies de velocidad cero para distintos valores de la constante de Jacobi, vistos en el plano xy (Moulton, 1972).

A medida que C se hace pequeña, aparecen puntos en el plano xy donde las superficies de velocidad cero se intersectan, es decir, donde tienen una doble tangente. Dichos puntos se los conoce como Puntos de Lagrange. Un cuerpo ubicado en un punto de Lagrange tendrá velocidad y aceleración nula respecto del sistema rotante.

Hay tres puntos de Lagrange en el eje x , que aparecen cuando los lóbulos alrededor de los cuerpos primarios se tocan entre sí y cuando tocan a la curva exterior que los encierra a ambos. También hay dos puntos de Lagrange que forman triángulos equiláteros con las masas primarias y aparecen cuando las superficies equipotenciales dejan el plano xy .

2.3.4. Clasificación de binarias interactuantes en base al modelo de Roche

Vamos a considerar que el sistema binario tiene una órbita circular, y que estudiamos dicho sistema desde un sistema de referencia que es corotante con el movimiento circular orbital. El potencial en un sistema binario está determinado por la atracción gravitatoria de las dos estrellas y el movimiento de las mismas:

$$\Phi = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{\Omega^2 r_3^2}{2} \quad (2.20)$$

donde r_1 y r_2 son las distancias a los centros estelares, de masas M_1 y M_2 , Ω la velocidad angular orbital y r_3 es la distancia al eje de rotación del pequeño elemento de masa (“Estrellas Binarias”, curso de posgrado FCAG a cargo de M. A. De Vito).

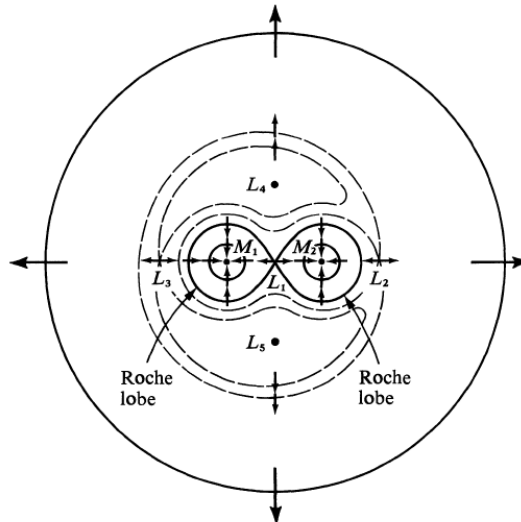


Figura 2.12: En la figura vemos las superficies equipotenciales de Roche graficadas sobre el plano ecuatorial para dos masas puntuales. Las flechas cortas indican la dirección del campo de gravedad efectiva en un marco de referencia que corrota con el movimiento orbital. La gravedad efectiva se anula en los cinco puntos de Lagrange: L_1 , L_2 , L_3 , L_4 y L_5 . Los primeros tres están sobre el eje colineal a las masas, los últimos dos forman triángulos equiláteros con las dos masas. (Shu, 1982).

Entonces, podemos definir superficies equipotenciales que rodean a las dos componentes del sistema (sobre las cuales el potencial es constante). También lo son la presión, la densidad y la temperatura. Cada conjunto de superficies equipotenciales dependen de las masas de las componentes y de su separación. Además, las normales a dichas superficies nos dan la dirección local de la gravedad efectiva (figura 2.12), la cual es la resultante entre la atracción gravitatoria de las estrellas y el efecto de la fuerza centrífuga debido a que el sistema de referencia está rotando. La gravedad efectiva, cerca del centro de cada estrella, tiene dirección radial hacia el centro de la estrella ya que domina la atracción gravitatoria (atractiva) (Shu, 1982). En este

caso, las superficies equipotenciales deben ser esferas centradas en cada estrella. Lejos de las estrellas el sentido de la gravedad efectiva es alejándose de las mismas, pues domina la fuerza centrífuga (repulsiva). En este caso, las superficies equipotenciales deben intersectar al plano ecuatorial en círculos que encierran a ambos centros estelares (figura 2.13), como ya se mencionó en la sección anterior.

La superficie en que ambos lóbulos se tocan en un único punto (L_1) define los lóbulos de Roche. Podemos definir un radio equivalente del lóbulo de Roche como el radio de una esfera con el mismo volumen que dicho lóbulo (Eggleton, 1983):

$$\frac{R_L}{a} = \frac{0,49q^{\frac{2}{3}}}{0,6q^{\frac{2}{3}} + \ln(1 + q^{\frac{1}{3}})}, \quad 0 < q < \infty \quad (2.21)$$

donde q es el cociente de masas ($q = \frac{M_1}{M_2}$) y a es la separación orbital. Con esta definición de q , lo que se obtiene en la ecuación 2.21 es el radio del lóbulo de Roche de la estrella M_1 . Para obtener el radio del lóbulo de Roche para la estrella M_2 hay que utilizar una definición equivalente con $q = \frac{M_2}{M_1}$

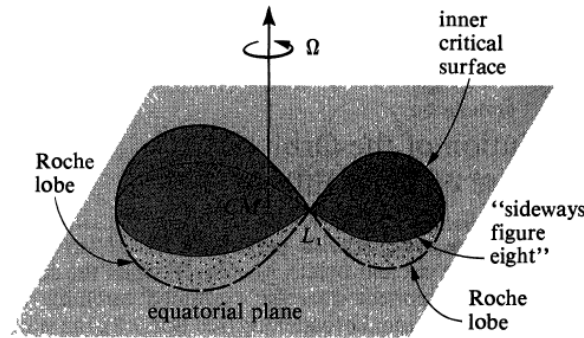


Figura 2.13: Estructura esquemática de los lóbulos de Roche en tres dimensiones de un sistema binario con órbita circular. La rotación del sistema Ω se da alrededor del eje que pasa por el centro de masas (CM). Dicho eje es perpendicular al plano ecuatorial del sistema. (Shu, 1982).

Si una estrella llena su lóbulo de Roche, su densidad media estará relacionada con su período orbital:

$$P(\rho)^{\frac{1}{2}} = 0,1375 \left(\frac{q}{1+q} \right)^{\frac{1}{2}} R_L^{-\frac{3}{2}} \quad (2.22)$$

El punto L_1 de Lagrange es de gran importancia para poder clasificar a los sistemas binarios según el modelo de Roche. Para esto, debemos también pensar que la fotosfera de una estrella es aproximadamente la superficie en la que la densidad del gas estelar decae a cero respecto de los valores típicos en el interior. Luego, podemos decir que la fotosfera de una estrella en rotación sincronizada debe caer en las superficies equipotenciales del modelo de Roche (Shu, 1982). Esto nos lleva a la siguiente clasificación de sistemas binarios (figura 2.14):

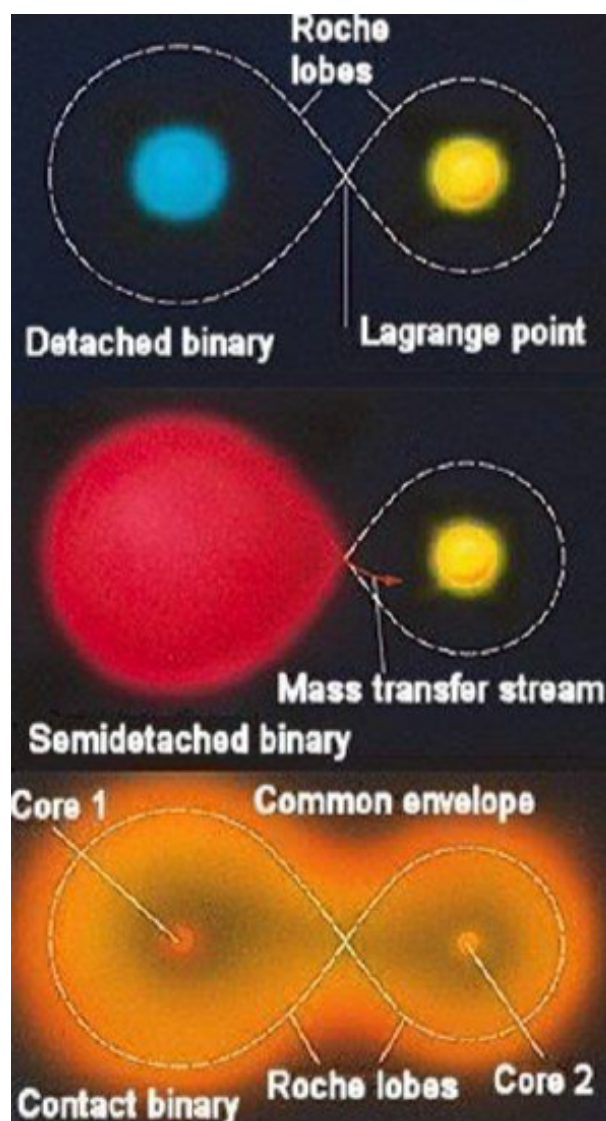


Figura 2.14: Clasificación de sistemas binarios según su lóbulo de Roche: Binarias Separadas, Binarias Semiseparadas y Binarias en Contacto. Imagen obtenida de (Sistemas-Estelares, 2023).

- **Binarias Separadas:** son sistemas en los que las fotosferas de ambas estrellas están por debajo de sus respectivos lóbulos de Roche. En este caso, las estrellas interactúan entre sí solo por su atracción gravitatoria mutua (fuerzas de marea). En casos en los que una estrella tiene vientos estelares intensos, puede darse transferencia de masa, pero en general este proceso es poco eficiente (Podsiadlowski, 1992).
- **Binarias Semiseparadas:** son sistemas en los que la fotosfera de una de las componentes coincide con su lóbulo de Roche, mientras que para la otra componente no. Para la componente en contacto, el gas a un lado de L_1 enfrenta el vacío del otro lado. Esto también sucede en otras partes de la fotosfera, pero en estos casos, la tendencia de expansión del gas es exactamente balanceada por la fuerza de la gravedad efectiva. Este balance entre la fuerza de presión y de la gravedad es lo que llamamos equilibrio hidrostático. Sin embargo,

este equilibrio no es posible en L_1 (donde la gravedad efectiva se anula). Luego, en una pequeña vecindad de L_1 el gas es libre de pasar al lóbulo de la otra estrella (figura 2.15).

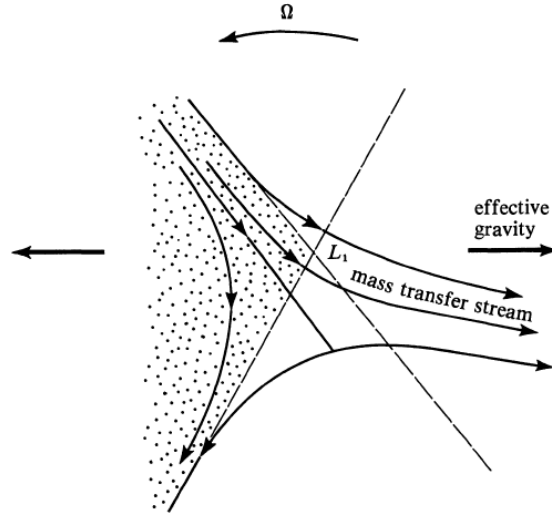


Figura 2.15: Transferencia de masa a través del punto L_1 de Lagrange en el caso de Binarias Semiseparadas (Shu, 1982).

Una vez que el gas pase al lóbulo de Roche de la otra estrella, la gravedad efectiva atraerá al gas fuertemente hacia la componente separada. Debido a la rotación del sistema como un todo (fuerza de Coriolis), el gas formará un disco de acreción antes de caer sobre la estrella (esto se observa en el sistema de referencia corotante al sistema). El gas que se pierde es reemplazado por la expansión de las capas inferiores resultando en una continua transferencia de masa. Por esto, la evolución de estrellas perteneciente a este tipo de sistemas será muy diferente de la que tendrían si estuvieran aisladas (Shu, 1982).

Si la componente separada es una estrella normal, el sistema será de tipo Algol. Luego de darse la transferencia de masa, puede ocurrir que la estrella separada (que ahora será más masiva) siga evolucionando hasta llenar su lóbulo de Roche y se invierta la transferencia de masa hacia la que había sido la componente primaria del sistema.

Si la componente separada es una enana blanca, el sistema da lugar a Variables Cataclísmicas (describiremos en detalle a este tipo de sistemas en el siguiente capítulo, siendo, además, el objeto de estudio en esta tesis).

Si la componente separada es una estrella de neutrones o un agujero negro, el sistema es una Binaria de Rayos X.

- Binarias en contacto: son sistemas en los que las fotosferas de ambas estrellas igualan o exceden sus lóbulos de Roche (es el escenario más común).

En este último caso, se forma una envoltura común a temperatura constante, que rodea a ambas estrellas y las oculta (no se pueden resolver a la vista). Este tipo de envolturas rota con el sistema como un todo. Para este tipo de sistemas, los puntos de Lagrange L_2

y L_3 pueden resultar importantes: si la envoltura común llega hasta alguno de estos dos puntos, luego la masa puede fluir a través de los mismos desde la binaria hacia el exterior y puede dar lugar a la formación de un disco circumbinario que rodee a todo el sistema (Podsiadlowski, 1992).

2.3.5. Casos de transferencia de masa

En la primera fase de transferencia de masa para una de las estrellas pertenecientes a un sistema binario semiseparado, se pueden distinguir tres casos de transferencia de masa dependiendo del estado de la evolución nuclear de la estrella (Podsiadlowski, 1992):

- Caso A: la estrella se encuentra en la secuencia principal en etapa de expansión quemando hidrógeno.
- Caso B: la estrella terminó con la quema de hidrógeno, pero no comenzó con la quema de helio en núcleo.
- Caso C: la estrella completó la quema de helio en el núcleo.

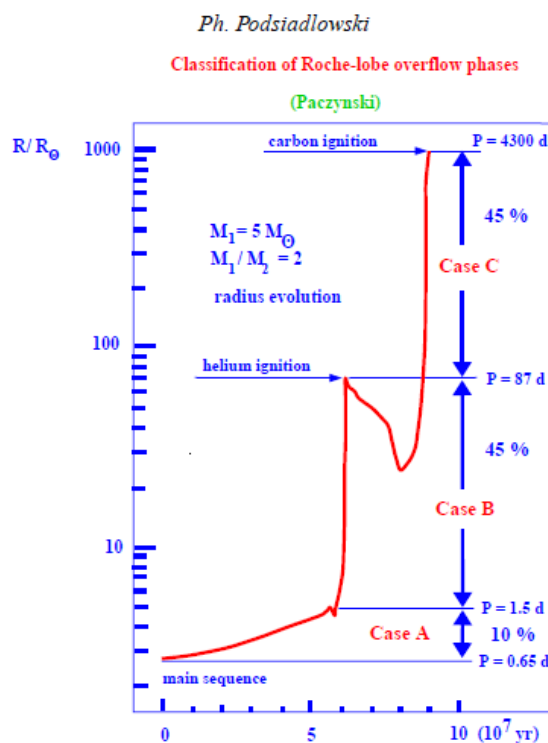


Figura 2.16: Evolución del radio de una estrella de $5M_{\odot}$ como función de la edad. Esta figura indica el rango de radios y períodos orbitales en el que ocurren los diferentes casos de transferencia de masa, asumiendo una compañera de $2M_{\odot}$ (Podsiadlowski, 1992).

La distinción entre estos tres casos contiene información del estado evolutivo del remanente de la estrella donante después de la etapa de transferencia de masa (“Estrellas Binarias”, curso de

posgrado FCAG a cargo de M. A. De Vito).

Dado que el radio de la estrella se expande poco (factor ~ 2) en la etapa de secuencia principal y mucho (factor 10 o más) luego de la quema de helio, es mucho más probable que el desborde del lóbulo de Roche comience después de la fase de secuencia principal (Podsiadlowski, 1992).

La estabilidad de la transferencia de masa depende principalmente de si la estrella donante tiene envoltura radiativa o convectiva (“Estrellas Binarias”, curso de posgrado FCAG a cargo de M. A. De Vito). Esto es así ya que una estrella con envoltura convectiva tiende a expandirse cuando pierde materia rápidamente, mientras que su lóbulo de Roche se hace más pequeño cuando la masa se transfiere de una estrella más masiva a una menos masiva. Así la donante desborda su lóbulo de Roche y se inicia una transferencia de masa en una escala de tiempo dinámica¹ (Podsiadlowski, 1992).

- **Transferencia de masa estable:** en este caso, la transferencia de masa termina cuando la mayor parte de la envoltura rica en hidrógeno de la estrella donante fue transferida a su compañera o salió del sistema (la estrella donante termina con, a lo sumo, una capa rica en hidrógeno). Si la estrella acretante aún está en la secuencia principal, se rejuvenece y se comporta como una estrella normal más masiva de secuencia principal. Si la estrella acretante ya dejó la secuencia principal, se altera su evolución (En el caso en que se trate de un objeto masivo, este podría explotar como una supergigante azul en vez de hacerlo como supergigante roja).
- **Transferencia inestable de masa:** esto sucede cuando la estrella compañera no es capaz de absorber y acomodar todo el material transferido de la estrella donante. En este caso la materia se apila sobre la acretante y la estrella se expande, desbordando su lóbulo de Roche. De esta manera, se forma una envoltura común al sistema. Generalmente esto sucede cuando la estrella donante es una gigante o una supergigante con envoltura convectiva. Una vez que la envoltura común es creada, la fricción entre la binaria y la envoltura hace que las componentes realicen un movimiento en forma de espiral (“*espiraleen*”) una respecto de la otra, hasta que el sistema libera suficiente energía orbital como para eyectar la envoltura. Esto hace que las binarias que resultan de este proceso tengan períodos muy cortos.
- **Mergers Binarios:** en este caso, la energía orbital liberada no es suficiente para eyectar la envoltura común de la binaria. Luego, la fase de “*espiraleo*” continúa hasta que el núcleo de la estrella donante se une al de su compañera y se produce una única estrella que inicialmente rota muy rápido.

¹Escala de tiempo en la que una estrella contrarresta una perturbación a su equilibrio hidrostático.

Capítulo 3

Variables Cataclísmicas

Ahora que ya repasamos los conceptos más importantes que conciernen a las estrellas binarias y en particular sobre las estrellas binarias interactuantes, vamos a enfocarnos en nuestro objeto de interés para esta tesis, que son las Variables Cataclísmicas.

3.1. Características generales

Las Variables Cataclísmicas (VC) son estrellas binarias interactuantes que consisten de una enana blanca acretante y una estrella normal de secuencia principal donante de material (Kalomani et al., 2016).

Históricamente, como las Variables Cataclísmicas eran observadas fotométricamente y en dichas observaciones no parecían seguir ningún patrón regular, se las denominó cataclísmicas (del griego *kataclysmos* = inundación, tormenta). A medida que fue progresando la recolección de las observaciones resultó evidente que este tipo de objetos son en realidad sistemas binarios, los cuales por algún motivo presentan cambios en su brillo (algunas varían de manera regular como las novae recurrentes y las novae enanas, mientras que otras solo varían una vez como las novae clásicas), Giovannelli (2008).

De acuerdo al modelo estándar de la evolución del período orbital de Variables Cataclísmicas, el mecanismo dominante de pérdida del momento angular (el cual domina la evolución de las variables cataclísmicas a largo plazo) para sistemas de período orbital grande ($P_{orb} \gtrsim 3$ h) es el *frenado magnético*¹, mientras que para binarias de corto período orbital ($P_{orb} \lesssim 2$ h) está dado por emisión de *radiación gravitacional* (Knigge et al., 2011). Este modelo surge de la necesidad de explicar el *gap* de períodos orbitales (en la distribución de períodos orbitales se observa una marcada escasez de sistemas con períodos orbitales entre 2 y 3 h, (ver figura 3.1) que caracteriza a las Variables Cataclísmicas, para lo cual se asume que la estrella donante del sistema se vuelve

¹Pérdida de momento angular debido a que el material queda atrapado por el campo magnético de la estrella y posteriormente eyectado fuera de la superficie de la estrella

completamente convectiva para $P_{orb} \sim 3$ h. Cuando esto sucede, el frenado magnético se apaga abruptamente. En este punto de su evolución, la estrella donante es llevada ligeramente fuera del equilibrio térmico, con lo cual la misma se contrae y se reduce la tasa de pérdida de masa, perdiendo contacto con su lóbulo de Roche. Así el sistema evoluciona hacia períodos más cortos como una binaria separada ya que sigue perdiendo momento angular por la emisión de radiación gravitacional (dado que M_1 y M_2 son constantes en sistemas separados, la pérdida de momento angular provoca que el período orbital del sistema decaiga). Eventualmente el lóbulo de Roche se reencuentra con la estrella donante y se reanuda la transferencia de masa ($P_{orb} \sim 2$ h). Así el sistema reaparece como una Variable Cataclísmica activa en la parte inferior del *gap* de períodos orbitales (Knigge et al., 2011).

Según dicho modelo, la masa de la estrella donante decrece continuamente junto con el período orbital (P_{orb}). Cuando la masa de la estrella donante es $M \leq 0,1 M_\odot$ (Kalomeni et al., 2016), la escala de tiempo térmica o de Kelvin-Helmholtz ($\tau_{KH} \sim GM_2^2/L_2R_2$) de la estrella donante por debajo del *gap* se vuelve suficientemente larga (crece mucho más rápido que la escala de tiempo en la que pierde masa ($\tau_{\dot{M}_2} \sim M_2/\dot{M}_2$)). Así, la estrella donante se aleja aún más del equilibrio térmico al punto que su radio ya no se achica más en respuesta a la pérdida de masa (incluso crece por la degeneración parcial; Knigge et al. 2011). De esta manera, la reducción de su masa implica que se incremente su período orbital. Así, las Variables Cataclísmicas poseen un mínimo de período orbital de $\simeq 80$ minutos (Kalomeni et al., 2016). La probabilidad de detección de un sistema en un determinado rango de período orbital es inversamente proporcional al valor de \dot{P}_{orb} en ese rango: (Gänsicke et al., 2009):

$$N(P_{orb}) \propto \frac{1}{|\dot{P}_{orb}|} \quad (3.1)$$

Dado que $\dot{P}_{orb} = 0$ en P_{min} , los sistemas pasan un tiempo considerablemente largo en el mínimo de período orbital. Por esto se espera una cantidad significativa de Variables Cataclísmicas en el mínimo de período orbital. Se suele referir a dicha acumulación como el *pico del mínimo de período* (Kolb & Baraffe, 1999), cuyo valor predicho por la teoría ($P_{min} \simeq 62$ min) es mucho menor que el que muestran las observaciones ($P_{min} \simeq 82$ min) (Knigge et al., 2011).

En muchos de estos sistemas se observan espectros de tipos tardíos junto con líneas de emisión. Los tipos espectrales G, K o M se cree que pertenecen a estrellas que llenan su lóbulo de Roche e inician una transferencia de masa a través del punto de Lagrange L_1 . Como ya mencionamos, este material no cae directamente, sino que forma un disco de acreción alrededor de la estrella compañera, el cual produce líneas de emisión (Paczynski, 1971). Las magnitudes absolutas M_V de los discos de acreción en Variables Cataclísmicas se pueden derivar de técnicas diversas. Para novas enanas, cuyas distancias se pueden obtener con observaciones en el infrarrojo de sus componentes secundarias, es posible encontrar una relación entre la magnitud absoluta máxima de la erupción ($M_V(max)$) y el período orbital (Warner, 1987):

$$M_V(max) = 5,64 - 0,259P_{orb}(h) \quad (3.2)$$

La idea de que las enanas blancas deberían tener campos magnéticos intensos se desarrolló lentamente, hasta que en 1965 Mestel L. mencionó que el flujo magnético se conserva durante el colapso del núcleo, con lo cual, la energía magnética puede llegar a ser un cuarto de la energía gravitacional de una enana blanca. Esto podría afectar la relación masa-radio y producir que la estrella se vuelva no-esférica. La posibilidad de que existan Variables Cataclísmicas magnéticas también se desarrolló lentamente. La primera binaria cataclísmica fuertemente magnética se descubrió en 1976 (Warner, 1995). Hoy en día sabemos que, dependiendo de la intensidad del campo magnético de la enana blanca, la acreción de materia de la estrella donante a la estrella acretante puede ocurrir a través de un disco de acreción (Variables Cataclísmicas No Magnéticas) o a través de un canal hacia los polos magnéticos (Variables Cataclísmicas Polares) o de una manera intermedia (Variables Cataclísmicas Polares Intermedias) (Giovannelli, 2008).

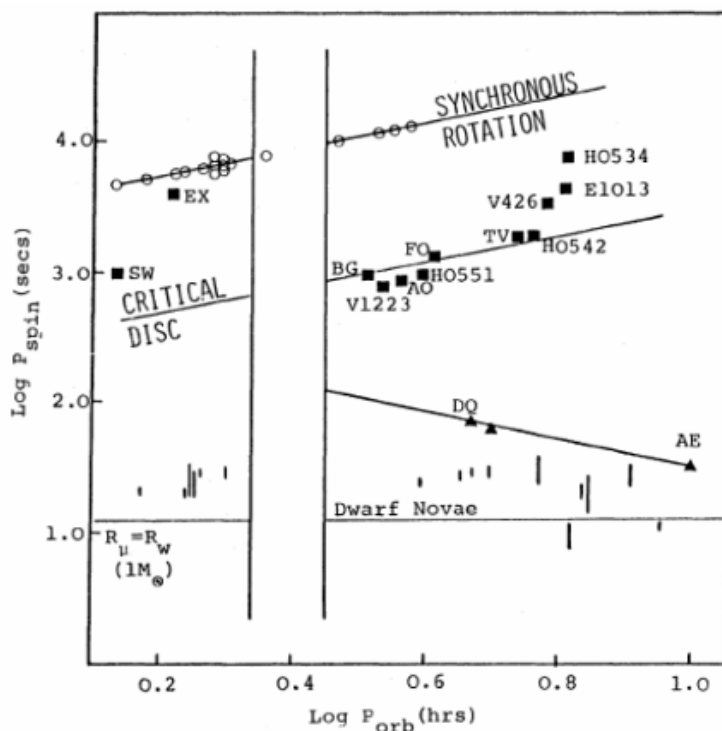


Figura 3.1: En la imagen podemos visualizar la relación entre el período orbital del sistema y el período de rotación de la enana blanca de la VC. También se evidencia el *gap* de períodos orbitales entre 2 y 3 h. (Giovannelli, 2008).

En Variables Cataclísmicas Polares, el campo magnético de la enana blanca es tan fuerte que el radio de Alfvén (dicho radio es la distancia donde la densidad de energía magnética iguala a la densidad de energía cinética), Belenkaya et al. (2015), se hace mayor que el radio de circularización (radio característico para el cual el flujo de transferencia de masa desde la estrella donora orbitará luego de interactuar con el flujo mismo o con el disco de acreción si este ya estuviera

presente), Bu & Yuan (2014), con lo cual no se formaría el disco de acreción y la estructura de acreción será, en este caso, gobernada completamente por el campo magnético, canalizando la acreción de materia sobre las líneas de campo. Debido a la intensidad del campo magnético, se sincroniza la rotación de la enana blanca con el período orbital (Giovannelli, 2008).

En el caso de las Variables Cataclísmicas Polares Intermedias, el campo magnético de la enana blanca es moderado. Luego, en este caso, el radio de Alfvén es más pequeño que el de circularización, pero será mayor que el radio de la enana blanca. Así, se forma un disco de acreción interrumpido en su parte más interna. La materia fluye a través de las líneas del campo magnético, pero dentro del radio de Alfvén.

Las Variables Cataclísmicas No Magnéticas son aquellas en las que el campo magnético de la enana blanca no es relevante para gobernar la estructura de acreción. En dichos sistemas, se forma un disco de acreción que se extiende hasta la superficie de la enana blanca y se forma una envoltura límite.

Los tres tipos de Variables Cataclísmicas recién mencionados, obedecen una relación entre el período orbital del sistema y el período de rotación de la enana blanca, donde la intensidad del campo magnético juega un papel fundamental (figura 3.1), Giovannelli (2008).

3.1.1. Evolución de sistemas binarios interactuantes - Variables Cataclísmicas

Una característica importante de estrellas de $2.5 M_{\odot} \lesssim M \lesssim 8M_{\odot}$ es la formación en la secuencia principal de un núcleo rico en helio y no degenerado de masa $\sim 0,1(M_{SP}/M_{\odot})^{1,4}M_{\odot}^2$, y una vez que el helio se quema por completo en su núcleo se forma una enana blanca degenerada con carbono y oxígeno en su núcleo de masa $\sim 0,6(M_{SP}/M_{\odot})^{0,4}M_{\odot}$ (Tutukov & Cherepashchuk, 2020).

En esta sección veremos el camino por el cual la evolución de sistemas binarios compuestos por dos estrellas de las características mencionadas en el párrafo anterior pueden conducir a la formación de Variables Cataclísmicas.

Una vez que se inicia la transferencia de masa en el sistema por desborde del lóbulo de Roche, tenemos dos escenarios posibles de evolución (ver figura 3.2).

Si las masas de las componentes son cercanas entre sí (el cociente de masa es del orden de $q_0 \gtrsim 0,5$) se forma un sistema semiseparado de tipo Algol con un tiempo de vida del orden de la escala de tiempo térmica de la estrella donante. Si por el contrario, las masas de las componentes son diferentes ($q_0 \lesssim 0,5$) se forma una envoltura común. La evolución de este último escenario queda determinada por la separación de sus componentes (si las mismas son suficientemente cercanas, una vez que eyectan parte de su envoltura común, se fusionan generando una única estrella gigante, cuya etapa final de evolución será una enana blanca degenerada de carbono y oxígeno), Tutukov & Cherepashchuk (2020).

Para el caso del sistema de tipo Algol, una vez que la transferencia de masa se termina, el sistema evoluciona a una estrella no degenerada rica en helio junto con una estrella de secuencia

² M_{SP} es la masa de la estrella en la secuencia principal

principal. Una estrella de helio de masa $\sim 1M_{\odot}$ puede llenar su lóbulo de Roche durante su evolución y llevar al sistema a una fase de envoltura común rica en helio y pasar por un estado R CrB (son estrellas de carbono deficientes en hidrógeno, suelen presentar variabilidad debido a pulsaciones o a material circumestelar ("*Estrellas Binarias*", curso de posgrado FCAG a cargo de M. A. De Vito)), para terminar como una enana blanca degenerada de carbono y oxígeno o una enana blanca degenerada de oxígeno y neón. Esta última opción es posible mientras que la masa inicial de la estrella se encuentre entre $\sim 6M_{\odot}$ y $8M_{\odot}$.

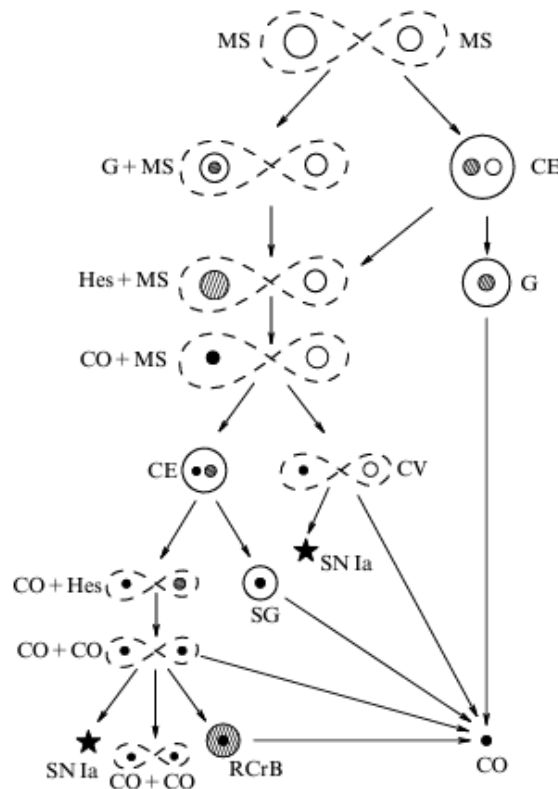


Figura 3.2: En la figura se observan distintos escenarios evolutivos partiendo de un sistema binario compuesto por dos estrellas de masa intermedia en la secuencia principal (Tutukov & Cherepashchuk, 2020).

La evolución de la segunda componente en este rango inicial de masas resulta en la formación de una estrella con núcleo no degenerado y rico en helio.

Dado que nuevamente se forma un sistema semiseparado, es usual que nuevamente el sistema pase por una fase de envoltura común. Esto puede resultar en la formación de una única gigante roja luego de la fusión de ambas estrellas o en un sistema separado con una estrella no degenerada rica en helio y una enana blanca de carbono y oxígeno. Si la masa de la estrella secundaria, de secuencia principal, tiene valores entre $0,3M_{\odot}$ y $1,5M_{\odot}$ (baja masa) y tiene una separación respecto de su compañera de $a \lesssim 10R_{\odot}$, se forma un sistema semiseparado Cataclísmico (Tutukov & Cherepashchuk, 2020).

Finalmente, dicho sistema puede evolucionar de dos maneras diferentes: si la masa de la envoltura de la estrella acretante es suficientemente grande, la quema de helio en esta envoltura puede causar la detonación del núcleo de carbono y oxígeno, produciendo una supernova de tipo Ia. También puede ocurrir que el sistema se quede “dormido” en un tiempo equivalente al tiempo de Hubble (la etapa final es una enana blanca de carbono y oxígeno).

3.1.2. Pérdidas de Momento Angular

Las Variables Cataclísmicas están afectadas por dos grandes procesos de pérdida de momento angular, a saber: radiación gravitacional y frenado magnético. Entender estos procesos es de vital importancia, ya que los mismos dominan la evolución a largo plazo del período orbital de nuestros objetos de estudio.

Las estrellas completamente convectivas, que suelen ser rotadores rápidos, poseen campos magnéticos intensos y de configuración simple (dipolar), Hussain (2011). La presencia e intensidad de dichos campos genera que un sistema binario interactuante pierda momento angular (frenado magnético).

El frenado magnético suele operar en sistemas con estrellas de baja masa ($0,4M_{\odot} < M_* < 1,5M_{\odot}$), en otras palabras, estrellas con envoltura exterior convectiva. En las estrellas de baja masa pertenecientes a sistemas binarios interactuantes, el frenado magnético también es responsable de determinar la separación entre las componentes, ya que, cuando la estrella donante del sistema pierde momento angular, el mismo se pierde del sistema por bloqueo de marea (*tidal locking*). Esto provoca que la separación entre las componentes del sistema decrezca.

Además, todos los sistemas binarios interactuantes pierden momento angular por radiación gravitatoria (ondas gravitacionales), a una tasa de:

$$\frac{dJ_{GR}}{dt} \sim \frac{M_1^2 M_2^2 M^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{7}{2}}} \quad (3.3)$$

Vemos que la misma depende de la masa de las estrellas e inversamente de la separación orbital. M es la suma de las masas de las estrellas. Resulta evidente entonces, que la radiación gravitatoria es considerablemente más débil en sistemas con separación orbital mayor. De modo que la tasa de transferencia de masa observada en Variables Cataclísmicas sólo puede ser explicada por otro proceso de pérdida de momento angular: el frenado magnético. En este caso se asume que las estrellas convectivas de los sistemas binarios interactuantes presentan los mismos niveles de frenado magnético que las estrellas convectivas aisladas. El modelo de frenado magnético que utilizamos en la estrella donante es proporcional a su masa, radio y rotación (Hussain, 2011):

$$\frac{dJ_{MB}}{dt} \sim M_2 R_2^4 \omega^3 \quad (3.4)$$

Se cree que tanto el *gap* de período orbital como el mínimo de período orbital marcan un cambio estructural en la estrella donante. Estas estrellas son de secuencia principal y, por lo tanto, se

espera que sigan una relación masa - radio de la forma (Knigge, 2011):

$$R_2/R_\odot = f(M_2/M_\odot)^\alpha \quad (3.5)$$

Con $f \sim \alpha \sim 1$. Combinando esta expresión con la relación período - densidad, se obtiene:

$$M_2/M_\odot \sim 0,1P_{orb}[h] \quad (3.6)$$

La ecuación 3.6 muestra que para el *gap* de períodos orbitales (entre 2 - 3 h), la masa correspondiente para la donante es de $M_2 \sim 0,2 - 0,3M_\odot$, que es donde dicha estrella se espera que cambie de estructura de parcialmente radiativa a completamente convectiva (Knigge, 2011).

Una prueba importante de la teoría del modelo estándar en relación al *gap* fue encontrada por Patterson et al. (2005). Ellos encontraron que las masas de las estrellas donantes por encima y por debajo del mismo, eran muy similares (lo cual es esperable dado que la teoría establece que durante el *gap* la transferencia de masa se detiene y el sistema evoluciona como una binaria separada). En el contexto del frenado magnético, las estrellas donantes por encima del *gap* están más infladas que aquellas por debajo. Knigge et al. (2011) lograron ajustar los tamaños de las donantes y encontraron que esto no podría explicarse considerando solamente frenado por radiación gravitacional.

3.1.3. Masa de la Enana Blanca del Sistema

En esta sección vamos a justificar, a partir de trabajos disponibles en la literatura, la elección de la masa de las enanas blancas que utilizaremos en capítulos posteriores para estudiar sistemas progenitores de Variables Cataclísmicas.

Las enanas blancas suelen utilizarse como cronómetros cosmológicos para determinar la edad de distintas poblaciones estelares, incluyendo la edad de la Vía Láctea (en particular, es posible encontrar un gran número de enanas blancas en el halo de nuestra galaxia), Fantin et al. (2021). Es por esto que estudiar la edad de estos objetos resulta de gran interés. Para poder conocer la edad de las enanas blancas, es necesario determinar la edad de enfriamiento y el tiempo de vida de la estrella progenitora de la enana blanca, con lo cual, es necesario poder conocer la masa, la temperatura y la composición atmosférica de las mismas. Es por esto que el rango de masas de las enanas blancas está intensamente estudiado en la literatura.

A partir de estudios espectroscópicos y fotométricos y simulaciones numéricas con el método de Monte Carlo, diversos autores lograron estimar la masa de un gran número de enanas blancas pertenecientes al halo galáctico. Los mismos además construyeron gráficos que representan la distribución de masa que encontraron para dichos objetos, que aquí presentamos (ver figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6).

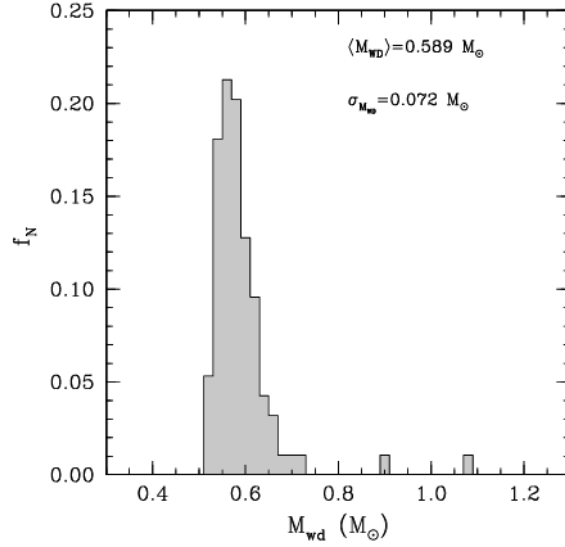


Figura 3.3: En la figura se observa la función de masa de enanas blancas observadas con *Gaia*. Para esta muestra de 95 enanas blancas del halo galáctico a 100 pc, los autores (Torres et al., 2021) encontraron como valor medio de las masas $\langle M_{WD} \rangle = 0,589M_{\odot}$, donde el 71 % de las masas estudiadas se encuentran por debajo de $0.6 M_{\odot}$.

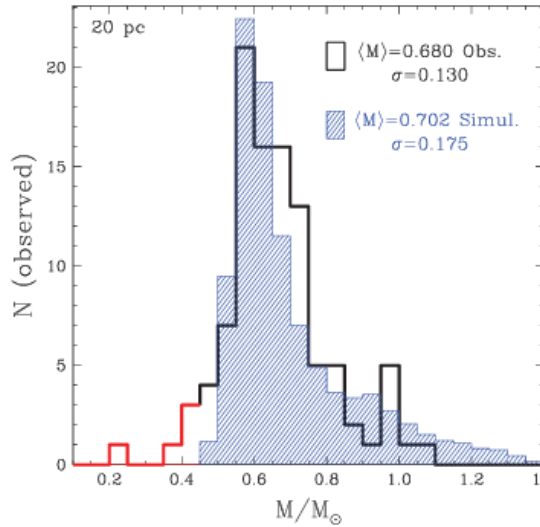


Figura 3.4: En la figura se observa la distribución de masa de enanas blancas obtenidas a partir del catálogo SDSS. Además, los autores (Tremblay et al., 2016) realizaron simulaciones numéricas con el método de Monte Carlo para el modelado de la distribución de masa. La línea negra representa las observaciones, mientras que el relleno azul representa la simulación. Notamos que en este caso, el valor medio está centrado en $\langle M_{WD} \rangle = 0,680$. Se cree que las enanas blancas con masas menores a $\sim 0,45M_{\odot}$ tienen núcleo de Helio y son producto de la evolución de sistemas binarios interactuantes. Los autores no tuvieron en cuenta este tipo de estrellas para determinar el valor promedio de las masas.

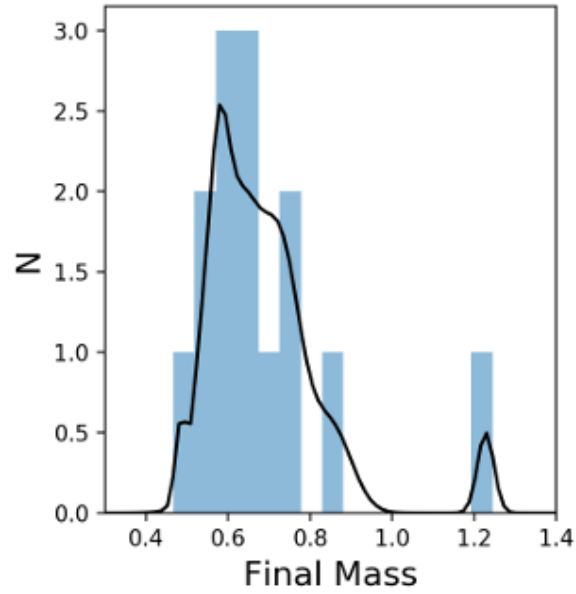


Figura 3.5: En la figura se observa la distribución de masa de 18 enanas blancas pertenecientes al halo galáctico, obtenidas a partir de distintos catálogos: Canada-France Imaging Survey, Pan-STARRS1 DR1 3π y *Gaia*. Vemos que el valor medio de las masas obtenido por los autores (Fantin et al., 2021) es $\sim \langle M_{WD} \rangle = 0,58M_{\odot}$.

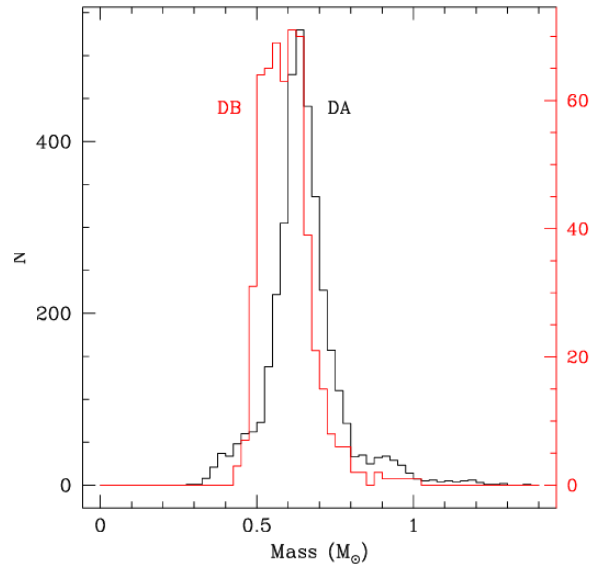


Figura 3.6: En la figura se observa la distribución de masa de enanas blancas pertenecientes al halo galáctico, obtenidas a partir del catálogo SDSS. Los autores (Kepler et al., 2017) usaron el método de Monte Carlo para ajustar la curva de distribuciones. Vemos que el valor medio de las masas obtenido fue $\langle M_{WD} \rangle = 0,64M_{\odot}$.

Analizando todos los trabajos de los distintos autores, podemos notar que hay un fuerte consenso en que la media de las masas de las enanas blancas perteneciente al halo galáctico (aún

utilizando distintos métodos de ajuste, como el método de Monte Carlo, y obteniendo las masas de las estrellas con distintos métodos, espectoscópicos y fotométricos, y a partir de distintos catálogos) ronda el valor $\sim \langle M_{WD} \rangle = 0,6M_{\odot}$.

Así, los valores de las masas de enanas blancas que utilizaremos en los capítulos posteriores, para realizar los cálculos evolutivos para determinar posibles progenitoras de Variables Cataclísmicas, tienen fundamentación observacional y numérica.

3.2. Cálculo de evolución estelar

En este contexto de sistemas binarios con transferencia de masa a través del desborde del lóbulo de Roche, el objetivo de este trabajo es encontrar las condiciones iniciales que conducen a modelos capaces de reproducir las principales características de las Variables Cataclísmicas. Para esto, realizamos una serie de cálculos utilizando nuestro código de evolución binaria, el cual fue desarrollado completamente por nuestro grupo de trabajo en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas (FCAG) de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP) y el instituto de Astrofísica de La Plata (IALP) - CONICET (Benvenuto & De Vito, 2003; De Vito & Benvenuto, 2010).

Se define como modelo estelar una solución $r(m), P(m), L(m), T(m)$ para un dado tiempo t en un intervalo $[0; M]$, a las ecuaciones de estructura estelar, las cuales serán presentadas a continuación.

Para poder realizar los cálculos de evolución estelar, en el caso de estrellas aisladas, consideramos ciertas aproximaciones: planteamos una estrella con simetría esférica y en equilibrio hidrostático, ignorando la rotación y campos magnéticos. Bajo estas condiciones, las ecuaciones de la estructura estelar son las siguientes:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{Gm_r}{r^2} \right) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial L_r}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \left(\epsilon_{nuc} - \epsilon_{\nu} - T \frac{\partial S}{\partial T} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{3}{4ac} \frac{\kappa \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi^2 r^2} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \nabla_{conv} \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (3.11)$$

Las ecuaciones 3.7 y 3.8 dan cuenta de la mecánica estelar, y se denominan ecuación de Euler (ecuación de movimiento para un fluido) y ecuación de conservación de la masa respectivamente. La ecuación 3.9 es la ecuación de balance energético y las ecuaciones 3.10 y 3.11 son las ecuaciones de transporte (radiativo y convectivo respectivamente). En estas ecuaciones, v es la velocidad del fluido, m_r es la masa estelar encerrada por el radio r (figura 3.7), ρ es la densidad de masa, P

es la presión, L_r es la luminosidad estelar a una distancia r del centro estelar, ϵ_{nuc} es la energía nuclear liberada por unidad de masa y por unidad de tiempo, ϵ_ν representa la energía perdida por unidad de masa y por unidad de segundo en forma de neutrinos, T es la temperatura estelar, S la entropía, $\nabla_{conv} = \frac{d \ln T}{d \ln P}$ es el gradiente de temperatura convectivo, κ representa el coeficiente de absorción medio, a es la constante radiativa y c es la velocidad de la luz (Kippenhahn et al., 2013).

Dichas ecuaciones, están escritas en coordenadas Eulerianas, $(\partial/\partial r)$ ya que se usa la distancia r desde el centro estelar como coordenada espacial.

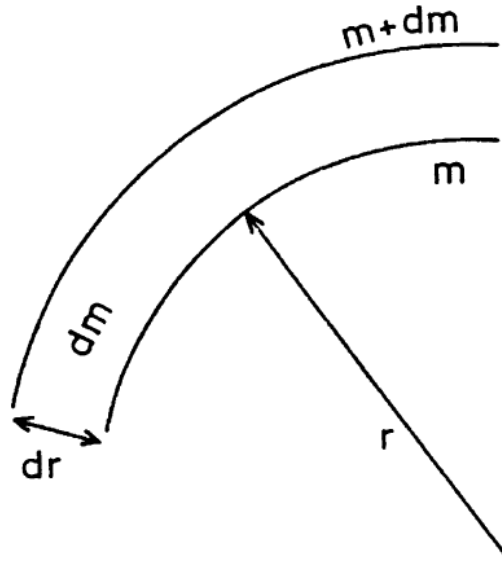


Figura 3.7: Masa contenida en una esfera de radio r en un instante t (Kippenhahn et al., 2013).

Sin embargo, resultará de mayor utilidad considerar las coordenadas Lagrangianas (Benvenuto & De Vito, 2003), es decir, coordenadas que estén ligadas a los elementos de masa $(\partial/\partial m_r)$. Luego, las nuevas variables independientes serán ξ y el tiempo t , todas las demás variables serán dependientes de las mismas.

La variable ξ estará definida según:

$$\xi = \ln \left(1 - \frac{m_r}{M} \right) \quad (3.12)$$

El radio, la presión y la temperatura se trabajan con transformaciones logarítmicas, mientras que la luminosidad y la velocidad se trabajan de manera lineal.

Para el encendido de la convección se utiliza el criterio de Schwarzschild, el cual establece que una región es inestable cuando:

$$\frac{3\kappa P l}{16\pi a c G T^4 m_r} \equiv \nabla_{rad} > \nabla_{ad} \equiv \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_{ad} \quad (3.13)$$

Donde ∇_{rad} es el gradiente de temperatura radiativo (el gradiente de temperatura requerido si toda la energía se transporta por difusión de fotones), y ∇_{ad} es el gradiente de temperatura adiabático, κ es la opacidad, P es la presión, l es la luminosidad, a es la constante radiativa, c es la velocidad de la luz, G es la constante de gravitación, T es la temperatura y m_r la coordenada de masa local (Moore & Garaud, 2016).

Para poder aplicar este cálculo a un sistema binario, debemos considerar aproximaciones adicionales. Trataremos a las estrellas del sistema como objetos esféricos, despreciando el apartamiento de la simetría esférica de las superficies equipotenciales y sus consecuencias en la evolución. Además, consideraremos que los objetos tienen órbitas circulares a lo largo de toda la evolución, y que se influyen mutuamente solo por atracción gravitatoria (despreciamos la radiación). Asumiremos que la rotación estelar está sincronizada con el movimiento orbital (que, como aprendimos en el capítulo 2, es una aproximación razonable). En el contexto particular de Variables Cataclísmicas, consideramos que el instante inicial del sistema es aquel en el cual la enana blanca del par ya está formada y en compañía de una estrella de secuencia principal.

Resulta conveniente reescribir las derivadas temporales, ya que esto permite obtener la dependencia de las derivadas con la tasa de transferencia de masa (Benvenuto & De Vito, 2003):

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{m_r} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\xi} \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{m_r} + \left. \frac{\partial}{\partial \xi} \right|_t \quad (3.14)$$

De esta manera se logra incorporar a la tasa de transferencia de masa como una variable más a iterar, al utilizar una versión modificada del método de Henyey (el cual es un método de diferencias implícito), Kippenhahn et al. (2013). Así, se puede llegar a obtener de manera auto-consistente los instantes iniciales y finales de pérdidas de masa.

Nuestro código presenta un tratamiento actualizado de la física estelar. Por otra parte, el tratamiento general del problema de transferencia de masa es no conservativo, de manera que, además de existir transferencia de masa entre las componentes del par, también podrá haber pérdida de masa y de momento angular del sistema.

Para poder incorporar este último fenómeno, se utiliza el método desarrollado por Rappaport et al. (1982), en el cual se especifican dos parámetros libres: la fracción de masa β perdida por la estrella donante y que es acretaada por el objeto compacto y el momento angular específico, α , de la materia que se pierde del sistema en unidades de $\frac{2\pi a^2}{P}$:

$$\delta J = \alpha \delta M (1 - \beta) \frac{2\pi a^2}{P} \quad (3.15)$$

donde δM es el diferencial de masa que pierde la estrella donante, δJ es el diferencial de momento angular de la materia que se pierde del sistema, y a y P son el semieje mayor (radio, ya que consideramos órbitas circulares) y período orbital respectivamente. Notamos que el semieje mayor de la órbita depende de la tasa de transferencia de masa. Consideramos pérdidas de momento angular por eyección de materia del sistema, por radiación gravitatoria y por frenado magnético (referencias en Benvenuto & De Vito 2003).

Capítulo 4

Resultados Generales

En este capítulo voy a presentar algunos resultados para describir de manera general a la familia formada por las variables cataclísmicas. Voy a mostrar a lo largo de este capítulo, que nuestros resultados están de acuerdo con la teoría (ver capítulos anteriores). Para obtener dichos resultados, utilizamos nuestro código de evolución binaria (Benvenuto & De Vito, 2003) descrito en la sección 3.2.

Como mencionamos en el capítulo 3, las VC están compuestas por una estrella de secuencia principal que transfiere material debido al desborde de su lóbulo de Roche, y una enana blanca acretante. La evolución de estos objetos, está directamente ligada con las propiedades de la estrella donante de material, ya que tanto el *gap* de períodos orbitales como el mínimo de período orbital (ver capítulo 3) evidencian cambios estructurales que ocurren en la estrella donante (Knigge, 2011).

Para realizar los cálculos evolutivos necesarios para estudiar estos sistemas, consideramos como condiciones iniciales una enana blanca acretante con masa de $M_{eb} = 0,65M_{\odot}$ (el cual es representativo para estos sistemas, como vimos en la sección 3.1.3) y la fracción de masa cretada por la enana blanca correspondiente a $\beta = 0,5$ (el parámetro β toma valores entre 0, caso completamente conservativo, y 1, caso completamente no conservativo), es decir, tomamos un valor promedio del mismo. Estos valores iniciales los consideramos para todos los track calculados, en combinación de distintos valores para la masa inicial (desde 0.8 hasta 2.0 M_{\odot}) de la estrella donante del sistema y del período orbital inicial (entre 0.25 y 0.9 días). Mostramos estas condiciones iniciales en la tabla 4.1.

Para comenzar, realizamos diagramas de Hertzsprung - Russell (luminosidad en función de la temperatura efectiva) para la estrella donante del sistema, agrupando los tracks evolutivos según cada valor de masa inicial de la donante en consideración (en un gráfico mostramos todos los tracks con $M_{c,i} = 0,8M_{\odot}$, en otro todos los tracks con $M_{c,i} = 0,9M_{\odot}$, etc). Además, consideramos un esquema de colores para visibilizar los distintos valores del período orbital inicial. Este esquema fue aplicado en todos los gráficos que mostramos en las figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5.

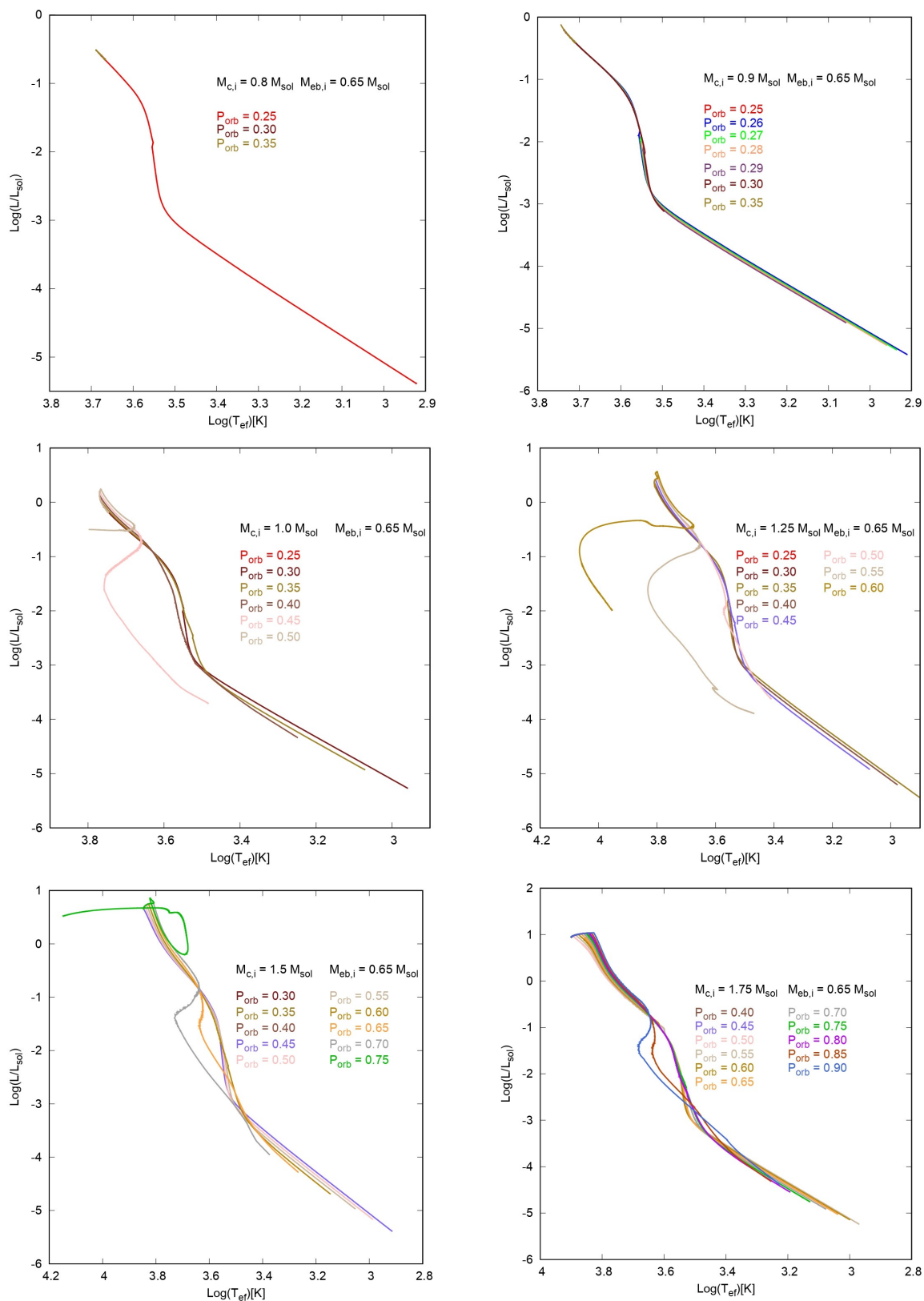


Figura 4.1: En la figura mostramos los track evolutivos correspondientes a las estrellas donantes de los sistemas, con valor inicial de $M_c = 0,8M_{\odot}$, $M_c = 0,9M_{\odot}$, $M_c = 1,0M_{\odot}$, $M_c = 1,25M_{\odot}$, $M_c = 1,5M_{\odot}$ y $M_c = 1,75M_{\odot}$. En todos los casos el período está expresado en días. El esquema de colores utilizado, al igual que el grosor de las líneas, hace referencia a los distintos valores de período orbital inicial.

Tabla 4.1: Valores de las condiciones iniciales que utilizamos para realizar cálculos de modelos genéricos de Variables Cataclísmicas. En todos los modelos calculados, consideramos un valor de $M_{eb} = 0,65M_{\odot}$ para la masa de la enana blanca y de $\beta = 0,5$ para la fracción de masa acretaada por la enana blanca. M_c y P_{orb} representan la masa de la estrella donante y el período orbital del sistema, respectivamente.

$M_c[M_{\odot}]$	$M_{eb}[M_{\odot}]$	$P_{orb}[d]$	β	Corte	$M_c[M_{\odot}]$	$M_{eb}[M_{\odot}]$	$P_{orb}[d]$	β	Corte
0.8	0.65	0.25	0.5	Terminado	1.5	0.65	0.5	0.5	Terminado
0.8	0.65	0.30	0.5	Edad grande	1.5	0.65	0.55	0.5	Terminado
0.8	0.65	0.35	0.5	Edad grande	1.5	0.65	0.6	0.5	Terminado
0.9	0.65	0.25	0.5	Transfiere en ZAMS	1.5	0.65	0.65	0.5	Terminado
0.9	0.65	0.26	0.5	Terminado	1.5	0.65	0.7	0.5	Terminado
0.9	0.65	0.27	0.5	Terminado	1.5	0.65	0.75	0.5	Se abre
0.9	0.65	0.28	0.5	Terminado	1.75	0.65	0.4	0.5	Transfiere en ZAMS
0.9	0.65	0.29	0.5	Terminado	1.75	0.65	0.45	0.5	Transfiere en ZAMS
0.9	0.65	0.3	0.5	Edad grande	1.75	0.65	0.5	0.5	Demasiada MTR
0.9	0.65	0.35	0.5	Edad grande	1.75	0.65	0.55	0.5	Terminado
1.0	0.65	0.25	0.5	Transfiere en ZAMS	1.75	0.65	0.6	0.5	Terminado
1.0	0.65	0.30	0.5	Terminado	1.75	0.65	0.65	0.5	Terminado
1.0	0.65	0.35	0.5	Terminado	1.75	0.65	0.7	0.5	Terminado
1.0	0.65	0.40	0.5	Terminado	1.75	0.65	0.75	0.5	Terminado
1.0	0.65	0.45	0.5	Terminado	1.75	0.65	0.8	0.5	Terminado
1.0	0.65	0.5	0.5	Edad grande	1.75	0.65	0.85	0.5	Terminado
1.25	0.65	0.25	0.5	Transfiere en ZAMS	1.75	0.65	0.9	0.5	Terminado
1.25	0.65	0.3	0.5	Transfiere en ZAMS	2.0	0.65	0.45	0.5	Transfiere en ZAMS
1.25	0.65	0.35	0.5	Terminado	2.0	0.65	0.5	0.5	Demasiada MTR
1.25	0.65	0.4	0.5	Terminado	2.0	0.65	0.55	0.5	Demasiada MTR
1.25	0.65	0.45	0.5	Terminado	2.0	0.65	0.6	0.5	Demasiada MTR
1.25	0.65	0.5	0.5	Edad grande	2.0	0.65	0.65	0.5	Demasiada MTR
1.25	0.65	0.55	0.5	Terminado	2.0	0.65	0.7	0.5	Demasiada MTR
1.25	0.65	0.6	0.5	Edad grande	2.0	0.65	0.75	0.5	Demasiada MTR
1.5	0.65	0.3	0.5	Transfiere en ZAMS	2.0	0.65	0.8	0.5	Demasiada MTR
1.5	0.65	0.35	0.5	Transfiere en ZAMS	2.0	0.65	0.85	0.5	Demasiada MTR
1.5	0.65	0.4	0.5	Transfiere en ZAMS	2.0	0.65	0.9	0.5	Demasiada MTR
1.5	0.65	0.45	0.5	Terminado	2.0	0.65	0.95	0.5	Demasiada MTR

En las figuras 4.1 y 4.2 mostramos dichos *tracks* evolutivos de la estrella donante. Podemos notar que no todas las combinaciones de condiciones iniciales que tomamos para realizar estos cálculos producen modelos que evolucionan hacia configuraciones convergentes. Aquellos *tracks* correspondientes a estrellas donantes de hasta $M_c = 1,75M_{\odot}$ y que siguen una forma compacta y apretada resultan ser progenitores de VC. Aquellos *tracks* que no siguen esta forma y se abren resultan no convergentes. Los *tracks* que calculamos correspondientes a estrellas donantes de $M_c = 2,0M_{\odot}$, se abren (ver figura 4.2). Estos casos corresponden a las estrellas donantes más masivas respecto del rango de valores que consideramos. Para este caso, la tasa de transferencia de masa es alta, posiblemente debido a que la estrella donante presenta envoltura convectiva. Con lo cual, la tasa de pérdida de masa es tan grande que lleva al sistema a un estado de envoltura común. Este problema, de suma complejidad, excede el tratamiento que planteamos hacer en este trabajo, pero esperamos poder incorporarlo a futuro.

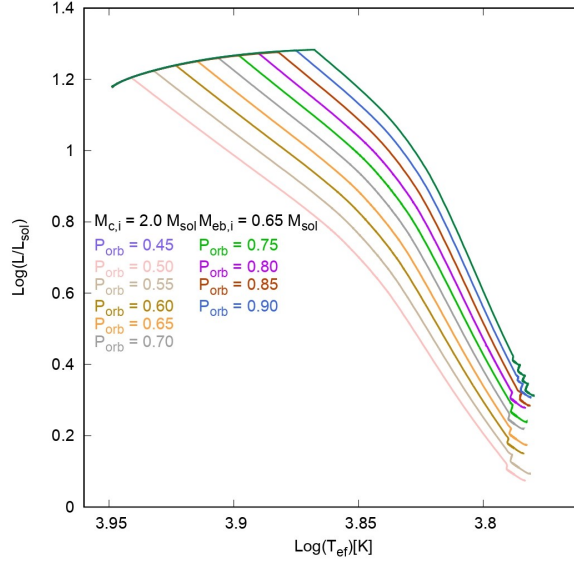


Figura 4.2: Diagrama de Hertzsprung - Russell para las estrellas donantes con valor inicial de $M_c = 2,0M_{\odot}$. En todos los casos el período está expresado en días. El esquema de colores utilizado, al igual que el grosor de las líneas, hace referencia a los distintos valores de período orbital inicial.

A continuación, nos dispusimos a realizar gráficos que muestren la evolución del período orbital de los sistemas considerados anteriormente (tabla 4.1), en función de la masa de la estrella donante y de la masa de la enana blanca.

Para estos gráficos, respetamos el mismo sistema de colores que el utilizado para los gráficos anteriores. Dichos gráficos pueden apreciarse en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5. En ellos, podemos notar dos grandes características típicas de este tipo de sistemas y en concordancia con la literatura: el *gap* de períodos orbitales (representado por la evolución a masa constante del período orbital) y el mínimo del período orbital.

Recordemos que cuando la estrella donante llega a la parte superior de *gap*, la estrella se vuelve completamente convectiva, y entonces se considera que deja de estar activo el frenado magnético, quedando fuera del equilibrio térmico. La reducción de la pérdida de momento angular no es capaz de sostener este desequilibrio y el alto valor del radio de la estrella donante. En consecuencia la misma se achica y pierde contacto con su lóbulo de Roche (Knigge, 2011).

Una vez en el *gap*, el sistema evoluciona como una binaria separada (ya que no hay transferencia de masa). Durante esta fase de la evolución del período orbital, la separación orbital sigue disminuyendo porque sigue perdiendo momento angular por radiación gravitatoria hasta que el lóbulo de Roche de la estrella donante vuelve a entrar en contacto con la misma y se reinicia la transferencia de masa. En este momento, la estrella llega al límite inferior del *gap*. A partir de este momento la evolución orbital queda dominada por la pérdida de momento angular debido a la emisión de radiación gravitatoria.

En dichos gráficos vemos de manera consistente, como al ir disminuyendo el valor del período

orbital (a medida que el sistema va perdiendo momento angular), la masa de la estrella donante disminuye también (hasta el mínimo de período orbital). Esto es así ya que la masa que pierde la estrella donante y que se escapa del sistema, también se lleva consigo una cantidad significativa de momento angular.

Consecuentemente, observamos que la masa de la enana blanca se incrementa a medida que disminuye el período orbital. Esto sucede ya que una fracción de la masa que pierde la estrella donante del sistema es acretaada por la enana blanca. Una vez que el sistema pasa la fase del *gap*, la enana blanca vuelve a acretar material, aumentando su masa.

A partir de la confección de estos gráficos, pudimos notar que, a medida que tomamos mayores valores para la masa inicial de la estrella donante, el período orbital inicial necesariamente tiene que ser mayor para que el proceso de transferencia de masa no empiece desde la *ZAMS* (ver tabla 4.1). Esto es así, ya que la estrella donante es una estrella de secuencia principal, y por tanto, obedece la relación masa - radio (ver figura 4.6). Con lo cual, las estrellas donantes con mayor masa inicial, tendrán también tamaños iniciales mayores. Estas estrellas, por lo tanto, llenan más rápidamente su lóbulo de Roche y comienzan la etapa de transferencia de masa más tempranamente. Luego, si el período orbital es relativamente pequeño para este tipo de estrellas, encontramos que la transferencia de masa ocurre antes de que la estrella donante logre salir de la Secuencia Principal de Edad Cero (*ZAMS*).

Podemos notar, además, que a medida que vamos tomando períodos orbitales más grandes, el *gap* se va corriendo más y más hacia la izquierda (es decir, el sistema cada vez tarda más en llegar al valor del período orbital en el que comienza el *gap*), ya que la estrella donante del sistema llega a la fase en la que se vuelve completamente convectiva a edades más tardías.

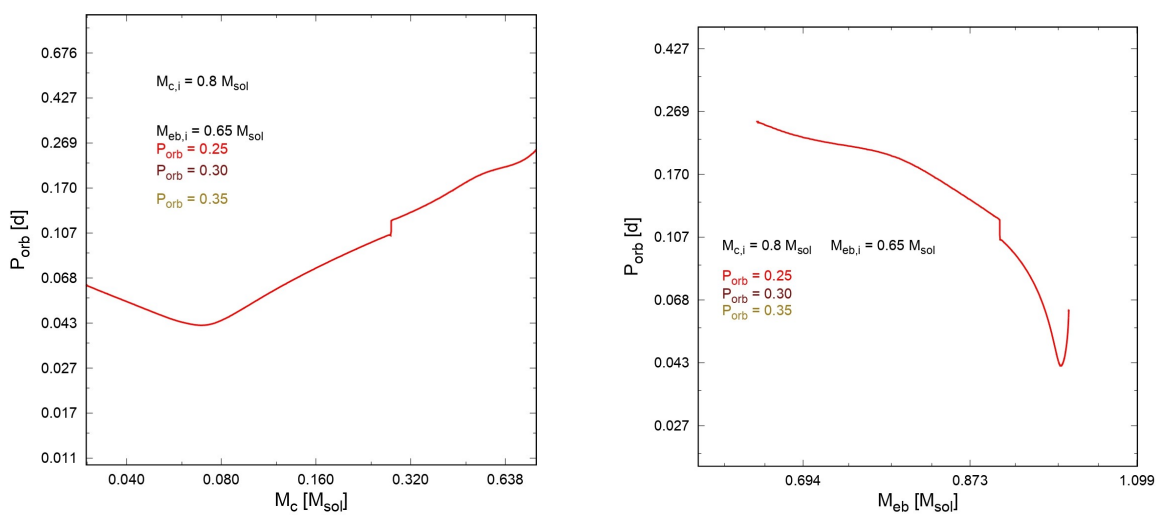


Figura 4.3: En la figura mostramos la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante (izquierda) y de la enana blanca (derecha), considerando masas iniciales para la estrella donante del sistema de $M_c = 0,8M_{\odot}$. El esquema de colores utilizado, hace referencia a los distintos valores de período orbital inicial.

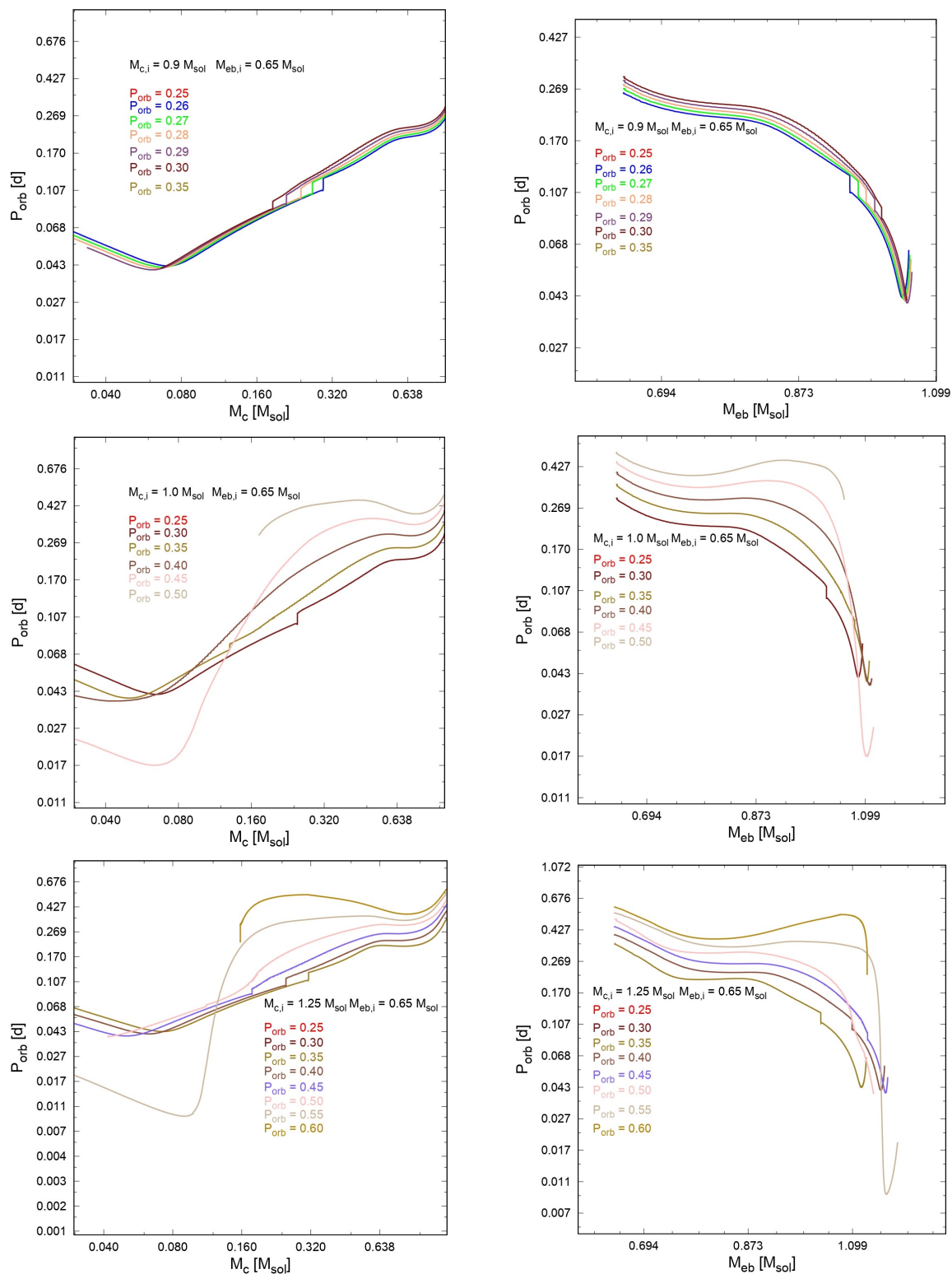


Figura 4.4: En la figura mostramos la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante (izquierda) y de la enana blanca (derecha), considerando masas iniciales para la estrella donante del sistema de $M_c = 0,9M_{\odot}$, $M_c = 1,0M_{\odot}$, $M_c = 1,25M_{\odot}$. El esquema de colores utilizado, hace referencia a los distintos valores de período orbital inicial.

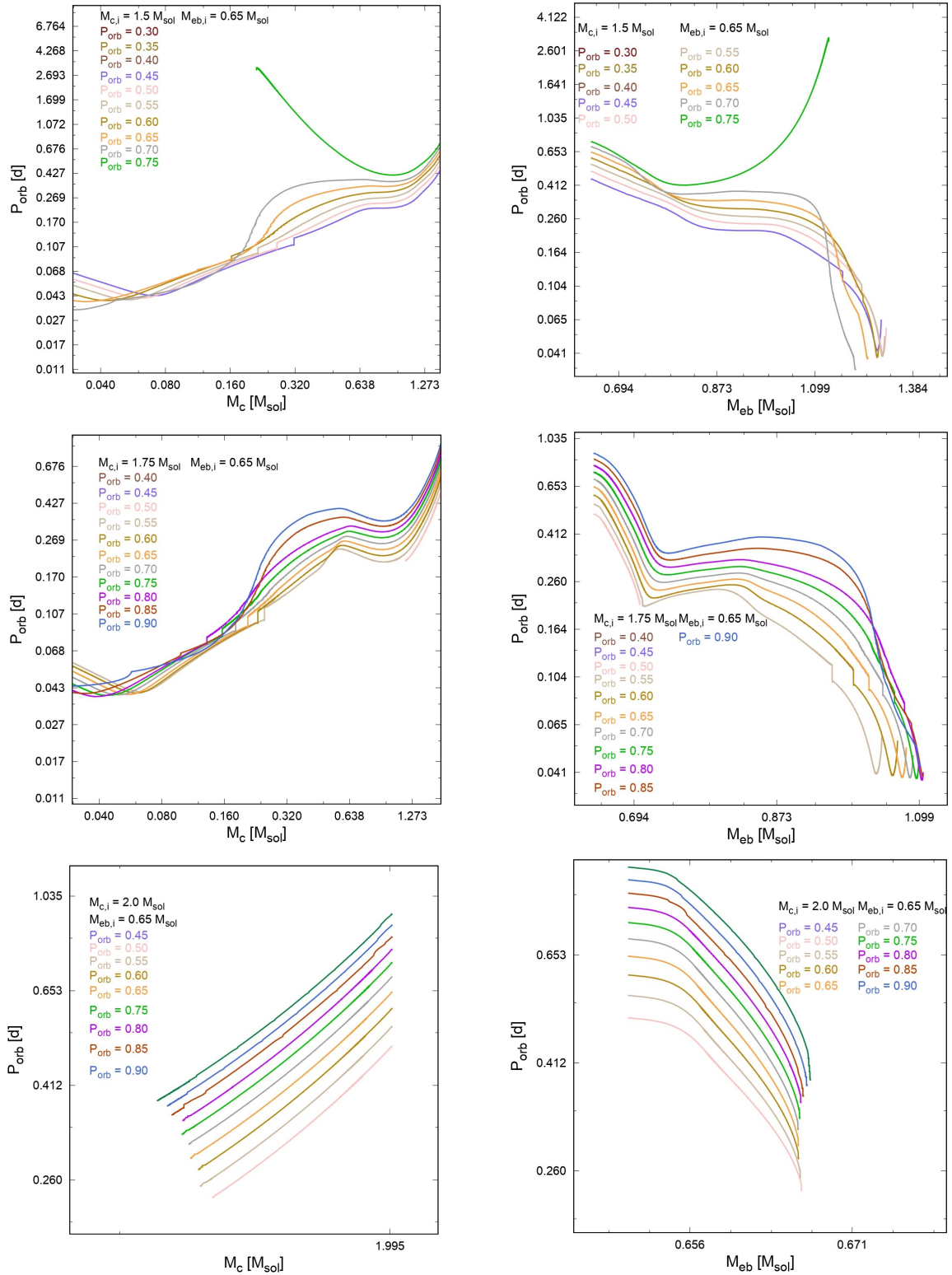


Figura 4.5: En la figura mostramos la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante (izquierda) y de la enana blanca (derecha), considerando masas iniciales para la estrella donante del sistema de $M_c = 1,5M_{\odot}$, $M_c = 1,75M_{\odot}$, $M_c = 2,0M_{\odot}$. El esquema de colores utilizado, hace referencia a los distintos valores de período orbital inicial.

Finalmente, en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5 podemos notar el mínimo de período orbital. La estrella llega a este mínimo cuando la transferencia de masa reduce lo suficiente la masa de la estrella donante y, por lo tanto, la temperatura en su centro. Esto ocurre de manera tal que se extingue la fusión de hidrógeno en su núcleo. De aquí en más la estrella se enfría y adquiere un estado degenerado. Esto produce, que el radio de la estrella se incremente como respuesta a la pérdida de masa. Si la estrella pierde suficiente masa, la órbita del sistema se expande también para que la estrella pueda acomodarse en su lóbulo de Roche (Savonije et al., 1986).

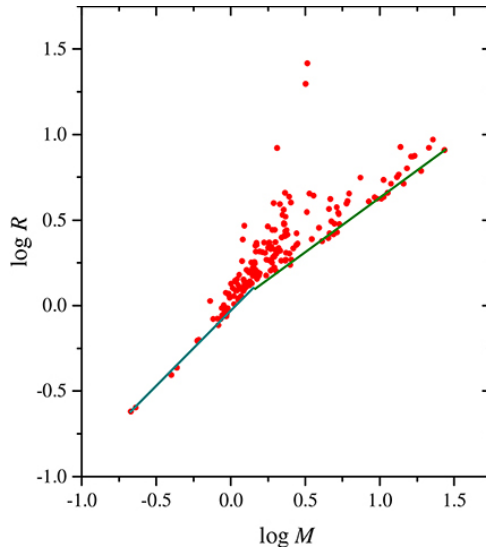


Figura 4.6: En la imagen vemos la relación masa - radio para estrellas de secuencia principal. La misma fue obtenida de uoregon (2024).

Ahora que describimos en detalle a la familia formada por variables cataclísmicas, nos disponemos a mostrar un caso particular para poder estudiar los cambios estructurales que transita la estrella donante de una Variable Cataclísmica y que dan origen al *gap* de períodos orbitales. Para mostrar que efectivamente la caída abrupta del período orbital en las VC, correspondiente al *gap*, se produce debido a que la estrella donante se vuelve completamente convectiva, consideramos un sistema cuyas condiciones iniciales son: una estrella donante de material de $1M_{\odot}$, una enana blanca acretante de $0,65M_{\odot}$ (por ser un valor es representativo para la masa de las enanas blancas), un período orbital inicial de 0.40 días y una fracción de materia acretada por la enana blanca de $\beta = 0,5$ (este valor es el más utilizado en la literatura). En la figura 4.7, muestro la evolución del período orbital de una Variable Cataclísmica con las condiciones iniciales ya mencionadas.

En el sistema que tomamos de referencia, el evento de inicio del *gap* ocurre para valores aproximados de $M_c \sim 0,245M_{\odot}$ y $P_{orb} \sim 0,1135$ días. Este comportamiento está en concordancia con la teoría (ver capítulo 3). Realizando nuestros cálculos de evolución binaria, encontramos que la estrella llega al borde inferior del *gap* con valores de masa y período orbital de $M_c \sim 0,245M_{\odot}$ y $P_{orb} \sim 0,0975$ días respectivamente (la masa de la estrella donante se mantuvo aproximadamente

constante, en concordancia con lo establecido por la teoría).

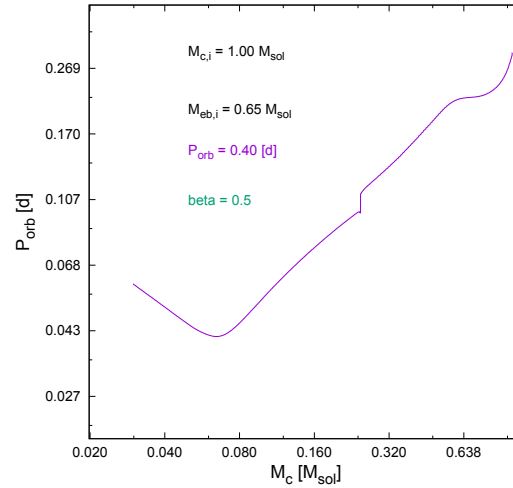


Figura 4.7: En la imagen vemos la evolución del período orbital de una Variable Cataclísmica en función de la masa de la estrella donante del sistema.

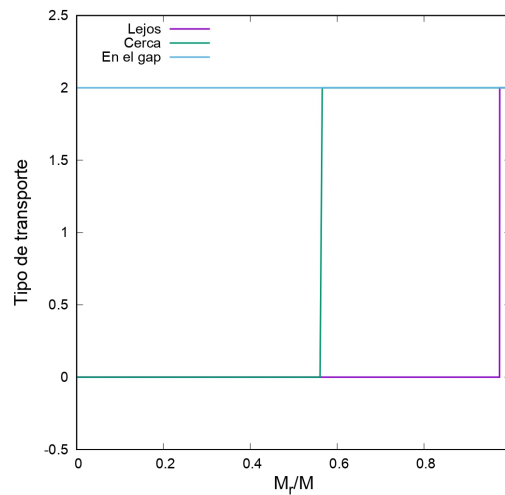


Figura 4.8: En la figura mostramos los cambios en el tipo de transporte que transita la estrella donante del sistema cuando la misma se encuentra en un momento muy anterior al *gap* (violeta), cercano al *gap* (verde) y en el borde superior del *gap* (azul). En el eje vertical representamos el tipo de transporte de energía en la estrella. Nuestro código toma el valor 0 cuando el transporte es radiativo y el valor 2 cuando el transporte es convectivo.

Una vez identificados estos valores característicos, nos dispusimos a buscar en el *track* calcu-

lado por nuestro código de evolución binaria los modelos correspondientes a los instantes muy previo, cercano e inicial del *gap* de períodos orbitales. Luego, utilizando los datos contenidos en estos modelos, graficamos el tipo de transporte de la estrella en función de M_r/M , donde M_r es la masa de la estrella contenida en un radio r y M es la masa total de la estrella.

Según el modelo estándar, la estrella pasa de un interior radiativo a ser completamente convectiva al comenzar el *gap*. Podemos ver los cambios mencionados en la estructura de la estrella de baja masa y de secuencia principal, en el gráfico 4.8.

Cuando $m_r = M$, estamos en la superficie de la estrella, mientras que cuando $m_r = 0$, estamos ubicados en el centro de la estrella. Durante los cálculos, el programa asigna el valor cero cuando el transporte es radiativo y asigna el valor dos cuando el transporte es convectivo.

Dicho esto, en la figura 4.8 vemos que la curva de color violeta (obtenida a partir de un modelo en un instante muy previo al *gap*) indica que el núcleo de la estrella es radiativo, mientras que las capas más externas son convectivas. Esto es lo esperado para una estrella de baja masa. La curva de color verde (obtenida a partir de un modelo en un instante cercano a comenzar la fase del *gap*) indica que las capas convectivas se profundizan. Finalmente, la curva azul (obtenida a partir de un modelo en el inicio del *gap*) indica que la estrella se vuelve completamente convectiva y es por esto que el *gap* toma lugar en la evolución de este tipo de sistemas.

Capítulo 5

El caso de SS Cyg

En este capítulo voy a presentar los resultados que obtuvimos en base a mi primer trabajo utilizando nuestro código de evolución binaria (Benvenuto & De Vito, 2003; De Vito & Benvenuto, 2010). Este trabajo fue presentado como contribución mural en la 62 Reunión Anual de la Asociación de la Astronomía Argentina, y posteriormente publicado en el boletín de la misma (Rodríguez et al., 2021).

El sistema SS Cyg es ampliamente conocido y estudiado. Es una Variable Cataclísmica particular: una nova enana. Esta clase de sistemas tienen la particularidad de transitar episodios de erupciones, en las que su brillo aumenta, y quietud. Durante el período de inactividad, la baja viscosidad del disco permite que la masa se acumule en él. Una vez que la densidad superficial en el disco alcanza un punto crítico, comienza la inestabilidad junto con un incremento en la viscosidad. Esto permite que la masa fluya del disco hacia la enana blanca, liberando en el proceso energía potencial gravitatoria (Hill et al., 2017). Para SS Cyg, estas variaciones de brillo se encuentran entre ~ 12 y $\sim 8,5$ mag. Además, las novae enanas suelen tener una estrella donante menos masiva que la enana blanca acretante. En el caso particular de SS Cyg, la estrella donante posee una masa de $M_c = 0,59M_\odot$ y la enana blanca es de $M_{eb} = 0,91M_\odot$. Esta última posee un campo magnético débil, menor a 10^6 G.

En las novae enanas, el disco de acreción se extiende hasta la superficie de la enana blanca. La acreción toma lugar desde la capa de contacto en el borde interno del disco hasta la superficie de la enana blanca.

Tabla 5.1: En esta tabla presentamos los valores observacionales correspondientes a SS Cyg, obtenidos por Hill et al. (2017).

Parámetros característicos	Hill et al. (2017)
Masa de la estrella donante M_2 [M_\odot]	0.59
Masa de la estrella acretante M_{eb} [M_\odot]	0.91
Período orbital P_{orb} [días]	0.2751
Temperatura efectiva T_{eff} [K]	4750

Según las observaciones, el sistema SS Cyg tiene una temperatura efectiva de $4750K$ y un período orbital de 0.2751 días. El radio de la estrella donante es de $0,68^{+0,03}_{-0,01}R_{\odot}$ y la tasa de pérdida de masa es de aproximadamente $(1.4 - 6.4) \times 10^{-9}M_{\odot}/\text{año}$.

Tabla 5.2: En esta tabla presentamos los valores observacionales correspondientes a SS Cyg, obtenidos por Giovannelli et al. (1983).

Parámetros característicos	Giovannelli et al. (1983)
Inclinación de la órbita i [$^{\circ}$]	40^{+1}_{-2}
Radio de la estrella donante R_2 [R_{\odot}]	$0,68^{+0,03}_{-0,01}$
Tasa de transferencia de masa [$M_{\odot}/\text{año}$]	$\sim (1.4 - 6.4) \times 10^{-9}$

Tabla 5.3: En esta tabla presentamos los valores observacionales correspondientes a SS Cyg, obtenidos por Eggleton (1983).

Parámetros característicos	Eggleton (1983)
Cociente de masas $q = M_2/M_{eb}$	0.628
Radio del lóbulo de Roche R_L [R_{\odot}]	0.696

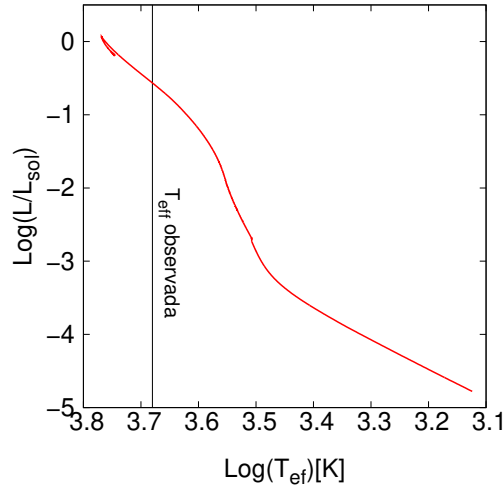


Figura 5.1: En la imagen vemos el diagrama HR (luminosidad en función de la temperatura efectiva) para la estrella donante de nuestro modelo. La línea vertical indica el valor de la temperatura efectiva observada de la estrella donante en SS Cyg.

Además, el cociente de masas es de 0.628 y el radio del lóbulo de Roche es de $0.696 R_{\odot}$. Toda esta información observacional, se encuentra resumida en las tablas 5.1, 5.2 y 5.3. Además, este sistema se encuentra a una distancia de $166,2 \pm 12,7$ pc (Harrison et al., 1999).

El objetivo de este trabajo consistió en encontrar un posible progenitor para este sistema que

reproduzca sus principales características observacionales (ver tablas 5.1, 5.2 y 5.3). Para realizar la búsqueda de un posible progenitor, inspeccionamos nuestra librería de cálculos evolutivos (Benvenuto et al., 2014). Seleccionamos un rango de valores iniciales adecuados (para las masas, período orbital, fracción de masa acretaada β y fracción de momento angular que se llevan los elementos de masa que se escapan del sistema α), cuya evolución pueda conducir a un estado compatible con el de SS Cyg. Para esto hicimos una serie de cálculos evolutivos combinando estos parámetros hasta encontrar un sistema que es capaz de reproducir las características observadas de SS Cyg.

El progenitor seleccionado es un sistema que consiste de una estrella donante con una masa inicial de $1M_{\odot}$, una enana blanca acretaante con una masa inicial de $0,9M_{\odot}$, un período orbital inicial de 0.375 días, $\beta = 0,1$ y $\alpha = 1$. Hemos considerado que la estrella donante tienen metalicidad solar, y que el cálculo es no conservativo, es decir, no toda la masa que pierde la estrella donante es acretaada por la enana blanca, sino que parte de la misma se pierde del sistema.

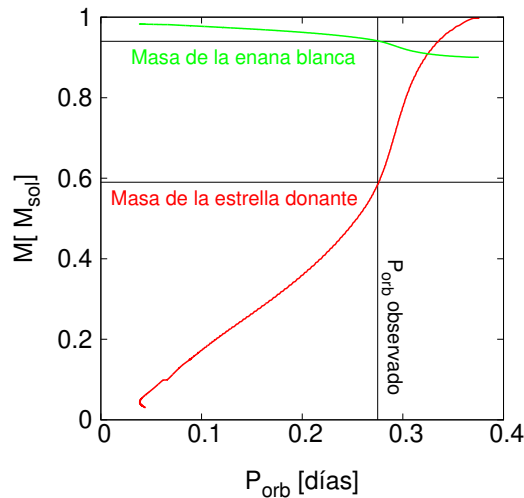


Figura 5.2: En la imagen vemos la evolución de ambas estrellas del modelo en función del período orbital. La línea vertical indica el valor del período orbital observado para el sistema SS Cyg y las líneas horizontales indican los valores de las masas de la estrella donante (rojo) y de la enana blanca (verde) observadas para SS Cyg.

En la figura 5.1, mostramos el recorrido evolutivo realizado por la estrella donante del progenitor. Marcamos con una línea vertical el valor de la temperatura efectiva observada para la estrella donante de SS Cyg. Notamos que este sistema resulta ser convergente, ya que respeta la forma característica que aprendimos en el capítulo 4. Luego, este modelo propuesto es un buen progenitor de Variables Cataclísmicas.

Particularmente, nuestro modelo nos provee de una estrella donante que logra reproducir la temperatura efectiva de la componente donante en SS Cyg al momento de la observación.

En la figura 5.2, mostramos la evolución de las masas de las componentes en función del período orbital del sistema. Dicho período se encuentra medido en días.

Con esta figura, logramos identificar que nuestro progenitor propuesto para SS Cyg también logra describir apropiadamente el valor de las masas de las componentes de SS Cyg al momento en que el período orbital de este sistema fue observado.

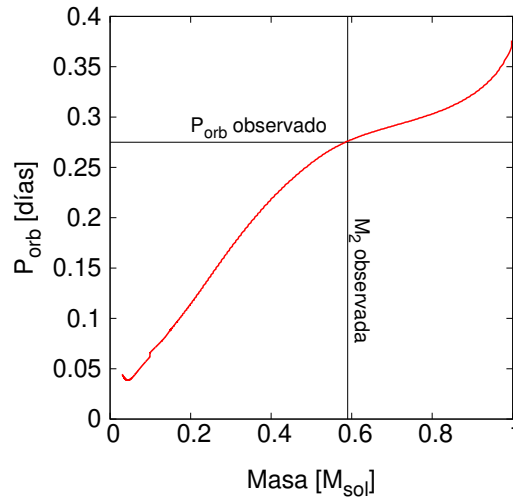


Figura 5.3: En la imagen vemos la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante del modelo. La línea vertical indica el valor observado de la masa de la estrella donante de SS Cyg, mientras que la línea horizontal indica el período orbital observado para el sistema SS Cyg.

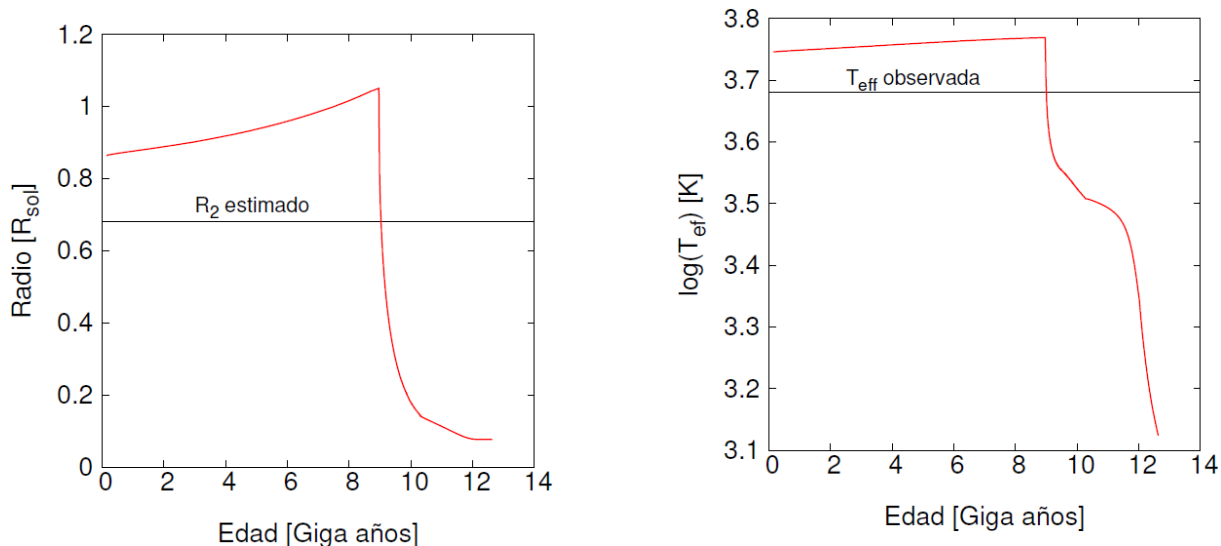
En la figura 5.3 mostramos la evolución del período orbital del sistema como función de la masa de la estrella donante del modelo.

A diferencia de los modelos presentados en el capítulo 4, notamos que este modelo en particular no parece presentar el *gap* de períodos orbitales, tan característico de las Variables Cataclísmicas. Esto puede deberse a que este evento ocurre en un lapso de tiempo muy corto en comparación con el tiempo de vida de la estrella. A veces, los cambios en el tipo de transporte de la estrella suceden tan rápido que la curva de la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante se presenta como una curva suave, sin mostrar el quiebre característico del *gap*. Con esta figura, logramos identificar que nuestro progenitor propuesto logra describir apropiadamente el valor de la masa observado de SS Cyg al momento en que el período orbital de este sistema fue observado.

En la figura 5.4 mostramos la evolución del radio y la temperatura efectiva de la estrella donante de nuestro modelo en función del tiempo. Podemos notar que la estrella donante del sistema propuesto alcanza los valores observados para SS Cyg a una edad de 9 Giga años. También podemos notar que a esta misma edad, el sistema se encuentra perdiendo masa por desborde

del lóbulo de Roche, según nos muestra la figura 5.5.

Notamos además, que el valor que calculamos utilizando nuestro código de evolución binaria para la tasa de pérdida de masa es compatible con la estimada por Giovannelli et al. (1983) a una edad, justamente, de 9 Giga años.



(a) Evolución del radio de la estrella donante del modelo en función del tiempo. La línea horizontal indica el valor observado del radio de la estrella donante en SS Cyg.

(b) Evolución de la temperatura efectiva de la estrella donante del modelo en función del tiempo. La línea horizontal indica el valor de la temperatura efectiva observada para la estrella donante en SS Cyg.

Figura 5.4: En la figura mostramos la evolución del radio (5.4a) y la temperatura efectiva (5.4b) de la estrella donante del modelo en función del tiempo.

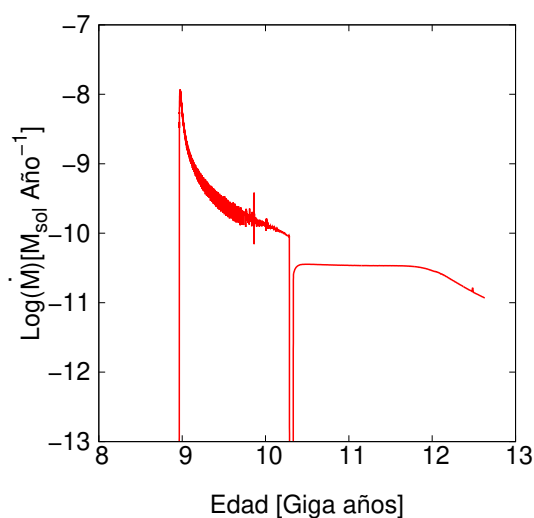


Figura 5.5: En la imagen la tasa de transferencia de masa de nuestro modelo en función del tiempo.

Capítulo 6

Modelos para VC con parámetros bien determinados

Para este capítulo voy a presentar los resultados que obtuvimos en base a mi segundo trabajo utilizando el código de evolución binaria (Benvenuto & De Vito, 2003; De Vito & Benvenuto, 2010). Este trabajo fue presentado como una contribución mural en las IV Jornadas de Astrofísica Estelar, y posteriormente publicado en las actas de dicha jornada (Rodríguez et al., 2023). En el marco de la evolución de sistemas binarios interactuantes en los que ocurre transferencia de masa, buscamos posibles progenitores para variables cataclísmicas en las que las masas de las componentes y el período orbital están bien determinadas y disponibles en la literatura (ver tabla 6.1).

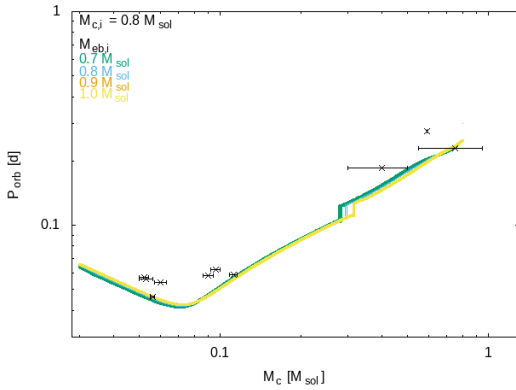
Para lograr este objetivo, diagramamos una serie de cálculos evolutivos utilizando nuestro código de evolución binaria (Benvenuto & De Vito, 2003).

Para este trabajo en particular, consideramos enanas blancas acretantes con masas iniciales ($M_{cb,i}$) de 0.60, 0.70, 0.80 y 0.90 M_{\odot} , acompañadas por estrellas normales, donantes de material, con masas iniciales ($M_{c,i}$) de 0.60, 0.70, 0.80, 0.90, 1.0, 1.20, 1.50 y 1.75 M_{\odot} . Además, seleccionamos valores de período orbital inicial entre 0.15 y 1.00 día, ya que buscamos sistemas binarios que evolucionen a configuraciones convergentes, como las que estudiamos en el capítulo 4. Para estos cálculos también consideramos el caso no conservativo, es decir, que no toda la materia que pierde la estrella donante es acretada por la enana blanca. Esta situación la modelamos a través de un parámetro β .

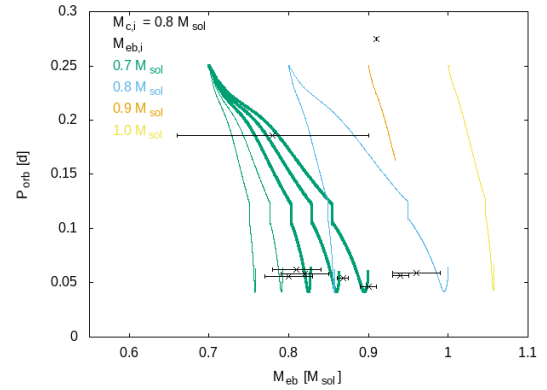
Tabla 6.1: Datos obtenidos de la literatura para los sistemas binarios seleccionados. En la primera columna se encuentra el nombre del objeto y la referencia a la que se acudió. Luego, se listan el período orbital (P_{orb}), la masa de la enana blanca (M_{eb}) y la masa de su compañera (M_c). Finalmente, los posibles progenitores encontrados (ver el texto principal para más detalles). Se detallan a continuación las referencias incluidas en la Tabla:

- [1] Southworth et al. (2015);
- [2] Southworth et al. (2009);
- [3] Littlefair et al. (2007);
- [4] Littlefair et al. (2008);
- [5] Thorstensen et al. (2015);
- [6] Baraffe & Kolb (2000);
- [7] Hill et al. (2017)

Objeto y referencia	$P_{orb}[d]$	$M_{eb}[M_{\odot}]$	$M_c[M_{\odot}]$	Progenitores
J100658,40 + 233724,4 [1], [2]	0,1859	$0,78 \pm 0,12$	$0,4 \pm 0,10$	100070340_015
J150722,30 + 523039,8 [3]	0,0463	$0,9 \pm 0,01$	$0,056 \pm 0,001$	100070300_023
J090350,73 + 330036,1 [4]	0,059	$0,96 \pm 0,03$	$0,112 \pm 0,004$	100070300_030 125070400_025
J103533,03 + 055158,4 [4]	0,057	$0,94 \pm 0,01$	$0,052 \pm 0,002$	—
J122740,83 + 513925,0 [4]	0,062	$0,81 \pm 0,03$	$0,096 \pm 0,004$	—
J143317,78 + 101123,3 [4]	0,054	$0,868 \pm 0,007$	$0,06 \pm 0,003$	—
J150137,22 + 550123,3 [4]	0,056	$0,8 \pm 0,03$	$0,053 \pm 0,003$	080070250_020
J150240,98 + 333423,9 [4]	0,058	$0,82 \pm 0,03$	$0,09 \pm 0,004$	100060350_025 125060400_020
J08055 + 0720 [5], [6]	0,2287	—	$0,75 \pm 0,2$	080070250_020 100070300_020 125070400_020
SSCyg [7]	0,2751	0,91	0,59	100080375_025

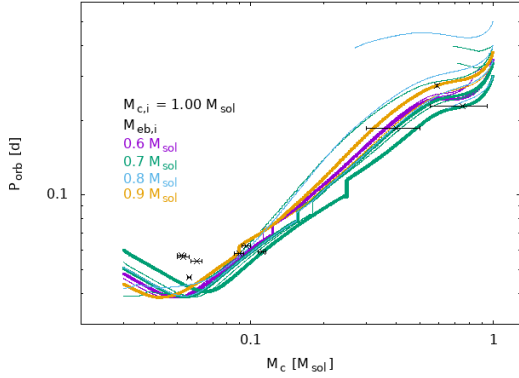


(a) Período orbital en función de la masa de la estrella donante, para un valor inicial de la masa de esta componente de $0,8 M_{\odot}$ y diferentes valores de la masa inicial de la enana blanca ($0,7, 0,8, 0,9$ y $1,0 M_{\odot}$), y diferentes valores del período orbital inicial.

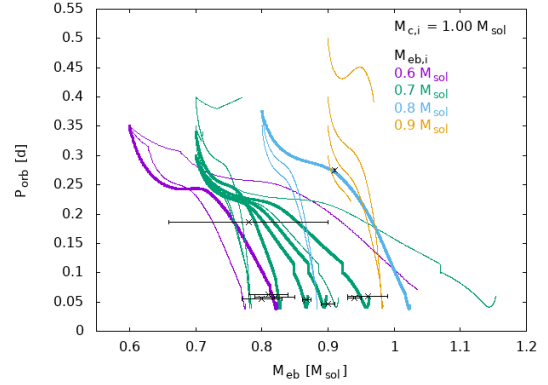


(b) Período orbital en función de la masa de la enana blanca, para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $0,8 M_{\odot}$ y diferentes valores de la masa inicial de la enana blanca ($0,7, 0,8, 0,9$ y $1,0 M_{\odot}$) y diferentes valores del período orbital inicial.

Figura 6.1: Evolución del período orbital del sistema en función de las masas de las componentes para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $0,8 M_{\odot}$. Los distintos colores, en este caso, representan los distintos valores de la masa inicial para la enana blanca. Las cruces representan los valores observados para los sistemas seleccionados en la tabla 6.1, con sus respectivas barras de error.

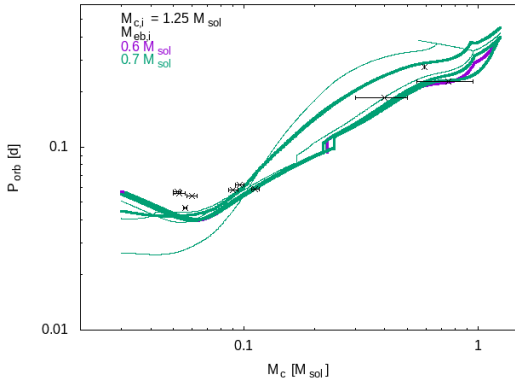


(a) Similar a la Figura 6.1a, pero para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,0 M_{\odot}$.

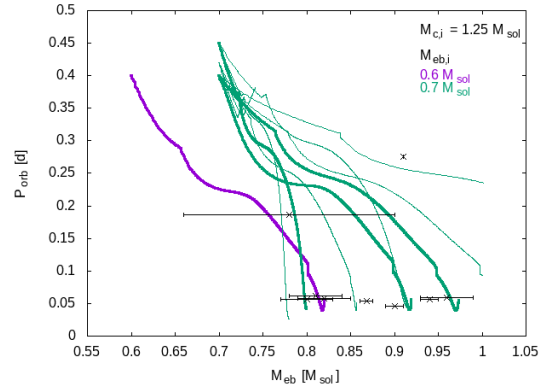


(b) Similar a la Figura 6.1b, pero para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,0 M_{\odot}$.

Figura 6.2: Similar a la Figura 6.1, con masas iniciales de las enanas blancas de 0,6, 0,7, 0,8 y 0,9 M_{\odot} . Utilizamos el mismo esquema de colores.



(a) Similar a la Figura 6.1a, pero para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,25 M_{\odot}$.

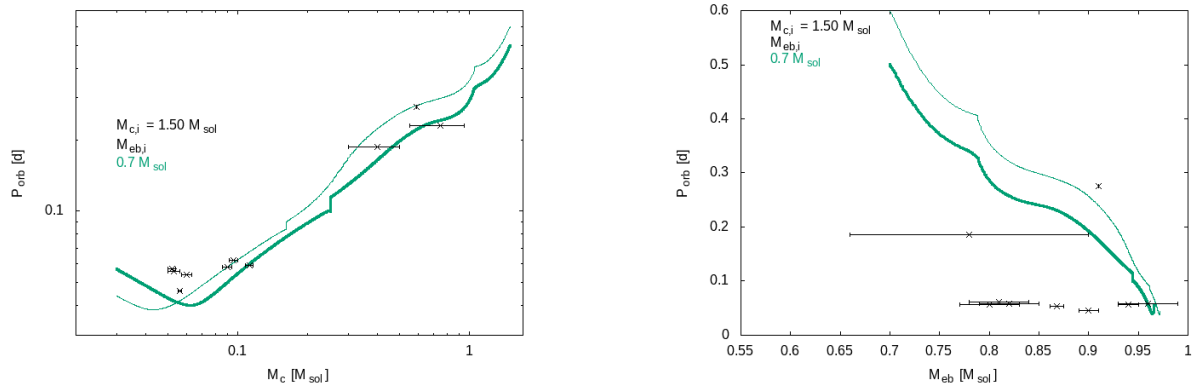


(b) Similar a la Figura 6.1b, pero para un valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,25 M_{\odot}$.

Figura 6.3: Similar a la Figura 6.1, con masas iniciales de las enanas blancas de 0,6 y 0,7 M_{\odot} .

Para los sistemas que presentamos en la tabla 6.1, buscamos posibles sistemas binarios que reproduzcan sus principales características. Es decir, buscamos progenitores para estos sistemas. Para esto, estimamos valores iniciales de las masas individuales, el período orbital, y un adecuado valor de la fracción de masa acretaada por la enana blanca β , tales que reproduzcan los valores observados en la actualidad para dichos sistemas.

En la quinta columna de la tabla 6.1, presentamos los progenitores que mejor ajustan a cada sistema. Sin embargo, no pudimos encontrar ningún progenitor posible para tres sistemas presentados en la tabla 6.1.



(a) Similar a la Figura 6.1a, pero para un para valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,50 M_{\odot}$.

(b) Similar a la Figura 6.1b, pero para un para valor inicial de la masa de la estrella donante de $1,50 M_{\odot}$.

Figura 6.4: Similar a la Figura 6.1, con masas iniciales de las enanas blancas de $0,7 M_{\odot}$.

Los nombres de cada progenitor siguen el siguiente patrón: $M_{c,i}, M_{eb,i}, P_{orb,i}-\beta$. Por ejemplo, el modelo 100070300_030 corresponde a un sistema con las siguientes condiciones iniciales:

$$M_{c,i} = 1,00 M_{\odot}, M_{eb,i} = 0,7 M_{\odot}, P_{orb,i} = 0,300 d \text{ y } \beta = 0,30.$$

En las figuras 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4 presentamos la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante (izquierda), y de la masa de la enana blanca (derecha). Indicamos en las mismas utilizando diferentes colores los valores iniciales de las masas de las enanas blancas consideradas en cada caso. Para realizar estas figuras exploramos distintos valores para los períodos orbitales iniciales junto con el parámetro de la fracción de masa acreta por la enana blanca β . Las observaciones están representadas con cruces.

En estas figuras, marcamos con línea gruesa a los candidatos a progenitores de los sistemas que se encuentran en la tabla 6.1, es decir, aquellos modelos que logran ser un buen ajuste a los valores observacionales de las masas de ambas componentes y del período orbital en simultáneo. Podemos notar que estos sistemas reproducen la forma característica de la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante, ya que son sistemas convergentes, como los estudiados en el capítulo 4. Es visible el *gap* de períodos orbitales, como así también el mínimo del período orbital para la estrella donante.

Observamos en estos gráficos de manera consistente con la teoría, cómo a medida que disminuye el período orbital (hasta el mínimo del período) por los procesos de pérdida de momento angular que atraviesan este tipo de sistemas, también disminuye la masa de la estrella donante. Consecuentemente, se observa que a medida que disminuye el valor del período orbital, aumenta la masa de la enana blanca por todo el material que acreta durante la evolución del sistema.

Podemos observar que algunos de estos sistemas presentan más de un posible progenitor. Esto podría deberse a que contamos con una amplia variedad de valores iniciales para la masa de la enana blanca que pueden ser combinados con distintos valores de β .

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajo a Futuro

7.1. Conclusiones

A modo de conclusión para este trabajo de tesis, podemos mencionar que, utilizando nuestro código de evolución binaria fuimos capaces de calcular la evolución de sistemas que reproducen las principales características de las Variables Cataclísmicas.

Pudimos calcular los *tracks* evolutivos correspondientes a estrellas donantes de sistemas que reproducen las características de las Variables Cataclísmicas. A partir de los mismos, pudimos notar que no todas las combinaciones de condiciones iniciales que tomamos conducen a configuraciones convergentes, sino que hay sistemas que se abren. Hasta valores iniciales de la estrella donante de $M_c = 1,75M_\odot$, obtuvimos buenos progenitores para Variables Cataclísmicas. Pero a partir de $M_c = 2,0M_\odot$, encontramos que las órbitas se abren, ya que, en estos casos encontramos que la tasa de transferencia de masa es alta, y al presentar envoltura convectiva, esto podría hacer que se forme una envoltura común. Aún no podemos calcular la evolución de estrellas que pasan por una fase de envoltura común, con lo cual, aún no podríamos decir si estos sistemas podrían ser o no progenitores de Variables Cataclísmicas.

Entre las características más importantes de las VC, se destaca muy especialmente el *gap* de períodos orbitales, el cual es visible en nuestros gráficos de la evolución del período orbital en función de la masa de la estrella donante de los sistemas considerados.

Pudimos notar que parece existir una relación entre la posición del *gap* de períodos orbitales, los valores iniciales de la masa de la estrella donante y el período orbital del sistema: Considerando el intervalo de masas iniciales para la estrella donante que propusimos estudiar en el capítulo 4 (de 0.8 a 2.0 M_\odot) y de períodos orbitales iniciales (de 0.25 a 0.90 días), notamos que a medida que tomamos condiciones iniciales grandes dentro del rango mencionado, este *gap* parece desplazarse hacia valores cada vez más pequeños de la masa, e incluso en algunos casos parece “diluírse” por completo. Esto se debe a que, para valores mayores de la masa de la estrella donante, la misma tarda más tiempo en volverse completamente convectiva (y por ende, en entrar al *gap*).

Además, mientras mayor es la masa inicial de la estrella donante, encontramos que debe ser

mayor el valor del período orbital inicial para que la estrella no empiece a transferir masa desde la *ZAMS*. Esto es así, ya que la estrella donante, en este tipo de sistemas, es una estrella de secuencia principal, por lo que obedece la relación masa - radio. Luego, las estrellas con valores de masas iniciales más altas tendrán tamaños mayores y, por tanto, llenan más rápido su lóbulo de Roche y comienzan a transferir masa a edades más tempranas. De esta manera, si el período orbital es relativamente pequeño en estos casos, encontramos que la estrella donante comienza a transferir masa antes de lograr salir de la *ZAMS*.

También, en nuestros modelos, logramos calcular el mínimo del período orbital, el cual es otra de las grandes características de estos sistemas. Esto ocurre cuando la estrella donante pierde tanta masa que se vuelve degenerada. Esto implica que la misma tome tamaños mayores como respuesta a la pérdida de masa. Luego, la órbita del sistema también se expande, para permitir que la estrella pueda acomodarse en su lóbulo de Roche.

Analizando el caso particular de un sistema con condiciones iniciales de $M_c = 1,0M_\odot$ para la estrella donante, $M_{eb} = 0,65M_\odot$ para la enana blanca acretora, un período orbital de 0,30 días, una fracción de masa acretada por la enana blanca de $\beta = 0,5$ y una fracción de momento angular que se llevan los elementos de masa que se escapan del sistema de $\alpha = 1,0$, pudimos calcular que, instantes previos al *gap* de períodos orbitales, la estrella donante del sistema posee un interior y exterior radiativo junto con algunas capas convectivas, mientras que al iniciar el *gap*, la estrella efectivamente se vuelve completamente convectiva. Esto está en concordancia con la literatura.

Utilizando nuestro código de evolución binaria, logramos encontrar un posible progenitor para el sistema binario SS Cyg. Encontramos que dicho sistema podría haber estado compuesto originalmente por una estrella normal de $M_c = 1,0M_\odot$, una enana blanca de $M_{eb} = 0,9M_\odot$, y un período orbital de 0,375 días. La evolución de este sistema conduce a un estado evolutivo que reproduce los parámetros característicos observados para SS Cyg en la actualidad: masas de las componentes, período orbital, temperatura efectiva de la estrella donante, valor estimado de la tasa de transferencia de masa, y radio de la estrella donante. Nuestros cálculos confirman, además, el estado de desborde del lóbulo de Roche en el que se encuentra la estrella donante. Nuestros resultados son compatibles con los obtenidos por Kalomeni et al. (2016), quienes utilizaron el código MESA (Paxton et al., 2011) para realizar sus cálculos.

Utilizando nuestro código de evolución binaria, también pudimos encontrar posibles progenitores para 7 de los 10 sistemas pertenecientes a la familia de las Variables Cataclísmicas cuyas masas y períodos orbitales son conocidos y están disponibles en la literatura (excepto en un objeto que no tiene aún estimaciones para la masa de la enana blanca). En algunos casos, la variedad de masas iniciales que pueden considerarse para las enanas blancas, combinadas con diferentes valores de β , hace que para un mismo sistema podamos obtener diferentes progenitores.

7.2. Trabajo a Futuro

Como continuación de este trabajo esperamos estudiar algunos sistemas de particular interés, como así también fenómenos asociados a este grupo, entre los cuales podemos mencionar la presencia del *gap* de períodos orbitales y la consideración de estos sistemas como progenitores de supernovas de tipo Ia.

Utilizando nuestro código de evolución binaria, podremos obtener detallados modelos numéricos, sin embargo, será necesario considerar modificaciones en dicho código que nos permitan entender el proceso de acreción y expulsión de material de la enana blanca. Es fundamental conocer qué cantidad de materia acreta es capaz de ser retenida por la enana blanca, ya que en los eventos explosivos, parte del material recibido es expulsado. Del balance neto de este proceso de acreción / expulsión dependerá si la enana blanca es capaz de alcanzar el valor límite de la masa que la conduzca a un estallido de supernova. Nos proponemos estudiar en detalle la eficiencia de la acreción y la retención de material de este objeto. Esperamos poder estudiar tanto la física vinculada a la acreción sobre la superficie de la enana blanca, como la presencia de discos de acreción en estos sistemas. Estudiaremos también, de qué manera se ve afectada la evolución de esta clase de sistemas al considerar diferentes prescripciones del frenado magnético.

Inicialmente, consideraremos metalicidad solar, pero posteriormente planeamos estudiar el efecto de diferentes metalicidades en nuestros cálculos.

Esperamos también, poder realizar una grilla de modelos más detallada que nos permita romper la degeneración de progenitores encontrada en el capítulo 6.

Bibliografia

- Baraffe I., Kolb U., 2000, MNRAS, 318, 354
- Belenkaya E. S., Khodachenko M. L., Alexeev I. I., 2015, in Lammer H., Khodachenko M., eds, Characterizing Stellar and Exoplanetary Environments Vol. 411 of Astrophysics and Space Science Library, *Alfvén Radius: A Key Parameter for Astrophysical Magnetospheres*. p. 239
- Benvenuto O. G., De Vito M. A., 2003, MNRAS, 342, 50
- Benvenuto O. G., De Vito M. A., Horvath J. E., 2014, ApJ, 786, L7
- Binnendijk L., 1960, Properties of double stars; a survey of parallaxes and orbits.
- Bonnell I. A., 2001, in Zinnecker H., Mathieu R., eds, The Formation of Binary Stars Vol. 200, The Formation of Close Binary Stars. p. 23
- Bu D.-F., Yuan F., 2014, MNRAS, 442, 917
- Chen H.-L., Woods T. E., Yungelson L. R., Gilfanov M., Han Z., 2014, MNRAS, 445, 1912
- Chen X., Liu Z., Han Z., 2024, Progress in Particle and Nuclear Physics, 134, 104083
- De Vito M. A., Benvenuto O. G., 2010, MNRAS, 401, 2552
- Eggleton P. P., 1983, ApJ, 268, 368
- Fantin N. J., Côté P., McConnachie A. W., Bergeron P., Cuillandre J.-C., Dufour P., Gwyn S. D. J., Ibata R. A., Thomas G. F., 2021, ApJ, 913, 30
- Gänsicke B. T., Dillon M., Southworth J., Thorstensen J. R., Rodríguez-Gil P., Aungwerojwit A., Marsh T. R., Szkody P., Barros S. C. C., Casares J., de Martino D., Groot P. J., Hakala P., Kolb U., Littlefair S. P., Martínez-Pais I. G., Nelemans G., Schreiber M. R., 2009, MNRAS, 397, 2170
- Giovannelli F., 2008, Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics Supplement, 8, 237
- Giovannelli F., Gaudenzi S., Rossi C., Piccioni A., 1983, Acta Astronomica, 33, 319
- Harrison T. E., McNamara B. J., Szkody P., McArthur B. E., Benedict G. F., Klemola A. R., Gilliland R. L., 1999, ApJ, 515, L93

- Hill C. A., Smith R. C., Hebb L., Szkody P., 2017, *MNRAS*, 472, 2937
- Hussain G. A. J., 2011, in Schmidtobreick L., Schreiber M. R., Tappert C., eds, *Evolution of Compact Binaries Vol. 447 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Magnetic Braking in Convective Stars*. p. 143
- Kalomeni B., Nelson L., Rappaport S., Molnar M., Quintin J., Yakut K., 2016, *ApJ*, 833, 83
- Kepler S. O., Koester D., Romero A. D., Ourique G., Pelisoli I., 2017, in Tremblay P. E., Gaensicke B., Marsh T., eds, *20th European White Dwarf Workshop Vol. 509 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, White Dwarf Mass Distribution*. p. 421
- Kippenhahn R., Weigert A., Weiss A., 2013, *Stellar Structure and Evolution*
- Knigge C., 2011, in Schmidtobreick L., Schreiber M. R., Tappert C., eds, *Evolution of Compact Binaries Vol. 447 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, The Evolution of Cataclysmic Variables*. p. 3
- Knigge C., Baraffe I., Patterson J., 2011, *ApJS*, 194, 28
- Kolb U., Baraffe I., 1999, *MNRAS*, 309, 1034
- Littlefair S. P., Dhillon V. S., Marsh T. R., Gänsicke B. T., Baraffe I., Watson C. A., 2007, *MNRAS*, 381, 827
- Littlefair S. P., Dhillon V. S., Marsh T. R., Gänsicke B. T., Southworth J., Baraffe I., Watson C. A., Copperwheat C., 2008, *MNRAS*, 388, 1582
- Livio M., Truran J. W., 1994, *ApJ*, 425, 797
- McCuskey S. W., 1963, *Introduction to celestial mechanics*.
- Moore K., Garaud P., 2016, *ApJ*, 817, 54
- Moulton F. R., 1972, *An introduction to celestial mechanics*.
- Paczynski B., 1971, *ARA&A*, 9, 183
- Patterson J., Kemp J., Harvey D. A., Fried R. E., Rea R., Monard B., Cook L. M., Skillman D. R., Vanmunster T., Bolt G., Armstrong E., McCormick J., Krajci T., Jensen L., Gunn J., Butterworth N., Foote J., Bos M., Masi G., Warhurst P., 2005, *PASP*, 117, 1204
- Paxton B., Bildsten L., Dotter A., Herwig F., Lesaffre P., Timmes F., 2011, *ApJS*, 192, 3
- Podsiadlowski P., , 1992, *The evolution of binary systems*
- Rappaport S., Joss P. C., Webbink R. F., 1982, *ApJ*, 254, 616
- Rappaport S., Verbunt F., Joss P. C., 1983, *ApJ*, 275, 713
- Rodriguez C., De Vito M. A., Benvenuto O. G., 2021, *Boletin de la Asociacion Argentina de Astronomia La Plata Argentina*, 62, 86

- Rodriguez C., De Vito M. A., Benvenuto O. G., , 2023, Estudio de los parámetros característicos de variables cataclísmicas mediante modelos de evolución binaria
- Savonije G. J., de Kool M., van den Heuvel E. P. J., 1986, *Astronomy & Astrophysics*, 155, 51
- Shu F. H., 1982, *Journal of Astrophysics and Astrophysics*, 64, 152
- Sistemas-Estelares, 2023, Cátedra de Sistemas Estelares
- Southworth J., Hickman R. D. G., Marsh T. R., Rebassa-Mansergas A., Gänsicke B. T., Copperwheat C. M., Rodríguez-Gil P., 2009, *Astronomy & Astrophysics*, 507, 929
- Southworth J., Tappert C., Gänsicke B. T., Copperwheat C. M., 2015, *Astronomy & Astrophysics*, 573, A61
- Thorstensen J. R., Taylor C. J., Peters C. S., Skinner J. N., Southworth J., Gänsicke B. T., 2015, *AJ*, 149, 128
- Torres S., Rebassa-Mansergas A., Camisassa M. E., Raddi R., 2021, *MNRAS*, 502, 1753
- Tremblay P. E., Cummings J., Kalirai J. S., Gänsicke B. T., Gentile-Fusillo N., Raddi R., 2016, *MNRAS*, 461, 2100
- Tutukov A. V., Cherepashchuk A. M., 2020, *Physics Uspekhi*, 63, 209
- uoregon, 2024, Relación masa-radio
- Warner B., 1987, *MNRAS*, 227, 23
- Warner B., 1995, in Buckley D. A. H., Warner B., eds, *Magnetic Cataclysmic Variables Vol. 85 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, The Discovery Of Magnetic Cataclysmic Variable Stars*. p. 3