

Libros de **Cátedra**

Accionamientos Eléctricos

Sergio Alberto González

FACULTAD DE
INGENIERÍA

e
exactas


EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA

ACCIONAMIENTOS ELÉCTRICOS

Sergio Alberto González

Facultad de Ingeniería



Índice

Prefacio	5
CAPÍTULO 1	
INTRODUCCIÓN A LOS ACCIONAMIENTOS ELÉCTRICOS	8
¿Por qué optimizar el uso de la energía?	8
Accionamientos	9
Control de flujo. Bombas Centrifugas	10
Refrigeración. Compresores	11
Variadores de velocidad	14
Servo mecanismos	15
¿Accionamientos de CC o de CA?	17
CAPÍTULO 2	
SEMICONDUCTORES DE POTENCIA	19
Introducción	19
Diodos de potencia	19
Diodo controlado o Tiristor	22
Transistores IGBT	25
Semiconductores como llaves	29
Tendencia de los semiconductores de potencia	34
CAPÍTULO 3	
CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA	37
Introducción	37
Convertidores a frecuencia de red	37
Convertidores a diferentes frecuencias	57
Modulación	70
CAPÍTULO 4	
ACCIONAMIENTOS DE CC	83
Introducción	83
Principio de funcionamiento de la máquina de continua	83
Circuito equivalente de la máquina de continua	92
Área de operación continua o segura	97

Flujos de potencia entre carga y fuente eléctrica. Rendimiento	100
Convertidores electrónicos de actuación	102
Accionamiento con cargas verticales	103
Accionamientos con cargas horizontales e inclinadas	106
Servo accionamiento de continua	116
CAPÍTULO 5	
ACCIONAMIENTOS DE CA	133
Introducción	133
Principio de funcionamiento del motor de inducción	134
Circuito equivalente por fase	144
Par motor en el MI	148
Cambio de la característica par-velocidad del MI	161
Área de operación segura	171
Convertidores electrónicos de actuación	174
Generalidades de los variadores de velocidad	177
Comportamiento dinámico de los accionamientos de AC	184
Freno	192
¿Freno dinámico o regenerativo?	196
Regulación de la velocidad a lazo cerrado	200
APÉNDICE A	
CONVERSIÓN DE UNIDADES	209
APÉNDICE B	
FACTOR DE POTENCIA	211
Definición y relaciones	211
APÉNDICE C	
REDUCCIÓN DE LA TENSIÓN MEDIA SOBRE CONVERTIDORES A FRECUENCIA DE RED	213
Efecto de L_s	213
APÉNDICE D	
CAMPO ROTANTE	215
Vector espacial de la fuerza magnetomotriz	215
Bibliografía	217
Autor	220

Prefacio

La electrónica de potencia comienza a tomar protagonismo en los procesos industriales a partir de la segunda mitad del siglo XX con las válvulas electrónicas de vapor de mercurio. Una de las aplicaciones destacadas en el área industrial se presentó en procesos de soldaduras por arco de corriente continua, mediante válvulas rectificadoras. Entrando en la década de los '60, la presencia de los diodos semiconductores controlados o tiristores dio comienzo a la actuación y el control de potencia sobre los motores de corriente continua. Comienza la era de la electrónica de potencia. En la década del '70 se expandió el uso de estos dispositivos al accionamiento sobre motores de inducción con jaula de ardilla. Las características más robustas que presentan las máquinas asincrónicas frente a las de continua, fueron penetrando en los accionamientos de la industria. Este avance protagónico de las máquinas asincrónicas fue acompañado con el desarrollo de variadores de frecuencia en un amplio rango de potencias y de modelos más precisos sobre los motores de inducción. Durante las décadas de los '80 y '90, la tecnología en electrónica avanzó fuertemente en las áreas de electrónica digital integrada, con micro-controladores para procesar señales (*Digital Signal Processor*), dispositivos semiconductores de potencia como los transistores bipolares con compuerta aislada (*Insulated Gate Bipolar Transistor*), automatización industrial y conocimiento sobre nuevas técnicas de control y modulación. En su conjunto contribuyeron a un crecimiento significativo en la electrónica de potencia aplicada a la industria y a otros campos, tales como: la aéreo-espacial, electromedicina, etc.

La electrónica de potencia puede ser considerada como una disciplina que abarca diversas áreas tecnológicas, constituyéndose en parte esencial de la actividad industrial, comercial y residencial. En la actualidad su aplicación en los accionamientos sobre los motores eléctricos es esencial en la industria para cualquier proceso productivo. De allí que esta temática sea parte en los programas de formación de las carreras de Ingeniería en Electrónica, Eléctrica, entre otras.

En este libro de cátedra se asienta el material capitalizado desde diferentes fuentes bibliográficas, notas de aplicación, ensayos de laboratorios, entre otras fuentes, que fue impartido en las clases teóricas y prácticas de Control de Potencia y de Electrónica de Potencia, de la carrera Ingeniería en Electrónica, durante aproximadamente dos décadas. Está dirigido a alumnos en la etapa de formación final de grado con conocimientos básicos de electrónica, de las carreras de Ingeniería en Electrónica, Eléctrica, Electromecánica, Industrial u otra carrera a fin.

Este trabajo no persigue el reemplazo de la bibliografía existente sobre electrónica de potencia, por el contrario, pretende sumar a la extensa bibliografía cubriendo aspectos de los accionamientos de motores no abordados con integridad por la bibliografía disponible para cursos de grado. Ahondando aspectos relacionados a la operación conjunta entre los convertidores de

potencia, las máquinas eléctricas y el control. Con el propósito de conseguir un texto auto contenido el libro se puede separar en dos partes.

Comenzando en el Capítulo 1 con la introducción del concepto de accionamientos de motores y su importancia en el control del flujo de potencia para un proceso de conversión energéticamente eficiente. Sin profundizar en la física de los semiconductores de potencia, en el Capítulo 2 se presentan los dispositivos empleados en los accionamientos, destacando las características más sobresalientes como llaves de potencia. Finalizando esta parte con el Capítulo 3 describiendo los convertidores electrónicos empleados en los accionamientos eléctricos. Se describen las topologías de conversión y sus principios de funcionamiento, caracterizándolos como: convertidores conmutados a frecuencia de red y convertidores conmutados a frecuencias diferentes a la de la red. A su vez se tipifican en función de sus capacidades de operación: de un cuadrante, de dos cuadrantes o de cuatro cuadrantes.

La segunda parte se concentra en los accionamientos propiamente dichos. Se incorpora el análisis de las máquinas eléctricas juntamente con los convertidores asociados, como parte esencial de su control. Se analizan condiciones de operación como motor, freno dinámico o freno regenerativo, analizando los flujos de potencia en la acción conjunta de la máquina eléctrica y la electrónica de potencia, sobre algunas aplicaciones comunes. El Capítulo 4 aborda los accionamientos de corriente continua. Se revisa el principio de funcionamiento de la máquina de corriente continua, desarrollando la característica par-velocidad en estado estacionario sobre la conexión independiente de campo bobinados o máquinas de imán permanente. Se establecen los parámetros eléctricos de control y los rangos de operación permanente a flujo constante y bajo debilitamiento de campo. También se analiza el modelo dinámico de la máquina de continua bajo conexión independiente y el comportamiento bajo lazos de control sobre servomecanismos. En el Capítulo 5 se presenta el desarrollo del accionamiento de corriente alterna, específicamente sobre motores de inducción con jaula de ardilla. Se revisa el principio de funcionamiento del motor de inducción y se determina su característica par-velocidad en función de los parámetros eléctricos. A partir de aquí se examina la capacidad de operación del motor de inducción a través de mantener el flujo en el entrehierro constante y bajo debilitamiento del flujo. Debido a la complejidad del motor de inducción, la determinación de un modelo dinámico preciso de este tipo de máquinas sobre pasa el alcance de un curso de grado. Sin embargo, se presenta el control escalar de velocidad con lazo cerrado y se compara con técnicas de compensación o control de la velocidad de resbalamiento.

Dada la simplicidad del principio de operación de una máquina de continua con imán permanente (o campo en conexión independiente), para brindar mayor compresión en todo el tratamiento del comportamiento estático y dinámico de la máquina de inducción se realiza un continuo paralelismo entre ambas máquinas.

Tanto en el Capítulo 4 como en el Capítulo 5 se pretende especificar a partir de una carga mecánica del sistema a actuar, cuáles son los cuadrantes de operación posibles, como motor y/o freno, así como los tipos de cargas continuas o pulsantes. De este modo, se busca adquirir

criterios para una correcta selección de la capacidad de potencia del motor y la capacidad de operación del accionamiento.

Por último, se acompaña a lo largo de los capítulos del libro la presentación de ejemplos y simulaciones para dar mejor comprensión al tratamiento de los temas.

La Plata, noviembre de 2023

Sergio A. González

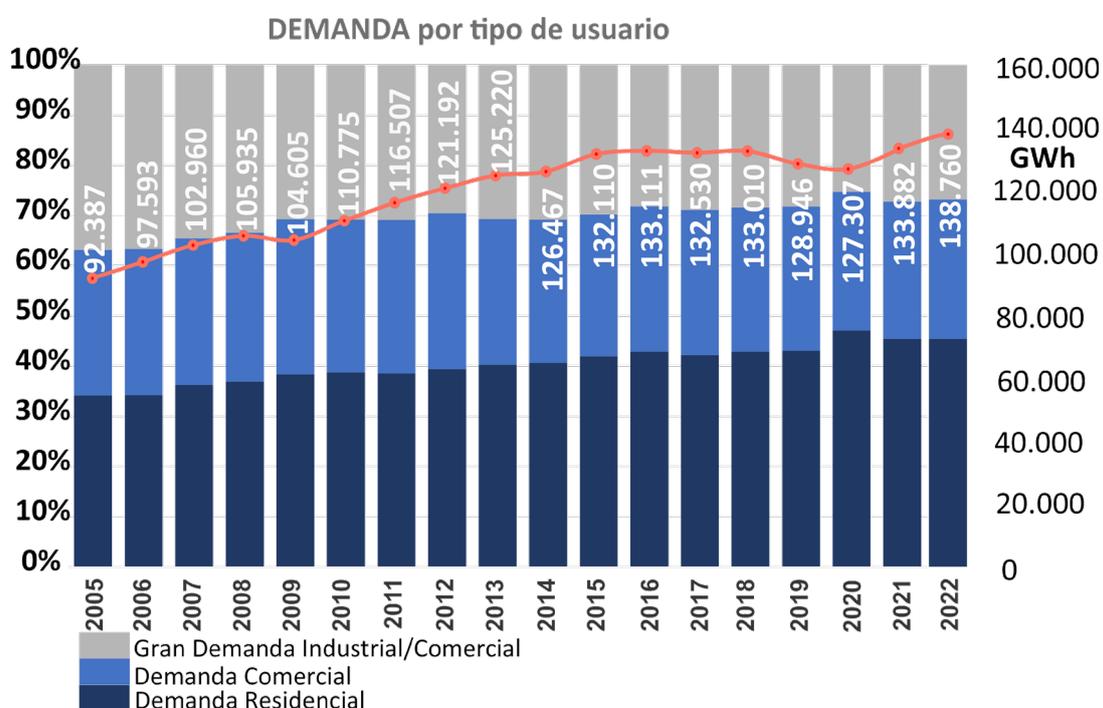
CAPÍTULO 1

Introducción a los accionamientos eléctricos

¿Por qué optimizar el uso de la energía?

Figura 1.1

Porcentajes comparativo del consumo en Argentina de 2005 a 2022. Fuente: Informe Estadístico CAMMESA 2022.



En la actualidad hay mayor conciencia social en el uso de la energía, sin embargo la demanda de energía eléctrica crece año a año como lo muestra en la Figura 1.1 sobre el consumo histórico total de Argentina desde el año 2005 al 2022, distribuida en tres áreas o tipos de usuarios; Gran demanda Industrial/Comercial, Comercial y Residencial. En la ordenada izquierda se muestra la distribución porcentual entre los tres tipos de usuarios y en la ordenada derecha la energía consumida año a año. Del gráfico se puede observar un crecimiento monótono de aproximadamente un 45% del consumo de energía eléctrica total durante 18 años. En primer lugar se puede reflexionar, cuál es y será la relación entre la energía necesaria de acuerdo con el crecimiento socioeconómico frente a la disponibilidad de los recursos energéticos propios en el

país; fuentes de energía clásicas a base de hidrocarburos (gas y/o gasoil)¹ y recursos renovables. En segundo término, se aprecia un cambio sustancial en la distribución de la demanda entre las áreas del consumo. En 2005 aproximadamente cada área de consumo compone un tercio de la demanda total. Sin embargo, a lo largo de 18 años se pierde esta relación observándose una tasa de demanda creciente en el área residencial. Porcentualmente se produjo un ‘traspaso’ en la demanda energética desde el sector productivo industrial hacia el sector residencial.

De la observación anterior se desprende de inmediato la importancia que tiene optimizar la demanda de los recursos energéticos disponibles. Este desafío debe ser continuo y no tiene meta. Se requiere de una ingeniería en búsqueda de optimizar el consumo y la sustentabilidad de los recursos energéticos.

En este sentido se mostrará el rol importante que juegan los accionamientos con máquinas eléctricas en los procesos industriales, por la gran demanda de energía requerida. Sin embargo, hoy en día no es la única área de aplicación. Bajo el escenario mostrado en la Figura 1.1, se puede inferir la vital importancia que tiene introducir el uso de accionamientos eléctricos en las áreas residenciales y comerciales.

Accionamientos

En general los procesos industriales tienen asociados máquinas eléctricas que son los “músculos de trabajo”. Una virtud destacable de los accionamientos eléctricos frente a otros tipos, como pueden ser hidráulicos o neumáticos, es la acción directa de control que la electrónica de potencia puede realizar sobre las máquinas eléctricas. Otra característica de importancia de los accionamientos eléctricos es la capacidad de regenerar la energía. Las máquinas eléctricas son por excelencia *convertidores electromecánicos de acción reversible*. En un accionamiento eléctrico la energía fluye desde la fuente eléctrica hacia la carga mecánica (consumo o gasto de energía). En muchas ocasiones el sistema mecánico devuelve parte de la energía tomada y gracias a la capacidad de conversión reversible de las máquinas eléctricas y los convertidores electrónicos, esta energía puede ser recuperada en parte a la fuente eléctrica.

Mediante algunos ejemplos básicos de aplicaciones industriales y/o residenciales se mostrará como los accionamientos eléctricos pueden favorecer al ahorro en el consumo de la energía. Además, y a partir de estas aplicaciones, se tipificarán los esquemas de control mediante accionamientos eléctricos.

¹Aproximadamente el 60% de la generación de energía eléctrica en nuestro país proviene de generación termoeléctrica.

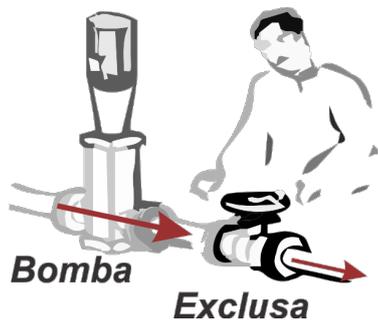
Control de flujo. Bombas Centrifugas

Una aplicación muy común de los accionamientos eléctricos se encuentra en muchos procesos industriales a través del control de electrobombas. Existe una gran cantidad de instalaciones industriales donde es necesario controlar el caudal y/o la presión de un fluido. Es muy común, también, realizar esta acción mediante una llave exclusiva a la salida de la electrobomba, como se muestra en la Figura 1.2a). Esta acción puede ser representada mediante una curva H - Q (*head-flow curve*) como se observa en la Figura 1.2b). La curva azul continua relaciona el caudal (Q) y la presión o altura de columna (H) de una electrobomba. A mayor caudal menor es la altura o presión que aplica la electrobomba, y viceversa. La tubería instalada por donde circula el fluido impone una característica de carga² que establece su propia relación entre la presión y el caudal, como se indica con la curva roja continua.

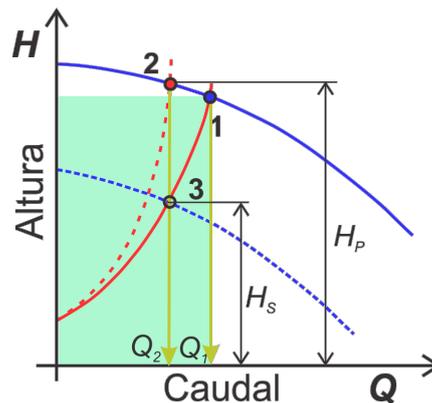
Figura 1.2

Control del flujo;

a) mediante una llave exclusiva,



b) curva H - Q de una tubería.



El punto de operación de la electrobomba en la instalación se encuentra en la intersección entre ambas características H - Q . Para que el fluido sobre la tubería alcance un caudal Q_1 , es necesario instalar una electrobomba cuya característica H - Q determine el punto de operación 1, de la Figura 1.2b). La potencia que entrega la electrobomba para que el fluido circule se representa con el área sombreada dada por la ordenada y la abscisa. Cuando el operador cierra parcialmente la llave exclusiva reduce el caudal al valor Q_2 porque el roce del transporte del fluido se incrementa ante la obturación parcial en la circulación del fluido. Esta acción equivale a modificar la característica de carga de la tubería, como se indica en la curva roja punteada. Ahora, 2 es el nuevo punto de operación para el sistema. La potencia que la electrobomba entrega es igual al

² De acuerdo con la topología de la instalación, las tuberías no son simplemente conductos rectos sino que están conformados por curvas, codos o cambios de nivel que van introduciendo 'resistencia' a la circulación del fluido. Esta resistencia o 'fricción' introducida por la circulación es la que da origen a la característica de carga de la tubería.

producto $H_p \times Q_2$ que puede ser ligeramente inferior a la del punto 1. Sin embargo, parte de la potencia que entrega la electrobomba se está gastando en la estrangulación de la llave exclusiva.

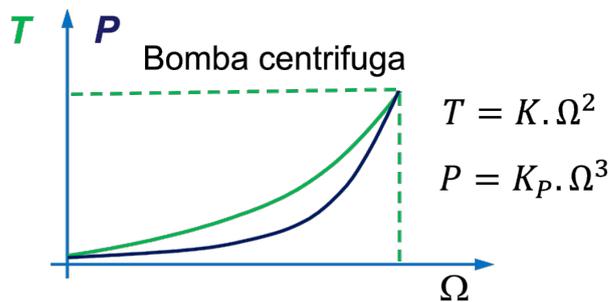
Si se requiere alcanzar el caudal Q_2 del fluido, entonces para la misma tubería sin la llave exclusiva será necesario disponer de una electrobomba cuya característica $H-Q$ permita trabajar en el punto 3 (línea azul punteada). En este punto de operación la potencia consumida en la tubería está dado por el producto $H_s \times Q_2$. La diferencia de potencias entre los puntos 2 y 3 es la potencia que se pierde en la llave exclusiva y está dada simplemente por la diferencia de alturas, $(H_p - H_s) \times Q_2$.

El cociente entre la potencia requerida por la tubería $H_s \times Q_2$ (a la salida de la llave exclusiva) respecto de la potencia de la electrobomba $H_p \times Q_2$, determina eficiencia de energía,

$$\eta = \frac{H_s}{H_p} \tag{1.1}$$

Por lo tanto, la potencia que inyecta la electrobomba será $1/\eta$ veces mayor que la potencia necesaria que requiere el fluido para circular con un caudal Q_2 .

Figura 1.3
Característica de Par y Potencia vs velocidad de una electrobomba centrífuga.



En general las electrobombas en aplicaciones industriales son bombas del tipo centrífuga cuya característica de carga³ (T) es tomada proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación, como se muestra en la Figura 1.3.

Se puede establecer que la velocidad de rotación de la bomba es proporcional al flujo del fluido de modo que reduciendo la velocidad del motor que impulsa la bomba centrífuga, permite

cambiar la característica de la electrobomba al valor de acción necesaria. Retomado el ejemplo es posible actuar directamente sobre la velocidad de la electrobomba estableciendo la característica azul punteada, ajustando el caudal al punto 3 sin necesidad de actuar con la llave exclusiva.

Refrigeración. Compresores

Otra aplicación de características similares al ejemplo de la electrobomba se encuentra en los ciclos de refrigeración o acondicionadores de ambientes con ciclos invertibles. En la Figura 1.4a) se presenta un esquema del ciclo de refrigeración con acción del compresor en modo clásico. La refrigeración consiste básicamente en someter de modo continuo a un fluido al cambio de fases gaseosa y líquida, mediante la circulación por un circuito cerrado. Este proceso termodinámico se realiza mediante la compresión y posterior expansión del fluido.

³ Como se expresará en muchos pasajes del trabajo el término 'carga' se refiere a par o torque mecánico antagónico T al par motor.

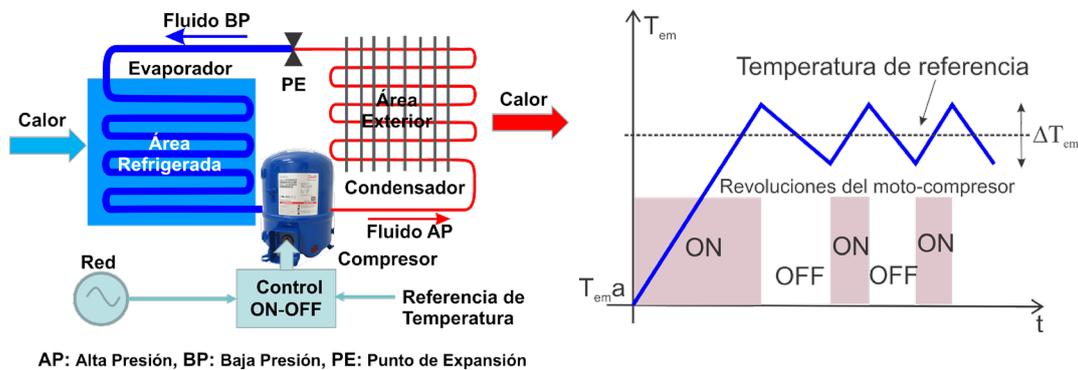
Partiendo de su estado gaseoso se lo comprime elevando su presión y temperatura a través del compresor. Alcanzada esta condición termodinámica el gas atraviesa por una etapa donde entrega calor (energía) al medio a través de un intercambiador o serpentina como se observa en la Figura 1.4a) (radiador exterior en un refrigerador). A la salida del intercambiador el gas perdió su temperatura produciéndose una condensación, aún con alta presión, cambiando el fluido a su fase líquida. En este estado de alta presión atraviesa una válvula de expansión (suele ser un tubo capilar) de modo que la presión del líquido cae bruscamente produciéndose la evaporación del fluido con absorción de calor (energía) del medio ambiente. En esta etapa termodinámica se produce un cambio de fase líquida a gaseosa a través de un evaporador (área refrigerada o interior de un refrigerador).

El modo clásico para controlar la temperatura ya sea del lado frío como es el caso de un refrigerador (o del lado caliente como en acondicionadores de aire), es mediante el encendido y apagado del compresor, denominada técnica de control ON-OFF. Una vez alcanzado un estado estacionario a la temperatura de referencia, se establece una relación entre el tiempo de actividad del motocompresor (encendido - ON) respecto del tiempo de inactividad (apagado - OFF) como se muestra en la Figura 1.4b).

Figura 1.4

a) Ciclo de refrigeración ON-OFF,

b) Perfil de temperatura con control ON-OFF.

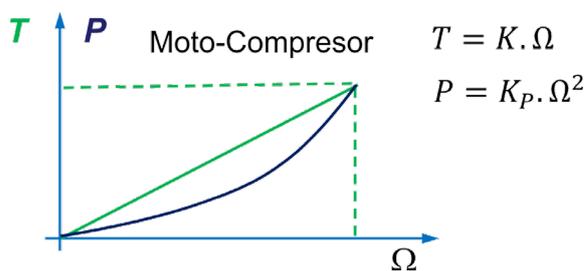


El perfil de temperatura de la Figura 1.4b) corresponde al inicio de un acondicionamiento de aire donde se pretende elevar la temperatura del ambiente. En el arranque el motocompresor trabaja durante un tiempo prolongado a su máxima potencia (girando a la máxima velocidad), produciendo la máxima diferencia de presión posible entre el condensador y el evaporador hasta alcanzar la temperatura de referencia. Luego continúa trabajando en un modo cíclico de arranque y parada para mantener la temperatura media de referencia, fluctuando entre un valor máximo y mínimo. La acción de aplicar toda la potencia (ON) o nada (OFF) provoca que la fluctuación de amplitud ΔT_{em} sea elevada debido a las constantes térmicas.

La potencia que maneja el motocompresor es energía gastada en un intervalo de tiempo, y la cantidad de energía se manifiesta como cantidad de calor intercambiado por el fluido tanto en el condensador como en el evaporador. Por lo tanto, cuanto más tiempo el motocompresor este activo mayor será la cantidad de calor intercambiado o mayor será la diferencia de temperaturas, respecto

de la ambiental (T_{em}). Cada vez que el motocompresor arranca se inicia el ciclo termodinámico, alcanzando rápidamente el estado de circulación del fluido con los cambios de fases que se sostienen durante el tiempo en que el motocompresor este encendido⁴. Como se verá durante el arranque del motor se produce un transitorio de corriente eléctrica que sobrepasa ampliamente el valor nominal, demandando un pico de potencia eléctrica respecto de la potencia durante el ciclo termodinámico estable, dentro del intervalo ON. Por lo tanto, mediante el control ON-OFF de temperatura la eficiencia del motor se desmejora apreciablemente por el transitorio que atraviesa en cada encendido.

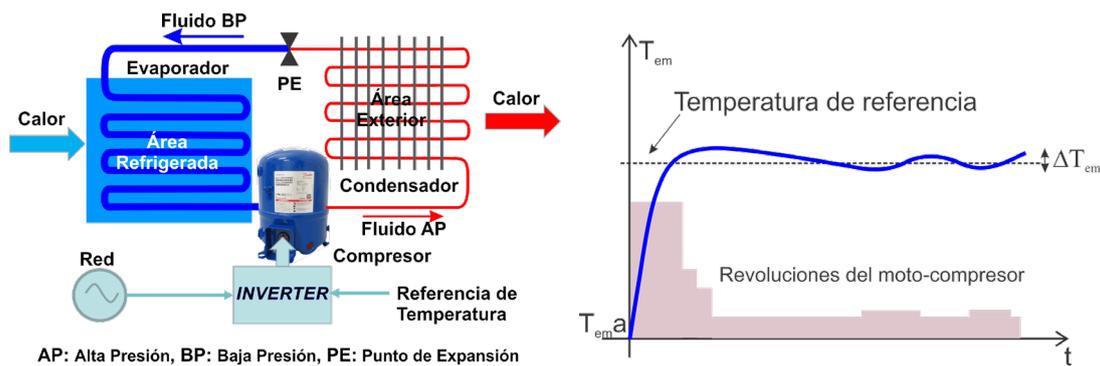
Figura 1.5
Característica de Par y Potencia vs velocidad de un motocompresor.



La Figura 1.5 muestra la relación par-velocidad lineal con la velocidad de rotación tal que la potencia del motocompresor es proporcional al cuadrado de la velocidad. En control ON-OFF el compresor alcanza su régimen de trabajo a la máxima velocidad entregando también la máxima potencia.

La presión que el pistón ejerce sobre el fluido es equivalente al par motor por lo tanto se puede ajustar la velocidad del motocompresor para reducir la presión y la potencia y con ello la cantidad de calor. De este modo y en forma similar al accionamiento de la bomba centrífuga, es posible gobernar la temperatura variando la velocidad del motocompresor.

Figura 1.6
 a) Ciclo de refrigeración “INVERTER”, b) Perfil de temperatura con control continuo.



Mediante un control continuo de la velocidad del motocompresor es posible controlar la temperatura deseada. Un ‘INVERTER’⁵ (nombre comercial) como se muestra en la Figura 1.6a)

⁴ Durante el intervalo de tiempo en que el motocompresor está apagado el fluido tiende a estar en fase gaseosa y termodinámicamente a presión uniforme, aunque no así la temperatura.

⁵ ‘Inverter’ es una palabra de lengua inglesa cuya traducción literal significa ‘inversor’. Como se verá, es correcto usar esta denominación para este caso. Sin embargo, en el lenguaje técnico esta palabra se traduce en esta y otras aplicaciones como ‘variador’ de frecuencia.

operar sobre las variables eléctricas del motocompresor para ajustar la velocidad a un régimen menor del máximo posible y con ello regular la potencia requerida en el proceso termodinámico. En el ejemplo del aire acondicionado si la velocidad del motocompresor se reduce por debajo de su valor de potencia máxima y se opera en forma continua durante el tiempo se consigue mantener el intercambio de la temperatura en los valores de referencia. El motocompresor ya no opera en modo ON-OFF, mejorando la eficiencia de conversión entre la energía eléctrica tomada de la red respecto de la correspondiente para alcanzar la temperatura deseada. En la Figura 1.6b) se aprecia el perfil de temperatura bajo un control continuo. Si se compara esta técnica frente al control clásico, dos aspectos característicos se deben resaltar. En primer lugar se reduce el tiempo necesario para alcanzar el valor de temperatura requerida, aumentando la velocidad del motocompresor por encima de su valor máximo, permitiendo al motocompresor trabajar por un intervalo breve de tiempo a una potencia superior a su valor nominal, sin deterioros de la máquina impulsora. En segundo lugar, la acción continua reduce significativamente la fluctuación de temperatura ΔT_{em} .

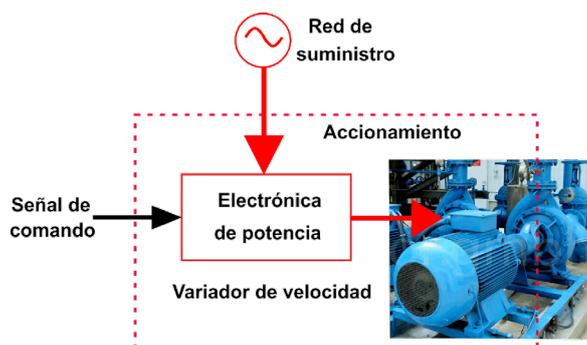
En la actualidad la incorporación de esta técnica de control implica un costo mayor de adquisición que se amortiza en el ahorro de energía consumida. Es de esperar que en las décadas futuras la reducción de costos y tamaños de los equipos converjan al uso más popular.

Variadores de velocidad

Como se indicó en los controles continuos de flujo o de temperatura, se pueden ajustar estas variables mediante el control de la velocidad de la máquina eléctrica de la electrobomba o del motocompresor, respectivamente. A su vez, para controlar la velocidad es necesario disponer del equipamiento electrónico adecuado que cambie las variables eléctricas. Como se observa en la Figura 1.7, la electrónica de potencia es la interfaz necesaria entre la fuente de alimentación de red y el motor, que permite controlar las variables eléctricas del motor, conformando de este modo el accionamiento para un “*variador de velocidad*”.

Figura 1.7

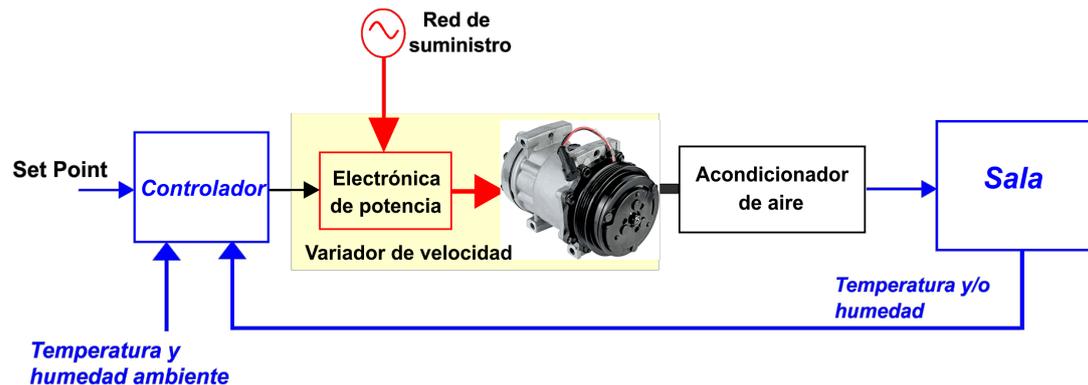
Accionamiento. Variador de velocidad sobre una bomba centrífuga.



Retomando el ejemplo de la Figura 1.2b), mediante el accionamiento de la Figura 1.7, se ajusta la señal de comando sobre el variador de velocidad para que la característica $H-Q$ de la electrobomba se modifique a la curva azul punteada, ubicando el punto **3** de operación correspondiente al caudal Q_1 sobre la tubería.

Figura 1.8

Control de un acondicionador de aire mediante un variador de velocidad.



En el ejemplo del acondicionador de aire podría ser necesario de un accionamiento que ejerza el control de la temperatura y/o humedad de una sala, como se muestra en Figura 1.8. En este caso la medición de la temperatura y/o humedad son realimentadas para comparar con los valores de 'set point', mediante el controlador. Este genera una señal de control para que el variador ajuste la velocidad del motocompresor conforme a la referencia. Estos accionamientos no requieren de precisión en la velocidad ni en el tiempo de respuesta ante cambios del set point o por perturbaciones externas. Este esquema de control es apropiado en accionamientos donde los procesos a controlar poseen grandes constantes de tiempo.

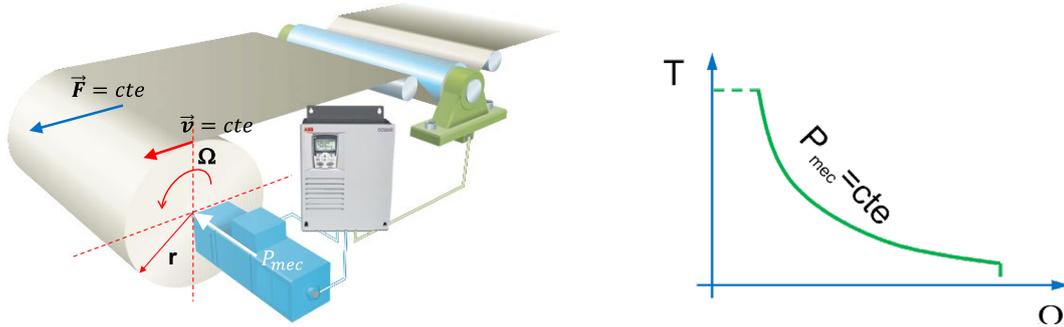
Servo mecanismos

En ciertas aplicaciones es necesario establecer con precisión la velocidad de rotación de la máquina o la posición de un mecanismo, así como también tener ciertas características en el tiempo de respuesta frente a cambios de referencia o perturbaciones sobre la carga. En estos casos el accionamiento queda conformado por el variador de velocidad que forma parte integral de un lazo cerrado de control o servo mecanismo. Un caso típico de servo-control aplica en las máquinas herramientas mediante control numérico, para brindar precisión en la velocidad de corte y avance de la herramienta. Logrando un mejoramiento en el acabado sobre la superficie y dimensión de la pieza mecanizada, además de garantizar una mayor vida útil de la herramienta de corte.

Figura 1.9

a) Control de tensión en bobinado,

b) Par vs velocidad



Otro ejemplo de accionamiento servo controlado se encuentra en el bobinado de materiales como es el de la industria papelera, mostrado en la Figura 1.9a). La tensión o fuerza (F) que se ejerce sobre el material a enrollar se controla para que su valor sea constante de modo que no se produzcan pliegues internos del material bobinado. Si la fuerza de tracción se mantiene constante también deberá serlo la velocidad de avance (v) del material, igual a la velocidad tangencial de la bobina. Por lo tanto, la cantidad de potencia mecánica (P_{mec}) demandada será constante,

$$P_{mec} = F \cdot v = cte. \quad (1.2)$$

La fuerza F es igual al cociente entre el par motor de la máquina eléctrica y el radio de la bobina, que está en continuo cambio conforme se acumula el material,

$$F = \frac{T}{r} = cte. \quad (1.3)$$

Además,

$$v = r \cdot \Omega = cte. \quad (1.4)$$

Asumiendo que no existen pérdidas mecánicas, la potencia que demandada el bobinado será desarrollada en el eje del motor,

$$P_{mec} = T \cdot \Omega = cte. \quad (1.5)$$

Por lo tanto, el par motor y la velocidad angular deberán variar para mantener su producto constante. Para esto es necesario que la velocidad angular del motor sea reducida conforme la bobina vaya creciendo de diámetro, y por consiguiente el par motor debe seguir la relación de potencia constante sobre su eje, como se observa en la Figura 1.9b).

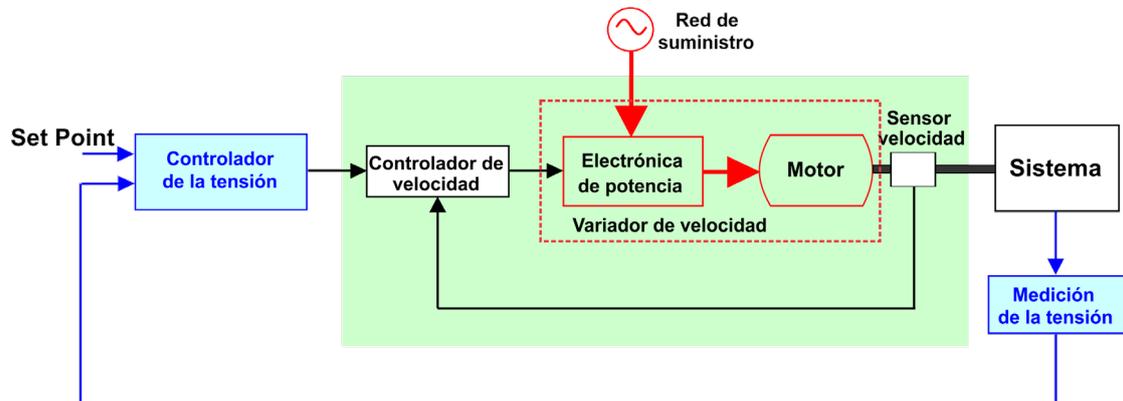
La Figura 1.10 muestra un lazo de control o servo mecanismo para regular la fuerza del arrollamiento. Mediante celdas de carga se mide la fuerza ejercida por la tracción del motor en el proceso de bobinado. Un lazo de control regula la tensión del material mediante un controlador⁶ cuya salida ajusta la velocidad de rotación necesaria sobre el motor con la asistencia de la

⁶ En general el controlado empleado es del tipo proporcional integral (PI).

medición del radio del bobinado. Simultáneamente se emplea un lazo interno de regulación de la velocidad del motor para dar mayor precisión al control total de bobinado.

Figura 1.10

Accionamiento servo controlado.



¿Accionamientos de CC o de CA?

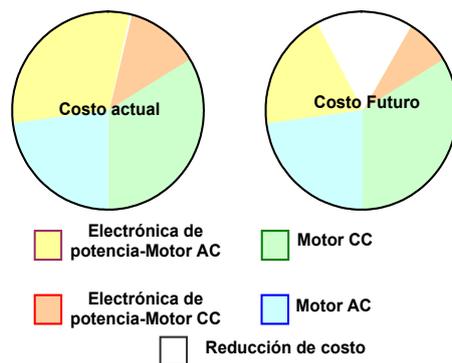
Los motores de corriente continua han sido las primeras máquinas empleadas en la actuación, mediante la variación de la velocidad o posición, por su simplicidad de control y bajo costo. Sin embargo, la tecnología de convertidores de potencia controlados por microprocesadores, han facilitado el control de los motores asíncronos y en especial las máquinas de inducción con rotor de jaula de ardilla, ganando terreno en numerosas aplicaciones que emplean motores de corriente continua. En la Figura 1.11a) se muestra mediante un gráfico comparativo los costos involucrados tanto en los accionamientos de corriente continua (CC) como los de corriente alterna (CA) y la tendencia a futuro. Se representan en forma relativa, los costos correspondientes a las máquinas eléctricas y a la electrónica de potencia asociada a cada una de ellas.

Los costos de un motor comprenden su construcción y mantenimiento. La gráfica muestra que un motor de corriente continua supera en valor a los de alterna, aún con la tendencia de su reducción por el desarrollo de nuevas tecnologías. La diferencia se debe esencialmente al principio de funcionamiento de ambas máquinas. El mayor costo de las máquinas de continua radica básicamente en el rotor bobinado con su correspondiente colector y escobillas, mientras que las máquinas de inducción con jaula de ardilla prescinden de estos elementos haciéndola más robusta en el mantenimiento, menos costosa en su construcción y logran mayor rendimiento. En la actualidad la electrónica de potencia y el control mediante microcontroladores, no marca gran diferencia tanto para variadores de CC como de CA, debido a los niveles muy elevados de sofisticación técnica. Pese a las diferencias marcadas en las máquinas eléctricas, los accionamientos de CC siguen desempeñando un papel importante. Su gran respuesta dinámica con par de carga constante, o su capacidad a soportar altas sobrecargas en un amplio rango de velocidad, como

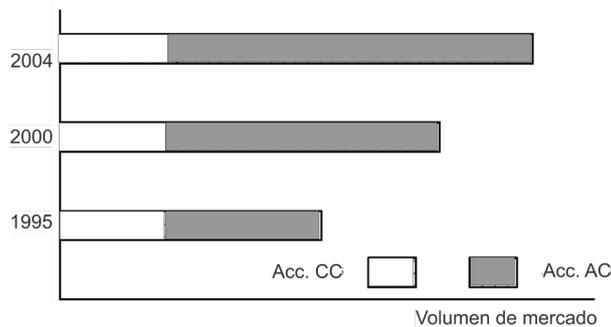
es el caso de un proceso de bobinado, los mantienen en forma competitiva a la hora de seleccionar un variador. Otros ejemplos de aplicaciones con accionamientos de CC se encuentran en: trefiladoras, ascensores, teleféricos, extrusoras, etc. Por el contrario, en aquellas aplicaciones donde a muy bajas velocidades el par motor decae sustancialmente a valores pequeño, tal como ventiladores, bombas centrífugas y otro tipo de carga cuyo par varía cuadráticamente con la velocidad, los accionamientos de CA son más apropiados.

Figura 1.11

a) *Distribución de costo en accionamientos de corriente continua y alterna,*



b) *Progresión del volumen de ventas de los Accionamientos CC y CA (Gentileza de ABB).*



La Figura 1.11b) muestra la tendencia en aproximadamente una década, del constante crecimiento sobre el uso de accionamientos en CA frente al de CC. Sin embargo, persisten aplicaciones para el uso exclusivo de los accionamientos en CC.

CAPÍTULO 2

Semiconductores de Potencia

Introducción

La gran diversidad y características de los semiconductores de potencia requiere de un tratamiento profundo desde la física del semiconductor, las técnicas de fabricación que determinan propiedades de operación con altas corrientes y tensiones, y la electrónica asociada para accionar al dispositivo como llave de potencia. Aunque en el análisis de las topologías de conversión de potencia los dispositivos semiconductores son considerados llaves ideales⁷ en este capítulo se orienta a la descripción breve de los dispositivos utilizados, a través de describir brevemente las características de tensión y corriente entre sus terminales.

En general, los semiconductores de potencia pueden ser clasificados de acuerdo con el tipo de comando. Para que el dispositivo actúe como llave debe trabajar en dos estados, *cerrado* (ON-encendido) o *abierto* (OFF-cortado). El cambio de estado puede surgir directamente desde el circuito de potencia al cual forma parte el dispositivo, como es el caso del *diodo*, o a través de una compuerta que ejerce la acción de comando. El comando puede ser solo en una dirección como es el caso de los *diodos controlados* o *tiristores*⁸, donde el encendido se realiza desde la compuerta mientras que el apagado se consigue a través del circuito de potencia. Por último, mediante la compuerta del dispositivo se gobierna el estado ON y OFF en ambas direcciones a través de una señal de comando como son los *transistores* o *diodos de encendido y apagado*. De este grupo existen una variedad muy amplia de dispositivos acorde con su capacidad de potencia de los cuales se centrará en los transistores bipolares con compuerta aislada IGBTs (*Insulated Gate Bipolar Transistors*).

Diodos de potencia

El diodo es el dispositivo semiconductor de potencia más simple conformado por una juntura PN se presenta en la Figura 2.1a) a través de la característica $V-I$ de salida. Bajo polarización en directa de la juntura (v_d positiva) la caída de tensión (V_D) en plena conducción toma valores entre 1V hasta 2V⁹, mientras que con polarización inversa (v_d negativa) la juntura se bloquea estableciéndose una pequeña corriente de fuga. En inversa el diodo presenta una tensión de bloqueo

⁷ Para simplificar la comprensión del funcionamiento de la topología apartándose de la física del dispositivo semiconductor.

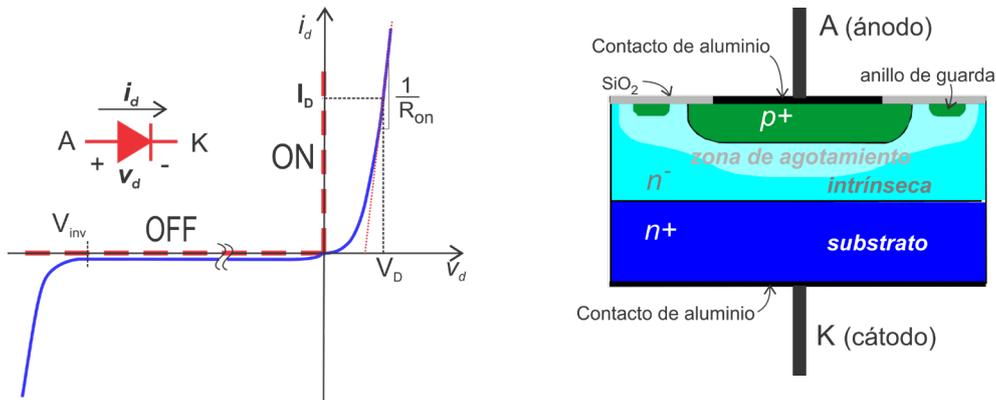
⁸ También denominados 'SCR' *silicon control rectifier*

⁹ Dependiendo del tipo de diodo y nivel de potencia.

inverso (V_{Binvs}) límite al cual sobre pasado este valor, la juntura ingresa en un proceso de avalancha de portadores minoritarios que provoca una alta corriente inversa provocando una alta disipación de potencia y consecuente destrucción del dispositivo.

Figura 2.1

a) Característica V-I del diodo de potencia. b) Estructura de un diodo PIN.



La Figura 2.1b) presenta una estructura típica de un diodo de potencia. Sobre un sustrato de bajo dopaje con impureza donadoras (tipo n) se conforma el cátodo (K) del diodo. Mediante difusión con impurezas aceptoras (tipo p) se establece la región del ánodo (A). Los dopajes sobre las conexiones metálicas se intensifican, $n+$ sobre el cátodo y $p+$ sobre el ánodo para evitar la resistencia de contacto y la generación de una juntura metal-semiconductor¹⁰. Entre ambos extremos queda establecida una zona de muy bajo dopaje n denominada *Intrínseca*, dando origen a la denominación de diodos PIN. La zona intrínseca permite aumentar la capacidad de tensión de bloqueo inverso, siendo esta inversamente proporcional al dopaje. A mayor longitud de esta capa también es mayor la tensión de bloqueo V_{Binvs} con la desmejora de la resistencia de conducción directa r_{ON} . En los diodos de potencia la sección del sustrato toma dimensiones de hasta varios cm^2 , por lo tanto es preciso alrededor de la región p realizar una difusión de un ‘*anillo de guarda*’ de impurezas p para mejorar la distribución del campo eléctrico en la zona de agotamiento¹¹ con polarización inversa de la juntura.

Desde el punto de vista de una llave el diodo no posee control desde una compuerta, su conducción se provoca cuando el circuito al cual está conectado le impone una tensión v_d positiva y naturalmente la juntura no soporta tensión ingresando en conducción. El corte del diodo como llave también es condición del circuito externo, cuando sobre la juntura se imponga una tensión inversa forzando al bloqueo de esta. En línea punteada sobre la característica de la Figura 2.1a) se representa los estados ‘ON’ y ‘OFF’ ideales del diodo como llave.

¹⁰ Esta deposición se hace en todo tipo de semiconductor en contacto con el metal que forma el terminal del dispositivo.

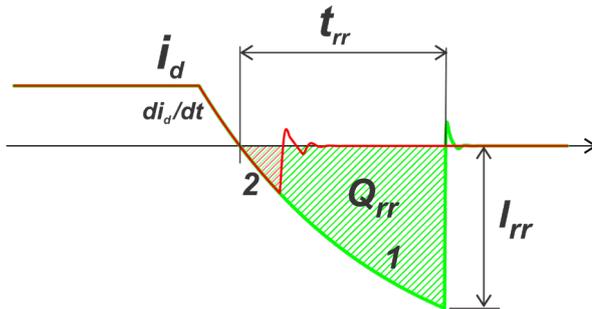
¹¹ La zona de agotamiento de la densidad de portadores minoritarios cargas se presenta bajo polarización inversa. También indicada como capa de depleción (*layer depletion*)

Característica en conmutación

El tiempo que la juntura requiere para pasar al estado ON puede ser considerado muy pequeño, siendo despreciable en la conmutación repetitiva del diodo. En cambio, el tiempo que la juntura necesita para pasar al corte OFF es de importancia y puede ser muy nocivo en el comportamiento del convertidor.

Figura 2.2

Recuperación inversa del diodo; 1-diodo para frecuencias de red; 2- Diodos ultra rápidos.



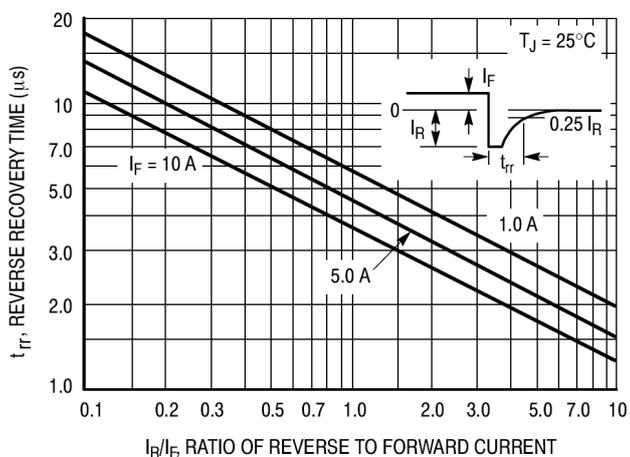
Para que el diodo pase del estado ON a OFF, la juntura PN debe tomar tensión de bloque inverso para formar la zona de agotamiento. Para ello requiere un tiempo de recuperación inversa (t_{rr}) para que las cargas acumuladas (Q_{rr}) en la frontera de la juntura sean recombinadas. El tiempo t_{rr} depende de la característica constructiva del diodo, de la corriente presente en estado ON y de la velocidad de cambio de la corriente ($\frac{di_d}{dt}$). En la Figura 2.2 se muestra el tiempo t_{rr} medido desde el instante en que la corriente de ánodo se invierte hasta que se anula completamente.

La amplitud de corriente inversa I_{rr} puede superar al valor de la corriente directa en función de la velocidad con la que cambia en el tiempo que depende de la conexión particular externa del diodo.

De acuerdo con el valor de t_{rr} los diodos se clasifican en: diodos utilizados para rectificación a frecuencia de red, diodos de recuperación rápida, diodos de recuperación ultra rápida y diodos Schottky¹². En los primeros los tiempos de recuperación en general no se especifican porque solo se aplica a rectificación en 50 o 60 Hz. Los tiempos de recuperación en los diodos rápidos están en el orden de las decenas a centenas de μ -segundos, mientras que en los diodos ultra rápidos toman valores del orden de las decenas a centenas de n -segundos. Los diodos Schottky tienen tiempos del orden del n -segundo, pero debido a su estructura no alcanzan tensiones de bloqueo inverso por encima de los 200 a 300V¹³.

Figura 2.3

Relación entre t_{rr} e I_{rr} .



¹² Diodos de juntura metal-semiconductor.

¹³ En carburo de silicio (SiC) se encuentran valores de tensiones de 600V, diseñados para aplicaciones muy particulares como en la automotriz.

La Figura 2.2 muestra el tiempo de recuperación para dos tipos de diodos cuando la corriente de ánodo directa y velocidad de cambio durante el corte son iguales. La curva 1 representa un diodo denominado de recuperación rápida, mientras que la curva 2 representa la característica de conmutación de un diodo ultra rápido. Que se observa el diodo 1 toma un tiempo sustancialmente mayor al requerido por diodo 2 debido a la mayor acumulación de carga Q_{rr} en la juntura (durante la polarización directa) que requiere mucho mayor pico de corriente I_{rr} , superando varias veces el valor de conducción directa para el mismo valor de $\frac{di_d}{dt}$, que el requerido por el diodo ultra rápido. Si se reduce el valor del cambio de corriente con el tiempo se logra reducir el valor de pico inverso de corriente a expensas de aumentar aún más el tiempo t_{rr} (la cantidad de carga acumulada es constante porque depende de la corriente directa de ánodo). A modo de ejemplo la Figura 2.3 muestra un ábaco de la hoja de datos de un diodo rápido donde se indica t_{rr} en función de la relación entre corriente pico inversa respecto de la directa del diodo. Se observa cómo el tiempo t_{rr} se reduce a medida que la corriente de pico inversa crece respecto a la corriente directa del diodo.

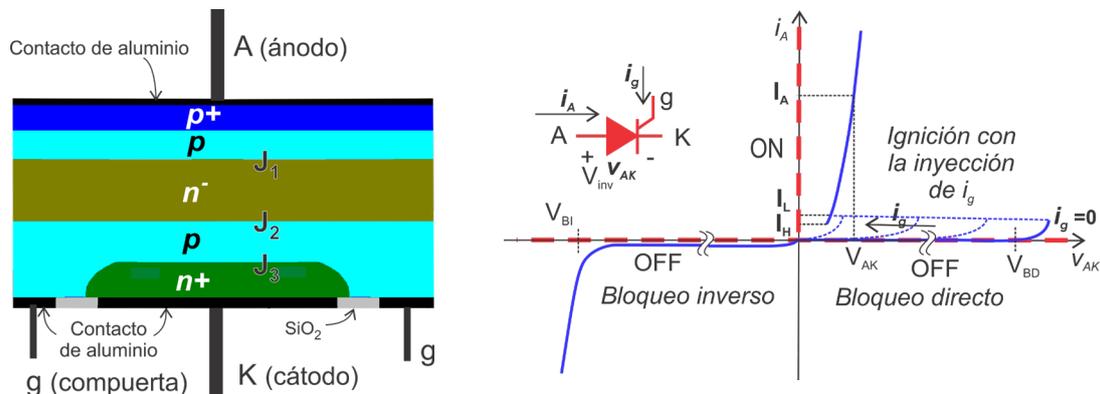
Diodo controlado o Tiristor

El diodo controlado o tiristor es el dispositivo pionero en el desarrollo de la conversión electrónica de potencia con dispositivos de estado sólido. Su estructura se conforma de cuatro capas semiconductoras que introducen tres junturas PN J_1 a J_3 como se muestra en la Figura 2.4a). Su funcionamiento se asocia a un diodo con conducción controlada a través de la inyección de corriente por la compuerta (g) resultando la característica de salida $V-I$ de la Figura 2.4b). La polarización positiva del ánodo respecto al cátodo mantiene en inversa a la juntura J_2 impidiendo que se establezca una corriente anódica. En esta condición el tiristor está bloqueado en forma directa. Si se alcanza la tensión de bloqueo V_{BD} el campo eléctrico en la J_2 toma un valor suficiente para que las cargas libres ganen suficiente energía provocando pares electrón-huecos. Este proceso de generación de portadores libres en la J_2 permite un canal de conducción y como las junturas J_1 y J_3 están polarizadas en directa, los portadores minoritarios pueden atravesar las junturas estableciéndose una corriente anódica limitada solo por el circuito externo. Este proceso regenerativo del dispositivo llamado de enganche (*latch*) no es posible detenerlo a menos que se corte la corriente anódica interrumpiendo el circuito eléctrico externo o se fuerce una polarización inversa entre ánodo y cátodo.

Figura 2.4

a) Característica V-I.

b) Estructura genérica de distribución de capas.



La ignición o encendido del dispositivo se alcanza a valores de tensión directa de mucho menor valor que V_{BD} , induciendo una avalancha de la J_2 mediante la inyección de corriente (i_g) desde la compuerta. De este modo se controla el momento del encendido del dispositivo cuando i_g es inyectada. Para que el dispositivo quede conduciendo es necesario que la corriente de externa sea superior a un valor mínimo llamado corriente de enganche (I_L), como se aprecia en la característica V-I. Cuanto mayor es i_g menor tensión v_{AK} resulta sobre el dispositivo en el encendido, como se aprecia en la Figura 2.4b). Una vez que el dispositivo ingresa en conducción su punto de trabajo es similar a la de un diodo. La corriente anódica puede alcanzar valores en el orden de los miles de ampere con algunos voltios de tensión directa.

Una vez que el tiristor se disparó no es necesario mantener i_g , el dispositivo queda enganchado en su estado de conducción. Para cortarlo es necesario reducir la corriente de ánodo por debajo de un valor mínimo o de *mantenimiento* (*hold*) (I_H). Comúnmente el corte del tiristor se fuerza a través una tensión ánodo-cátodo inversa, como es el caso de los rectificadores controlados; o mediante de un circuito auxiliar de corte utilizados en inversores de tensión continua alterna y en continua a continua¹⁴.

Bajo tensión ánodo-cátodo inversa el dispositivo está imposibilitado de conducir por más que se inyecte corriente por compuerta debido a que las junturas J_1 y J_3 están polarizadas en inversa. Tal como ocurre en un diodo si se supera el valor de bloque inverso de tensión V_{BI} , las junturas entran en conducción por avalancha con un aumento de la corriente de fuga inversa generando una gran potencia que destruirá al dispositivo.

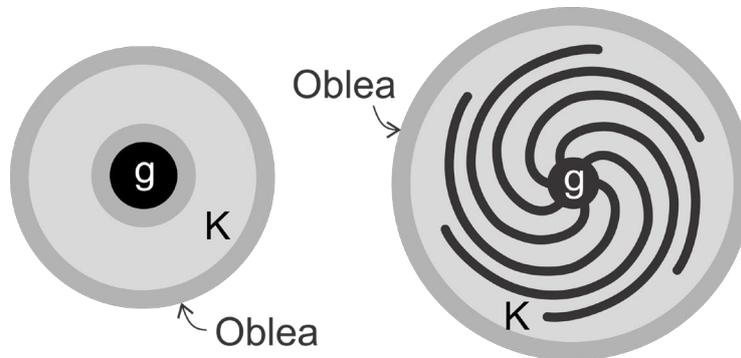
Con líneas punteadas sobre la característica V-I se representa los estados de bloqueo directo e inverso (OFF) y el estado de conducción (ON). Al igual que el diodo el estado ON se da en una única dirección de conducción de los dispositivos, sin embargo y a diferencia del diodo, puede permanecer en estado OFF con ambos sentidos de tensión.

¹⁴ Esta técnica se empleó en variadores de velocidad con inversores de tensión hasta la década de los '80-'90. También en circuitos *chopper* para control de motores de continua.

Figura 2.5

Implementación de compuertas sobre tiristores:

a) central, en baja frecuencia, b) envolvente, alta frecuencias (kHz).



Características en conmutación

Al igual que el diodo el tiristor presenta un tiempo de recuperación inversa durante el proceso de corte de corriente. Sin embargo, para establecer el apagado completo en un tiristor es necesario dejar la juntura J_2 polarizada en inversa durante un tiempo superior a su tiempo de recuperación inversa t_{rr} , denominado 'tiempo de apagado'. Si durante este tiempo la tensión ánodo-cátodo sobre las junturas crece muy rápidamente, por condiciones impuestas externamente al dispositivo, debido a la capacidad intrínseca de la J_2 se puede establecer una corriente de desplazamiento que puede provocar la reignición del dispositivo de forma autónoma. Para evitar este falso encendido se conecta externamente entre ánodo y cátodo del tiristor una red pasiva R-C que limita la velocidad de crecimiento de la tensión con el tiempo ($\frac{dv_{ak}}{dt}$).

Durante el encendido del tiristor es importante que la corriente de compuerta se distribuya uniformemente en toda la región p de la J_2 de la oblea para que no se produzcan 'puntos calientes'¹⁵ en el inicio de la conducción. Dependiendo de la potencia del dispositivo el diámetro de la oblea posee diámetros que alcanzan varios centímetros. Por lo tanto para evitar puntos calientes se debe distribuir adecuadamente la compuerta sobre la oblea y limitar la velocidad de crecimiento de la corriente anódica en el tiempo ($\frac{di_a}{dt}$), durante el encendido del dispositivo. La Figura 2.5 muestra dos ejemplos de tiristores con difusión típicas de compuertas sobre la oblea en función de la velocidad de encendido. En la Figura 2.5a) corresponde a un tiristor con su compuerta ubicada en el centro de la oblea. Esta construcción es realizada en dispositivos de usos generales como es el caso de rectificación controlada a frecuencia de red, donde no se necesita valores altos de $\frac{di_a}{dt}$, porque la frecuencia de conmutación es muy baja. En cambio cuando la velocidad de encendido debe crecer en aplicaciones a frecuencias por encima de la red ¹⁶ se necesita alta

¹⁵ Los puntos calientes son regiones de la oblea donde la densidad de corriente es muy alta y produce elevaciones de la temperatura superiores a las que soporta una juntura destruyéndose el dispositivo.

¹⁶ De 500Hz a 1000Hz

capacidad de cambio de la corriente de ánodo (alto valor de $\frac{di_a}{dt}$) y para ello es necesario realizar una deposición más envolvente de la compuerta como se observa en la Figura 2.5b).

Transistores IGBT

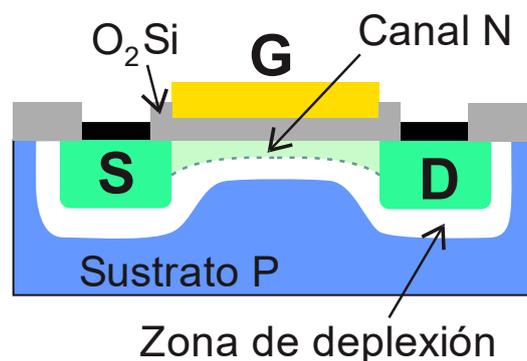
Los transistores bipolares de compuerta aislada surgen como una necesidad de mejorar la prestación del transistor por efecto de campo con compuerta aislada de potencia. Para arribar a la descripción del IGBT es conveniente pasar por las características del transistor MOSFET (*Metal Oxido Semiconductor Field Effect Transistor*) de potencia.

MOSFET de Potencia

En la Figura 2.6 se presenta la estructura básica de un transistor MOSFET (*metal oxido semiconductor field effect transistor*)¹⁷ de acumulación o canal (en este caso canal N)¹⁸. Los terminales drenador 'D' (*drain*) y fuente 'S' (*source*) fuertemente dopadas con impurezas *n* son difusiones realizadas sobre un sustrato o cuerpo (*body*) dopado con impurezas tipo *p*. La compuerta 'G' (*gate*) es una placa metálica aislada con dióxido de silicio (O_2Si). Al aplicar un potencial positivo sobre G respecto del sustrato, los huecos del material *p* son repelidos por el potencial de gate en la región entre D y S, formándose una región fuertemente poblada de electrones libres formando un pasaje o canal de circulación tipo *n* que comunica ambos terminales (de aquí su denominación).

Figura 2.6

Estructura MOSFET básica.



¹⁷ El efecto de campo es una región que se establece en la canal lindera al drain por donde el flujo de electrones que atraviesa esa región queda limitado en función de la tensión entre gate y source. De este modo el dispositivo opera en modo lineal. Cuando la tensión entre gate y source se hace suficientemente alta la región de efecto de campo se extingue y la corriente del dispositivo queda limitada por el circuito externo.

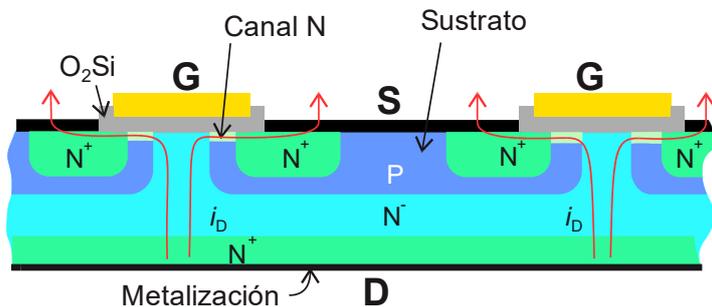
¹⁸ Igual concepto se aplica a los de acumulación o canal tipo 'P'

Esta estructura es adecuada en dispositivos de señal o en lógica integrada pero no es apta para dispositivos de potencia. Para los semiconductores de potencia se necesita disponer de una región de depleción extensa para incrementar las tensiones de bloqueo y reducir la resistencia de circulación por el canal para tolerar altas corrientes. En un dispositivo MOSFET el terminal S se conecta directamente al sustrato de modo que cuando se anula el potencial de G el canal se extingue y la región de agotamiento se forma sobre la juntura P-N entre D y el sustrato.

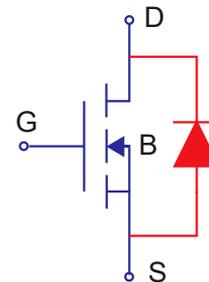
Un dispositivo de potencia actuando como llave requiere trabajar con altas corrientes y bloquear la mayor tensión posible. La Figura 2.7a) muestra un esquema de la estructura vertical o 'T', comúnmente empleada en MOSFETs de potencia. Su nombre deriva del hecho que la corriente por drenador (i_d) circula de modo vertical por el *drain* hasta alcanzar el canal horizontal, de modo que el camino de la corriente toma forma de 'T', como se indica en líneas continuas. Para conseguir grandes corrientes uniformemente distribuida el MOSFET de potencia se construye agrupando un numero finito de celdas 'T' que conforman pequeños dispositivos en paralelo. Se logra a partir de sucesivas deposiciones con diferentes concentraciones de impurezas a partir de un sustrato *p* como se aprecia en la Figura 2.7a). El *gate* del dispositivo queda distribuido e intercalado en forma aisladas del *source* del dispositivo.

Figura 2.7

a) Estructura 'T' de un MOSFET de potencia,



b) Símbolo representativo.



La Figura 2.7b) muestra la representación simbólica de un MOSFET de potencia de canal N¹⁹. El potencial del *body* (B) es fijado al de S mediante una metalización que cortocircuita ambas regiones. Esto provoca la presencia de una juntura PN entre D y S como se representa en la Figura 2.7b). El ánodo de esta juntura corresponde a S y el cátodo es D, de modo que el MOSFET de potencia es capaz de soportar una tensión de S superior a D porque esta juntura entra en conducción. El MOSFET de potencia presenta un diodo en antiparalelo intrínseco. Esta juntura PN tiene características de un diodo muy rápido, pero en términos de tiempo de conmutación es más lento que el propio MOSFET. Para aplicaciones de bajas frecuencias el diodo intrínseco es útil si es necesario implementar una llave bidireccional de corriente. En cambio, para aplicaciones de alta frecuencia es necesario anularlo para poder tener velocidades compatibles con la del

¹⁹ Los MOSFETs de canal P en general no poseen buenas características térmicas y presentan alta resistencia de canal comparado con un MOSFETs de canal N con igual características de salida. Por ello solo existen pares complementarios en algunos rangos de muy baja potencia.

MOSFET. Uno de los usos que el diodo intrínseco tiene para ciertos niveles de tensión inversa es en rectificación sincrónica, donde se utiliza el MOSFET como diodo con capacidad de reducir la tensión umbral de conducción de la juntura bajo polarización positiva del G respecto del S.

La característica de salida del MOSFET se observa en la Figura 2.8. Mientras la tensión V_{GS} este muy por debajo de su valor umbral (algunos voltios) el MOSFET se encuentra en zona de bloqueo directo, el dispositivo está bloqueado (OFF). Cuando la tensión V_{GS} toma valores entre 12 a 15V el canal queda completamente conformado y mientras la corriente I_D conserve la relación proporcional u óhmica ($1/R_{ON}$) respecto a V_{DS} , el MOSFET se considera saturado y en estado de conducción ON. En esta zona de saturación la tensión V_{DS} alcanza algunos voltios.

La presencia de su diodo intrínseco provoca un comportamiento diferente bajo tensión V_{DS} negativa. La juntura P-N ingresa en conducción y su caída de tensión dependerá de la tensión V_{GS} aplicada.

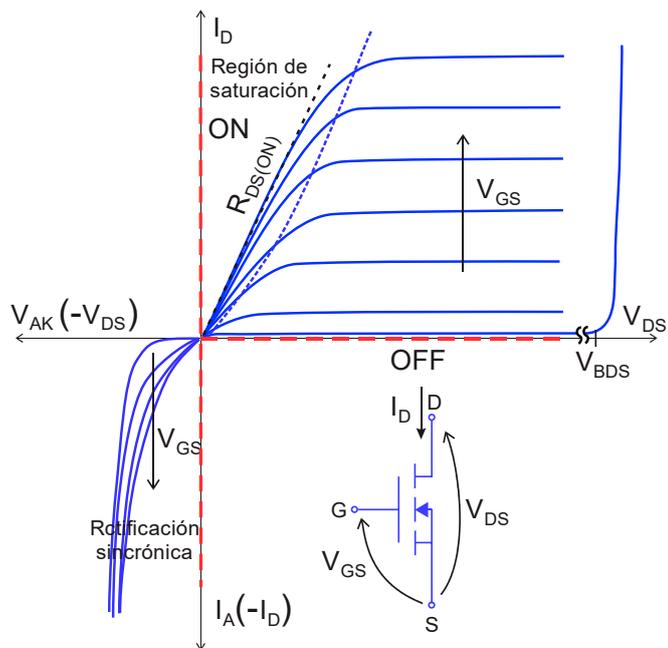
La resistencia de conducción $R_{DS(ON)}$ está conformada por la resistencia propia del canal más la introducida en la región n^- (o intrínseca). A la vez la resistencia de conducción contiene una relación más que proporcional con la tensión de bloqueo V_{BDS} , dada por:

$$R_{DS(ON)} = K \cdot V_{BDS}^{(2,5 \text{ a } 2,7)}, \tag{2.1}$$

siendo K una constante que depende de la geometría. Esta dependencia se origina por la necesidad de implementar una región de bajo dopaje entre el *body* y el *drain* para poder soportar mayores tensiones de bloqueo directo. Es por esta razón que el empleo de silicio como material semiconductor impone un límite sobre la tensión máxima de bloqueo menores a los 1000V para la cual la resistencia de conducción es tolerable²⁰.

La utilización del transistor MOSFET en reemplazo de los transistores bipolares (TBP) se debe a su superioridad en las características de conmutación y disipación de potencia para ciertos rangos de potencia. Los TBP requieren una zona de base extensa que impone valores muy bajos de ganancia de corriente, siendo necesario emplear cascadas de transistores bipolares para manejar altas corrientes. Como consecuencia de esto se presentan dos limitaciones fundamentales. La primera está relacionada con

Figura 2.8
Característica de salida del MOSFET de potencia de canal N.



²⁰ El carburo de silicio permite dispositivos MOSFET con tensiones de bloqueo mayores a 1200V y resistencias de conducción por debajo de los 100mΩ.

la velocidad de conmutación del TBP. La segunda está vinculada con la excitación por corriente del TBP para permanecer en conducción.

El tiempo de corte de un TBP debe ser el necesario para recombinar las cargas minoritarias de las junturas de cada transistor en cascada, haciéndolo extremadamente lento respecto al MOSFET que solo requiere dejar de aplicarse tensión de compuerta. La extinción del canal requiere de la descarga de ciertas capacidades, pero el tiempo necesario es extremadamente inferior comparado al de recombinación de carga. La segunda es la potencia de excitación de base necesaria para mantener el dispositivo TBP en estado ON mientras que el MOSFET mantiene la conducción de su canal rico en portadores mayoritarios (libres) sin consumo de potencia en la compuerta.

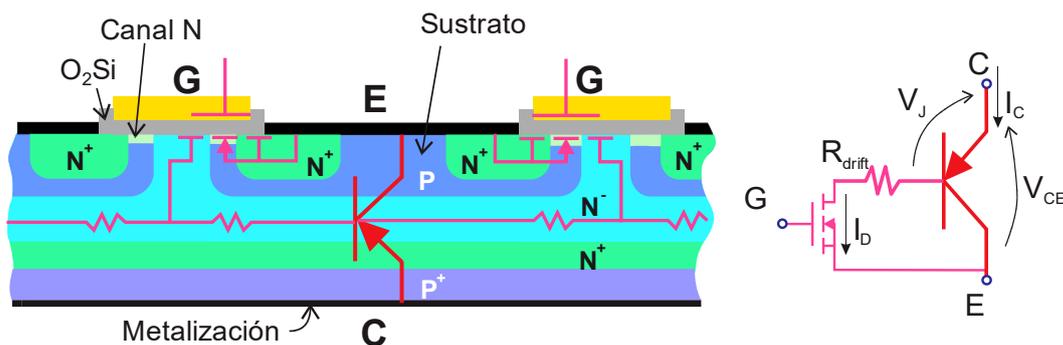
Transistor bipolar con compuerta aislada

El transistor IGBT surge por la necesidad de desarrollar un MOSFET con características de salida de tensión y corriente a los TBP y principalmente por la necesidad de anular su diodo intrínseco. Para ello sobre el drenador de la estructura del MOSFET se hace una deposición de impurezas p con alta concentración como se observa en la Figura 2.9a). Con esta deposición entre el sustrato y la metalización inferior queda constituido un transistor de junturas P-N-P cuya base del transistor queda intrínsecamente conectada al *drain* del dispositivo MOSFET original. En la Figura 2.9b) se representa el dispositivo discreto equivalente, posee un colector C , un emisor E y una compuerta G de excitación por tensión.

Figura 2.9

a) Estructura de física del IGBT,

b) Dispositivo equivalente discreto.



Este dispositivo tiene propiedades de robustez eléctrica de un transistor bipolar lo que le permite trabajar con altas corrientes de colector (I_C) y es capaz de soportar altas tensiones de bloqueo entre el colector y el emisor (V_{CE}). Además, conserva las ventajas de un transistor MOSFET al ser excitado con la aplicación de una tensión entre G y E . La velocidad de conmutación resulta intermedia entre un dispositivo TBP y un MOSFET. Una de las desventajas que se presenta en

un IGBT es la resistencia interna denominada R_{drift}^{21} que juntamente con la resistencia de canal propia del MOSFET provoca una caída de tensión directa colector-emisor significativa, la que puede ser expresada,

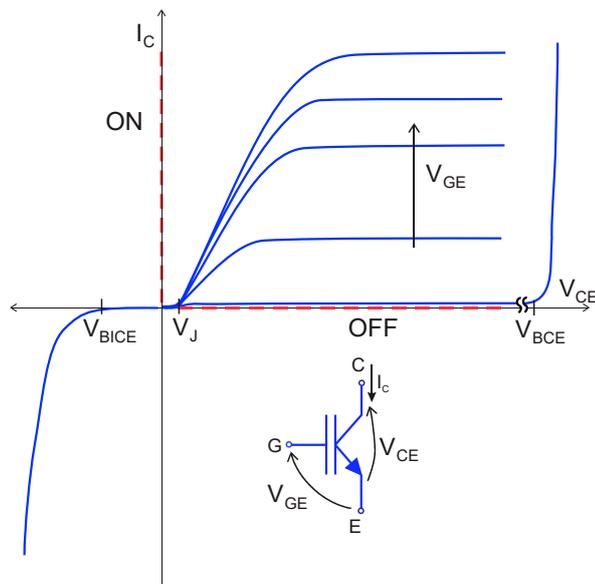
$$V_{CE} = V_J + I_D(R_{ON} + R_{drift}), \tag{2.2}$$

donde $I_D (\cong \frac{1}{3} I_C)$ es la corriente por el canal del MOS. El primer término de (2.2) corresponde a la tensión en directa de la juntura base-colector (V_J) y el segundo corresponde a la diferencia de potencial entre la base y el emisor de valor fijado por las resistencias, limitando la capacidad de saturación plena de la juntura, como ocurre en un TBP por excitación de corriente donde la polarización de la juntura se invierte ligeramente de polaridad.

La característica de salida del IGBT se presenta en la Figura 2.10 juntamente con el símbolo del IGBT que se representa como un transistor bipolar con la base aislada como el gate de MOS. La tensión de trabajo V_{GE} necesaria para lograr una conducción plena del IGBT es de alrededor de 20V y presentan una caída mínima de tensión por debajo del volt correspondiente a la tensión V_J .

Bajo ciertos procesos constructivos del dispositivo se logran tensiones de bloqueo directo V_{BCE} por encima de los 6kV. Con tensión de bloqueo V_{CE} alcanza un proceso de avalancha a tensión mucho menor que en directa, debido a la deposición sobre la capa intermedia con concentración N^+ , implementada para reducir el valor de R_{drift} . De modo similar al MOSFET en líneas punteadas se representan los estados de conducción y corte de la llave ideal.

Figura 2.10
Característica de salida del IGBT.



Semiconductores como llaves

Los transistores MOSFET, IGBT y el tiristor de corte por compuerta (GTO)²² son comandados como un interruptor a través de su compuerta, tanto en el encendido (*turn-on*) como en el

²¹ La denominación de 'drift' proviene del concepto de 'desplazamiento' de cargas libres en la región de bajo dopaje.
²² El dispositivo GTO (Gate Turn-Off) son tiristores (diodos de 4 capas) que se cortan derivando la corriente de ánodo a través de la compuerta (gate) del dispositivo. Esta acción requiere de un circuito de compuerta muy complejo. Su evolución en la actualidad está desarrollada por ABB y es comercialmente identificado como IGCT (*Integrated Gate Commutated Turn-Off*). La acción de corte del tiristor sigue el mismo principio que el GTO, distribuyendo la compuerta sobre toda la periferia de la oblea que integra al dispositivo, tal que la corriente de corte es repartida en un número elevado de transistores ubicados sobre el gate.

apagado (*turn-off*). Las características de salida estáticas y dinámicas de estos dispositivos semiconductores los aparten de un comportamiento ideal.

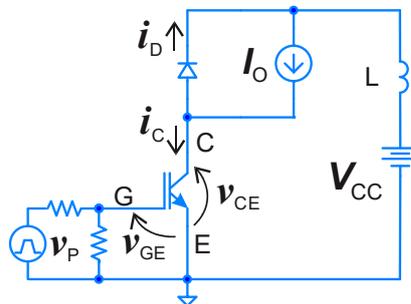
Cuando un interruptor ideal está abierto presenta una impedancia infinita con capacidad de soportar tensiones en ambos signos y de módulo ilimitado. Mientras que, cuando está cerrado su impedancia es nula y es capaz de conducir corriente en direcciones indistintas sin límite de amplitud. En cuanto a los tiempos de conmutación empleados por un interruptor son considerados instantáneos, por lo tanto, la potencia de pérdida sobre una llave ideal es nula.

En general los dispositivos semiconductores controlados o no, poseen un único sentido de conducción, son unidireccional para la circulación de la corriente. De modo similar, la tensión de bloqueo en una juntura P-N es naturalmente unidireccional, como se discutió para los diodos y los transistores de juntura. En cambio, para el tiristor y el GTO, que están formados por capas pares con junturas P-N, son capaces de soportar tensión de bloqueo tanto directa como inversa. Estas características de los dispositivos semiconductores imponen un límite a los cuadrantes de operación como interruptores. Por lo tanto, para salvar esta limitación los semiconductores son agrupados entre sí para brindar los cuadrantes de operación necesarios que la llave del convertidor deba conservar.

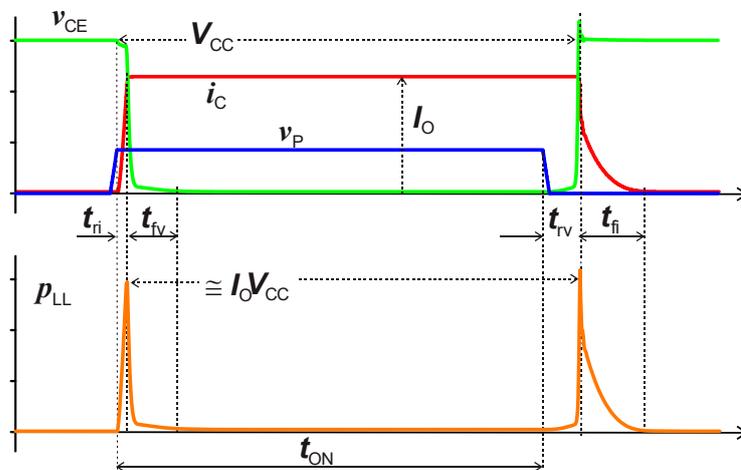
Figura 2.11

Características de conmutación de un transistor IGBT:

a) *Circuito inductivo con enclavamiento conmutado.*



b) *Tensiones, corriente y potencia sobre el IGBT.*



El apartamiento al comportamiento ideal de un semiconductor como llave, está vinculado con la pérdida de potencia que presentan en conducción y durante la conmutación del dispositivo. En general como las corrientes de fuga inversa son extremadamente bajas la potencia involucrada durante el corte se desprecia.

Durante la conducción los dispositivos semiconductores presentan caídas de tensión en directa vinculadas en algunos de ellos a resistencia de conducción (R_{ON}) como es el caso del MOSFET. Estas pérdidas de potencia son fuertemente dependientes de la corriente de los dispositivos.

Como es sabido los semiconductores de potencia requieren de cierto tiempo para poder conmutar del estado ON al OFF y viceversa. Durante los tiempos de conmutación se superponen los cambios de la tensión y de la corriente introduciendo una pérdida de potencia por conmutación. Cada dispositivo semiconductor posee sus características particulares de conmutación. En forma general y para identificar los diferentes tiempos presentes, se toma el comportamiento durante la conmutación de un transistor IGBT, conmutando en el circuito de la Figura 2.11a) con un generador de corriente (I_O) en serie con la batería V_{CC} .

En la Figura 2.11b) se muestra las formas de onda de tensiones, corriente y potencia sobre el IGBT ante la acción de comando de la tensión v_P . La aplicación de un pulso de tensión v_P durante un tiempo t_{ON} , el IGBT conduce la corriente I_O a través de la batería. Cuando el pulso v_P se anula, el IGBT se corta e I_O fuerza la conducción del diodo en paralelo. Mientras el transistor este cortado la tensión v_{CE} toma el valor V_{CC} , si se desprecia la caída de tensión por el diodo. Considerando un cambio abrupto de v_P , en el inicio del encendido, la corriente i_C comienza a crecer durante un tiempo t_{ri}^{23} con una tasa que depende de la inductancia (L) del circuito externo. Simultáneamente se van descargando las capacidades parásitas²⁴ del transistor de modo que la tensión v_{CE} comienza a descender haciéndolo bruscamente durante un tiempo t_{fv} . Ambos tiempos conforman el tiempo de encendido (t_e) de la llave. Cuando v_{GE} se anula comienza el tiempo de apagado (t_a) del IGBT. Durante el tiempo t_{fv} la corriente I_O persiste sobre el transistor acumulando cargas en las capacidades parásitas del mismo hasta que la tensión v_{CE} se enclava al valor de V_{CC} . Aunque la tensión del IGBT alcanzó a V_{CC} , el IGBT aún está conduciendo la corriente I_O . A partir de este instante las junturas del IGBT deben comenzar a formar su capa de agotamiento necesaria para efectivizar el corte del transistor mientras la corriente de colector se desvanece²⁵, durante el tiempo t_{fi} , hasta conseguir el corte definitivo del IGBT.

²³ Los subíndices 'r' y 'f' provienen de la lengua inglesa 'rise' (subida) y 'fall' (caída), respectivamente.

²⁴ Las capacidades parásitas de los semiconductores no son parámetros fijos sino que dependen fuertemente de su tensión, por ello el comportamiento en el cambio de la tensión no es lineal.

²⁵ En el caso particular del IGBT la extinción de la corriente de colector está asociada a la capacidad de recombinación de las cargas sobre la juntura P-N del colector. Debido a que el MOSFET asociado a la base del IGBT se corta muy rápidamente, la recombinación de cargas se enlentece porque la base queda desconectada del circuito externo, como se puede observar en la Figura 2.11b). Esta desventaja del IGBT hace que la velocidad de conmutación no pueda alcanzar a la de un MOSFET de potencia.

Potencia de pérdida sobre la llave

Asumiendo que la conducción de la llave se establece durante el tiempo t_{ON} , la potencia de pérdida promedio en un periodo de conducción (P_{ON}) puede aproximarse por;

$$P_{ON} \approx I_o V_{ON} t_{ON} f, \quad (2.3)$$

donde V_{ON} es la caída de tensión durante la conducción del dispositivo semiconductor y f es la frecuencia de conmutación de la llave.

Como se puede observar de la Figura 2.11b) durante los tiempos de conmutación t_e y t_a , se genera una potencia instantánea (p_{LL}) con picos cercanos al producto $V_{CC} \times I_o$. Para determinar la potencia de pérdida durante la conmutación (P_C) se tomará el promedio de p_{LL} como:

$$P_C = f \left[\int_{t_e} p_{LL} dt + \int_{t_a} p_{LL} dt \right]. \quad (2.4)$$

Considerando que la potencia instantánea durante la conmutación encierra áreas triangulares, entonces (2.4) se puede aproximar como:

$$P_C \approx \frac{1}{2} \cdot V_{CC} I_o (t_e + t_a) f. \quad (2.5)$$

El ciclo de conmutación de la llave se define como el cociente entre el tiempo de encendido respecto del periodo de conmutación $d = t_{ON}/T = t_{ON}f$, de modo que las pérdidas por conducción (2.3) solo dependerá del ciclo de trabajo. Si la llave conmuta con d constante, las pérdidas por conducción se mantienen constantes con la frecuencia. Por el contrario, las pérdidas por conmutación son proporcionales a la frecuencia dado que los tiempos de conmutación son constantes²⁶ para los valores de V_{CC} e I_o .

Asumiendo un ciclo de trabajo del 50%, el cociente entre ambas potencias resulta:

$$\frac{P_{ON}}{P_C} = \frac{V_{ON}}{V_{CC}(t_e+t_a)} \frac{1}{f}. \quad (2.6)$$

Si las pérdidas por conducción son constantes, las pérdidas por conmutación crecen a medida que la frecuencia de conmutación crece. Se puede definir una frecuencia límite o crítico (f_{cri}) para la cual $P_C = P_{ON}$, así:

$$f_{cri} = \frac{V_{ON}}{V_{CC}(t_e+t_a)}, \quad (2.7)$$

a frecuencias por encima de f_{cri} las pérdidas por conmutación superarán a las de conducción.

La elección de un dispositivo como llave está definido en primer lugar por el tipo de aplicación y topología de conversión. En este sentido la frecuencia de conmutación requerida impone el tipo de llave. En cuanto a las características que la llave debe cumplir, se pueden resumir en las siguientes consideraciones básicas:

1. Baja caída de tensión en directa mientras la llave conduce.
2. Mínimos tiempos de conmutación t_e y t_a .

²⁶ Son intrínsecos a los dispositivos

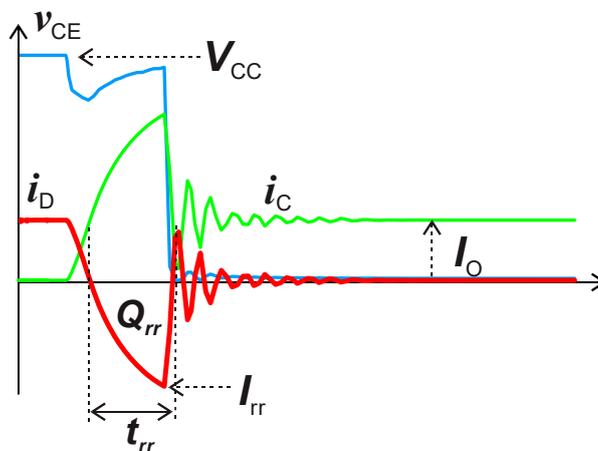
3. Alto valor de tensión de bloqueo. La conexión de llaves en serie para aumentar la capacidad de bloque no es recomendada por la imposibilidad de equalizar las tensiones en cada una de las llaves, tanto dinámica (cuando se conmutan la llave) como estática (cuando la llave está cortada).
4. Alto valor en el manejo de corriente. La conexión de llaves en paralelo no es recomendada por la falta de garantizar la distribución uniforme de las corrientes tanto dinámica como estática de cada dispositivo.

Efectos del tiempo de recuperación inversa de un diodo

En el circuito de la Figura 2.11a) no se consideró los efectos del tiempo de recuperación inversa del diodo (Figura 2.2). La conmutación de la corriente I_O del diodo al IGBT se produce en forma incremental impuesto por la inductancia (L) serie en el circuito. Mientras la corriente por el diodo se va reduciendo la del IGBT va creciendo de modo que la suma de ambas sea igual a I_O . En la Figura 2.12 se observa este proceso durante el encendido del IGBT considerando el efecto que introduce el tiempo t_{rr} del diodo.

Figura 2.12

Conmutación de corriente real entre un diodo y un transistor.



Al iniciar el encendido del IGBT la corriente por el diodo (i_D) comienza a decrecer conforme la del IGBT (i_C) crece. La conmutación no finaliza cuando $i_D = 0$. Como se discutió para cortar la juntura P-N se debe formar la zona de depleción y para ello, la corriente i_D se invierte como se muestra en la figura. Como se debe cumplir que $i_D + i_C = I_O$, la corriente requerida por el diodo para la recuperación inversa se cierra a través del transistor y la batería. Durante el tiempo t_{rr} los dispositivos son considerados dos llaves cerradas por lo tanto la tensión de batería queda enteramente aplicada sobre L imponiendo así la velocidad de cambio de la corriente con el tiempo. Esta corriente denominada de corto circuito toma una amplitud pico I_{rr} que depende de la cantidad de carga Q_{rr} que es necesario evacuar de la juntura.

Este efecto produce un incremento significativo de la potencia durante la conmutación del transistor. La potencia pico toma el valor aproximado,

$$(I_O + I_{rr})V_{CC}. \tag{2.8}$$

De aquí la importancia de diseñar equipos con diodos adecuados para reducir este efecto y evitar una excesiva corriente de cortocircuito por la fuente y pérdida por conmutación.

El calentamiento que producen las pérdidas de conmutación y conducción eleva la temperatura de trabajo del semiconductor debiéndose evacuar a través de disipadores adecuadamente diseñados. En muchos casos se requiere de la asistencia de ventilación forzada y en equipos de muy alta potencia de la refrigeración forzada por agua.

Tendencia de los semiconductores de potencia

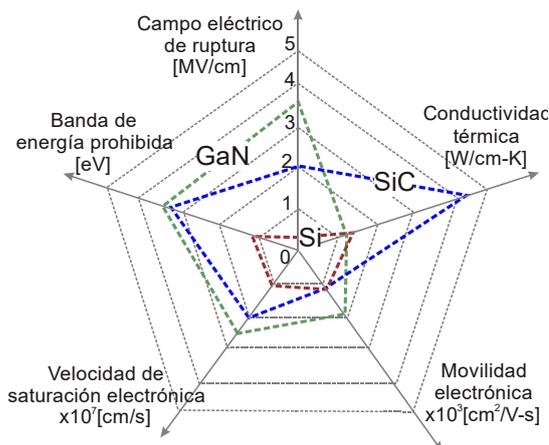
La electrónica de potencia se ha consolidado a largo de varias décadas en muchos campos de aplicación, como en el industrial mediante accionamientos de motores eléctricos, en el de generación, transporte y distribución, mediante compensadores estáticos, y en el área comercial y residencial en un gran abanico de aplicaciones. Cada vez más la electrónica de potencia toma protagonismo introduciéndose en otras áreas de aplicación, tales como la aéreo espacial y la automotriz.

Se estima que el 40% de la energía eléctrica generada es consumida a través de la electrónica de potencia. Esto promueve el continuo desarrollo de dispositivos de potencia para acom-

pañar con mayor eficiencia el consumo total de la energía eléctrica, en continuo crecimiento. Las condiciones de operación de los dispositivos semiconductores son cada vez más severas (alto voltaje, alta temperatura, alta frecuencia) conduciendo la exploración de nuevos materiales semiconductores como el Carburo de Silicio (SiC) y el Arsenuro de Galio (GaAs).

Las primeras promociones comerciales de dispositivos con estos materiales semiconductores han sido desarrolladas sobre diodos PIN y Schottky²⁷ a comienzos del siglo XXI. Logrando mejores

Figura 2.13
Comparación entre las propiedades de silicio, carburo de silicio y nitruro de galio.



²⁷ El GaAs es un material que se aplica a diodos Schottky porque resulta un dispositivo de alta tensión de bloqueo (600V) por su alto valor de la banda prohibida. El resto de los materiales en la actualidad están en desarrollo donde el diamante tiene las mejores chances de progreso.

características de velocidad y temperatura para altas tensiones, respecto de sus contrapartidas en silicio (Si). Otros materiales con alta banda de energía prohibida tales como Nitruro de Galio (GaN), Óxido de Galio (Ga_2O_3), Nitruro de Aluminio (AlN) y Diamante, están en actual desarrollo.

En la actualidad las propiedades físicas que presentan los materiales SiC y GaN superan en muchos parámetros al Si, brindando productos comercialmente disponibles en determinados segmentos de aplicación, en reemplazo y/o extensión del rango de uso del Si. En la Figura 2.13 se comparan las propiedades más relevantes entre SiC, GaN y el Si. El mayor valor de la energía en la banda prohibida se corresponde con el aumento del máximo campo eléctrico respecto del Si, por lo que permiten tensiones de bloqueo inverso superiores a los dispositivos de Si. Para una dada tensión de bloqueo, cuanto mayor es el valor de campo eléctrico de ruptura, más delgada resulta la región de desplazamiento, tolerando mayor concentración de dopaje. En consecuencia, se reduce la resistencia de conducción casi en tres veces respecto de los dispositivos de Si, y con ello las pérdidas de conducción. Las regiones delgadas no solo brindan baja resistencia de conducción, sino que también reducen la capacitancia intrínseca del dispositivo. Para los dispositivos con juntura la corriente de recuperación inversa es menor debido a la vida más corta de los portadores, en comparación con el silicio. Como resultados de estas cualidades, se reducen las pérdidas de conmutación, permitiendo operar a frecuencia más alta. Además, el valor elevado de la banda prohibida produce una baja concentración intrínseca de portadores resultando una baja corriente de fuga. Los dispositivos de SiC pueden operar a temperaturas extremadamente altas sin sufrir efectos de conducción intrínseca, siendo aptos para aplicaciones con temperaturas mayores a los 500°C . La gran conductividad térmica es un beneficio clave para la operación de alta potencia con requisitos de enfriamiento limitados.

El SiC generalmente se usa en aplicaciones de alta potencia (en 10000V y más) con un costo accesible de fabricación, pero es material menos confiable. El GaN es un material más adecuado para aplicaciones que requieren muy alta frecuencias de conmutación y menor potencia. Puede trabajar a temperaturas más altas para elevadas tensiones de ruptura, resultando dispositivos robustos y confiables. Sin embargo, tiene un muy elevado costo de fabricación.

Las características antes mencionadas brindan diodos Schottky, diodos PiN, transistores bipolares (IGBT) y unipolares (MOSFET) de conmutación más rápida y con gran eficiencia respecto a los de Si.

A modo de visualizar en forma genérica las aplicaciones en relación con la potencia y la frecuencia de conmutación, la gráfica de la Figura 2.14 muestra un mapa con las diferentes tecnologías que en la actualidad se desarrollan de acuerdo con las aplicaciones. Las altas potencias están vinculadas a las bajas frecuencias y corresponden al dominio del tiristor y el GTO (IGCT). En este segmento de altas energías corresponde a los dispositivos de flexibilización de la energía eléctrica utilizados en la transmisión y la distribución de la energía eléctrica. También se encuentra el área de la industria metalúrgica y minera, denominada industria pesada. En este segmento de aplicación el IGBT, en su más reciente evolución²⁸ de silicio, tiene participación en equipos

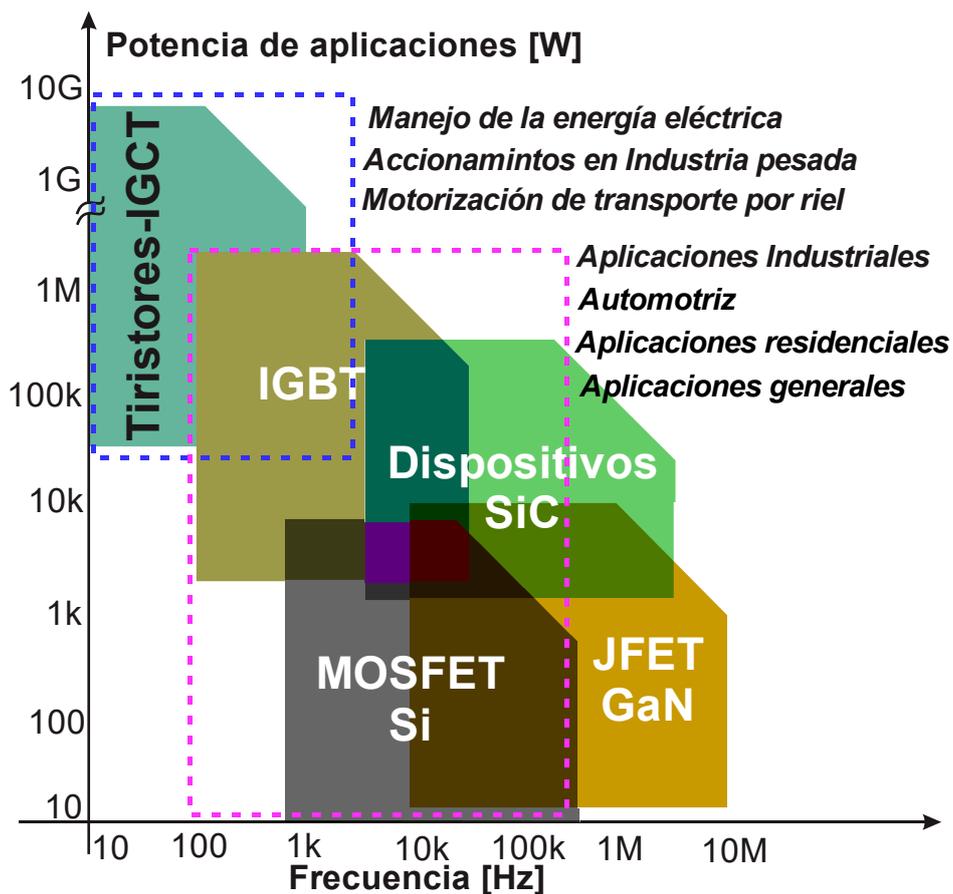
²⁸ Las evoluciones están relacionadas a las sucesivas generaciones que han sido desarrolladas en las pasadas décadas llegando a la 5^a generación.

de alta potencia a través de topologías multinivel, o arquitecturas especiales de llaves apiladas, siendo su mayor aplicación en el área industrial dentro de un extenso abanico de potencia y frecuencias moderadas.

Los IGBT de SiC ofrecen características muy prometedoras para aplicaciones que requieren tensiones de bloqueo superiores a los 10 a 15 kV. En el rango de 1,2 kV a 1,7 kV de tensión de bloqueo, los dispositivos de SiC están reemplazando a los IGBT de Si en aplicaciones que buscan mayor eficiencia, altas temperaturas de operación y/o reducido volumen. En la actualidad los dispositivos MOSFETs de SiC están tomando relevancia a mayores potencias y frecuencias permitiendo el reemplazo del IGBT de Si, con mejor performance en ambientes de altas temperaturas y reducidos espacios, tales como es la aplicación automotriz. La tecnología GaN está teniendo una insipiente aplicación para mayor frecuencia de aplicación a través de transistores de juntura con efecto de campo JFETs (*Juntion Field Effect Transistor*).

Figura 2.14

Mapa de la distribución de aplicaciones y tendencia según la potencia y la frecuencia, de acuerdo con la tecnología de los semiconductores de potencia.



CAPÍTULO 3

Convertidores electrónicos de potencia

Introducción

Los convertidores electrónicos de potencia son parte esencial en la conversión de energía eléctrica, por su capacidad en el control del flujo de la potencia con muy alta eficiencia. Mediante la electrónica de potencia y técnicas de control es posible abordar una diversidad de aplicación, así como también diferentes niveles de potencia de trabajo, dependientes de las características entre las fuentes de energías y los consumos.

Los convertidores electrónicos de potencia se basan en la acción de los dispositivos semiconductores actuando como llaves que conmutan de estado, logrando el manejo de gran potencia con alto rendimiento y control. En este capítulo se abordan los convertidores electrónicos conmutando a la frecuencia de red, tales como los rectificadores y rectificadores controlados o semicontrolados, y los convertidores que conmutan a frecuencias por encima de la de red, como son las topologías conmutadas para fuentes de tensión continua e inversores de tensión continua a alterna.

Convertidores a frecuencia de red

En la mayoría de las aplicaciones con convertidores se emplea el suministro de energía eléctrica a frecuencia de red²⁹ como fuente primaria de energía. En esta primera etapa se emplea un puente de diodos que directamente rectifica la red sin aislación eléctrica. Esta etapa se realiza a frecuencias mayores logrando reducir peso, tamaño y costo de los transformadores de aislación galvánica, como se diseñan las fuentes de alimentación de tensión continua regulada.

En los puentes rectificadores con diodos no es posible el control del flujo de la potencia por lo imposibilidad de gobernar las llaves (diodos) actuantes, solo se consigue la conversión de tensión alterna a continua. En aplicaciones tales como los accionamientos de motores de corriente continua, es necesario regular la tensión o la corriente de salida del rectificador para controlar el flujo de potencia hacia la máquina. En estos casos se emplean puentes con rectificadores controlados que permiten, a través de su comando, el control de fase a la frecuencia de red. Los convertidores por control de fase son capaces de operar en dos cuadrantes, como *'rectificador'*

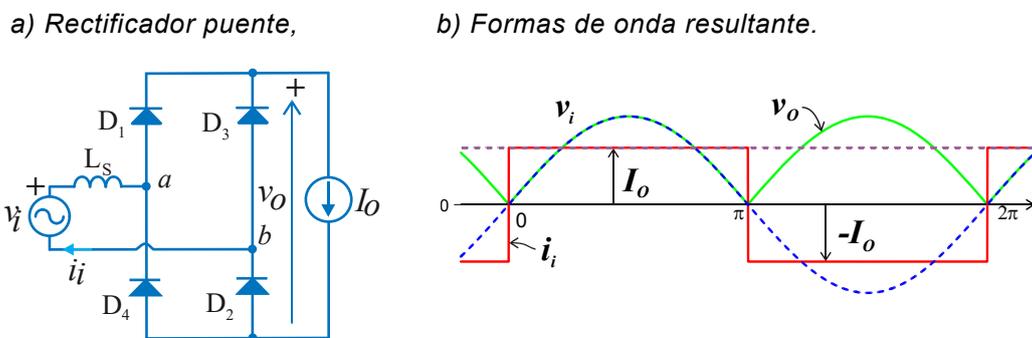
²⁹ En nuestro país se emplea 50Hz y en otros países se emplea 60Hz o ambas.

cuando la potencia fluye desde la red de alterna hacia la carga (máquina de continua) o como ‘inversor’, cuando la potencia proviene del lado de continua y se inyecta a lado de alterna.

Puente rectificador monofásico

En la Figura 3.1a) se observa el rectificador puente monofásico cuya carga del lado de continua se considera, de modo genérico, un generador de corriente continua I_o independiente de la tensión de salida v_o . L_s representa la impedancia inductiva parásita que inevitablemente existe en el tendido de conexión entre un punto de red y el puente del convertidor. Considerando despreciable los efectos de L_s , las formas de onda sobre el rectificador se presentan en la Figura 3.1b).

Figura 3.1



Asumiendo dispositivos ideales, la conducción de los diodos se establece ni bien la tensión ánodo-cátodo tiende a ser positiva. Al iniciar el semiciclo positivo ($\omega t = 0$) de $v_i = V_i \sin(\omega t)$, los diodos D_1 y D_2 se ponen en directa inmediatamente, conduciendo la corriente I_o durante el semiciclo positivo de red. Simultáneamente los diodos D_3 y D_4 quedan bloqueados por el potencial inverso entre ánodo y cátodo aplicado por D_1 y D_2 , respectivamente. En este semiciclo de red $v_o = v_i$ e $i_i = I_o$. A partir de $\omega t = \pi$ el semiciclo de red se invierte y entran en conducción los diodos D_3 y D_4 , cortando simultáneamente a D_1 y D_2 . Durante el semiciclo negativo de la red $v_o = -v_i$ e $i_i = -I_o$.

La tensión resultante sobre la salida del rectificador o del lado de continua es una forma de onda pulsante cuya tensión media toma el valor,

$$V_o = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} V_i \sin(\omega t) \cdot dt = \frac{2}{\pi} V_i, \tag{3.1}$$

siendo V_i el valor pico de la tensión de red.

Potencia. Factor de potencia

La conversión de alterna a continua se refleja en la red en una carga no lineal, introduciendo armónicos de corriente que distorsionan la forma de onda de la red. En consecuencia, se

desmejora la calidad del servicio de alimentación, por lo tanto es necesario cuantificar es deterioro mediante el factor de potencia (Apéndice B).

La potencia consumida en la carga P_O , se expresa como:

$$P_O = V_O I_O = \frac{2}{\pi} V_i I_O, \tag{3.2}$$

Considerando nulas todo tipo de pérdidas de potencia en el convertidor, la potencia consumida debe es igual a la tomada desde la red,

$$P_i = P_O = V_{irms} I_{rms(1^\circ)} \cos(\varphi_{1^\circ}), \tag{3.3}$$

donde V_{irms} es la tensión eficaz de la red³⁰, $I_{rms(1^\circ)}$ es el valor eficaz de la componente fundamental de la corriente y $\cos(\varphi_{1^\circ})$ es la fase entre la tensión y la componente fundamental de corriente.

La corriente de línea resulta una forma de onda cuadrada de amplitud I_O . Dada la simetría la componente fundamental queda en fase con la tensión, de la Figura 3.1b), se desprende que $\cos(\varphi_{1^\circ}) = 1$, y aplicando la definición del factor de potencia dada en la ecuación (B-6), el $FD = 1$. Por lo tanto, el factor de potencia resulta igual al factor de forma,

$$FP = FF = \frac{I_{rms(1^\circ)}}{I_{rms}} = \frac{2\sqrt{2}I_O/\pi}{I_O} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,9. \tag{3.4}$$

El resultado de FP inferior a la unidad pone de manifiesto la desmejora de la calidad de la potencia consumida respecto de la instalada, debido a la presencia de armónicos sobre la corriente de entrada, independientemente de la potencia consumida.

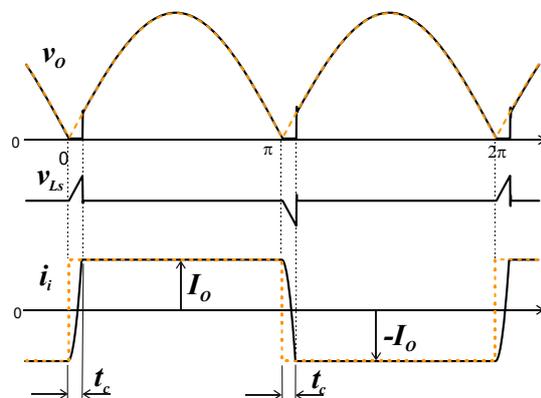
Tensión de salida considerando L_s

La presencia de la inductancia L_s establece un tiempo finito de conmutación (t_c) sobre la corriente de cada diodo e introduce un ‘cero’ de tensión sobre v_O . Siendo i_i la corriente por L_s de la Figura 3.1b) se observa que en cada cruce por cero de tensión la corriente conmuta de I_O a $-I_O$. Este cambio se produce con la conmutación de conducción entre los diodos D_1 - D_2 a D_3 - D_4 y viceversa.

En la Figura 3.2 se muestra el proceso de conmutación sobre la corriente de red y la tensión de salida resultante asumiendo que los diodos son ideales. Un instante antes de $\omega t = 0$ la corriente I_O circula por D_3 - D_4 e $i_i = -I_O$. En el instante en que los diodos D_1 y D_2 comienzan a conducir ($\omega t = 0$), la

Figura 3.2

Efectos de la inductancia de línea.



³⁰ Se considera a la tensión de red libre de armónicos. Esto es posible si la impedancia de la red es nula de modo que no existen caídas de tensión en la red por armónicos de corriente.

corriente sobre L_s no puede cambiar bruscamente de signo, como idealmente se muestra en línea punteada, por lo tanto se inicia un intervalo de conmutación tal que los cuatro diodos quedan conduciendo. Mientras la corriente por D_1 - D_2 va creciendo de 0 a I_o , por D_3 - D_4 la corriente va decreciendo de I_o a 0. Este proceso de conmutación durante t_c se refleja en la corriente i_i evolucionando como se aprecie en la Figura 3.2 en línea continua. Durante esta transición los nodos **a** y **b**, Figura 3.1a), quedan en corto circuito y toda la tensión de entrada es absorbida por L_s (v_{Ls}) y la tensión v_o es nula. La presencia de t_c produce una reducción en el valor de la tensión media respecto al valor dado por (3.1), tal que:

$$V_0 = V_{0(L_s=0)} - \frac{2}{T} \int_0^{t_c} V_i \sin(\omega t) dt. \quad (3.5)$$

Siendo el segundo término el área que se resta del cálculo ideal. Se demuestra (Apéndice C) que el valor medio resulta en función de la corriente de carga I_o y L_s :

$$V_0 = \frac{2}{\pi} (V_i - \omega L_s I_o). \quad (3.6)$$

Puente rectificador trifásico

Cuando la potencia supera determinado valor es necesario emplear rectificación trifásica porque brinda mayor densidad de energía y aumenta el factor de potencia del convertidor. El puente completo trifásico se muestra en la Figura 3.3a), considerando como carga un generador de corriente I_o . Asumiendo despreciable la inductancia de red L_s (por cada fase) los diodos conducen de acuerdo con la siguiente regla:

1. Solo conduce un diodo superior a la vez, D_1 , D_3 o D_5 (de lo contrario dos fases quedan en corto circuito).
2. De los diodos D_1 , D_3 o D_5 conduce aquel que posee el mayor potencial de ánodo.
3. Solo conduce un diodo inferior a la vez, D_2 , D_4 o D_6 (de lo contrario dos fases quedan en corto circuito).
4. De los diodos D_2 , D_4 o D_6 conduce aquel que posee el menor potencial de cátodo.

El orden numérico utilizado para identificar cada diodo en la Figura 3.3a) marca la secuencia de conducción como se indica en la Figura 3.3b). El intervalo de conducción de cada diodo superior se mantiene mientras la tensión de su fase correspondiente posee la mayor amplitud entre todas, acorde con las reglas 1 y 2. Mientras que el intervalo de conducción de los diodos inferiores se mantiene mientras la tensión de su fase correspondiente posee la menor amplitud entre todas, siguiendo las reglas 3 y 4.

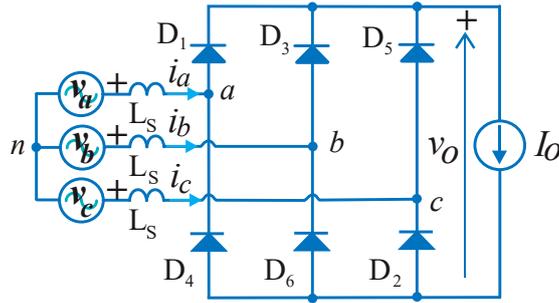
La tensión de salida v_o resulta de la combinación de las tensiones de fase sobre la carga de acuerdo con la conducción de cada diodo. A modo de ejemplo; tomando el intervalo entre $-\pi/6$ y $\pi/6$ están conduciendo los diodos D_5 y D_6 conectando el nodo **c** al borne positivo de salida y el

nodo **b** al borne negativo de salida, resultando $v_o = v_{cb} (= v_c - v_b)^{31}$. Así, cada $\pi/3$, v_o se forma con tramos de tensiones de línea, resultando su valor medio,

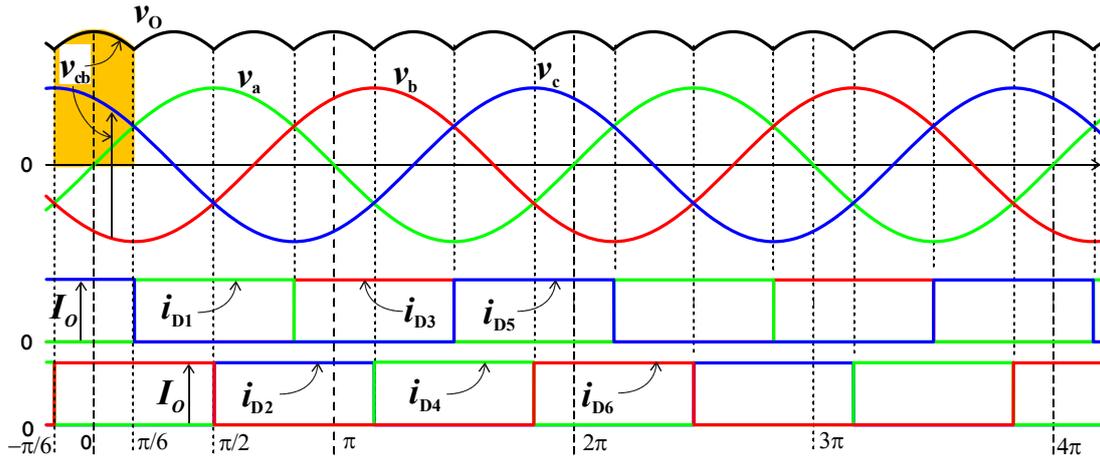
$$V_o = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} V_{ll} \cos(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{3}{\pi} V_{ll} \quad (3.7)$$

Figura 3.3

a) Rectificador puente trifásico.



b) tensión de salida y corrientes por cada diodo.



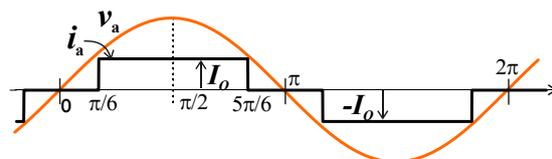
Siendo V_{ll} la tensión pico de línea.

Potencia. Factor de potencia

La Figura 3.4 muestra la corriente de línea i_a resultante junto a la tensión de fase v_a . Para determinar el factor de potencia es suficiente con la observación de una fase dada que la carga es balanceada y en consecuencia las corrientes de línea restantes toman la misma forma y se desplazan 120° una respecto de la otra. Asumiendo que no existen pérdidas en el rectificador, la potencia de salida es igual a la de entrada, por lo tanto:

Figura 3.4

Corriente de línea de la fase a.



³¹ Las tensiones v_a , v_b y v_c son las tensiones de fase respecto del centro de estrella n del sistema trifásico.

$$P_O = V_O I_O = \frac{3}{\pi} V_U I_O, \tag{3.6A}$$

$$P_i = P_O = 3V_{frms} I_{rms(1^\circ)} \cos(\varphi_{1^\circ}), \tag{3.8B}$$

donde V_{frms} es la tensión eficaz de fase, $I_{rms(1^\circ)}$ es el valor eficaz de la componente fundamental de la corriente de línea y $\cos(\varphi_{1^\circ})$ es la fase entre la tensión y la fundamental de corriente. Nuevamente, dada la simetría de la forma de onda $\cos(\varphi_{1^\circ}) = 1$.

Al igual que el rectificador monofásico el factor de potencia resulta igual al factor de forma, Figura 3.4. Como se puede desprender de la forma de onda de corriente el ancho del pulso de corriente es igual a $2\pi/3$ resultando armónicos está libre de múltiplos de tres, de modo que:

$$FP = FF = \frac{I_{rms(1^\circ)}}{I_{rms}} = \frac{\sqrt{6}I_O/\pi}{\sqrt{2/3}I_O} = \frac{3}{\pi} \cong 0,955. \tag{3.9}$$

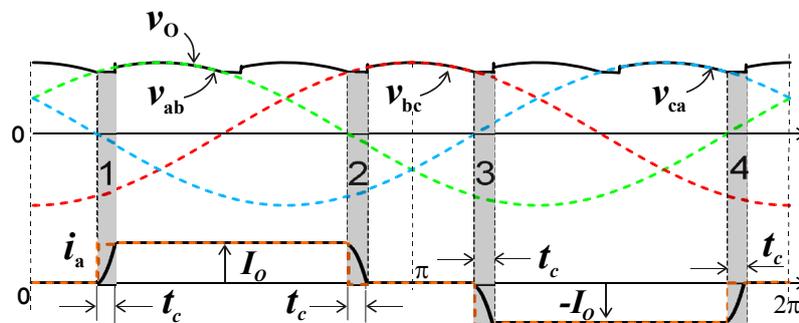
Como se aprecia existe una mejora en el factor de forma respecto al rectificador monofásico debido a que se eliminan naturalmente armónicos sobre la corriente de línea.

Tensión de salida considerando L_s

Al igual que el rectificador monofásico, la conmutación de conducción entre los diodos superiores e inferiores emplea un tiempo t_c definido por la inductancia de cada línea L_s . Mientras se produce la conmutación de corriente entre diodos, ambos están conduciendo e introducen un corto circuito entre las fases respectivas, por lo tanto, la tensión de salida instantánea es inferior a la tensión de línea. El valor resulta de la combinación entre el punto común entre los diodos en conmutación y la fase del diodo en conducción restante (que no está conmutando). La Figura 3.5 muestra el efecto resultante sobre v_o , durante la conmutación sobre la corriente i_a entre los diodos: D_5 - D_1 , D_1 - D_3 , D_2 - D_4 y D_4 - D_6 , durante los intervalos de tiempo indicados 1 a 4, respectivamente. Durante estos breves intervalos la tensión v_o se aparta del valor de la tensión de línea correspondiente. De igual modo sobre las corrientes de línea i_b e i_c aparecen los intervalos de conmutación que afectan de forma simétrica sobre la tensión de salida.

Figura 3.5

Efecto sobre v_o debido a la presencia de L_s .



El valor de la tensión media resultante considerando los tiempos de conmutación puede demostrarse que alcanza la siguiente expresión (Apéndice C):

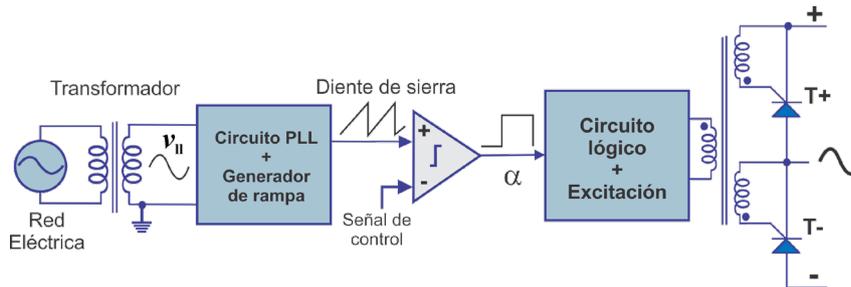
$$V_O = \frac{3}{\pi}(V_{II} - \omega L_S I_O). \tag{3.10}$$

Convertidores controlados por fase

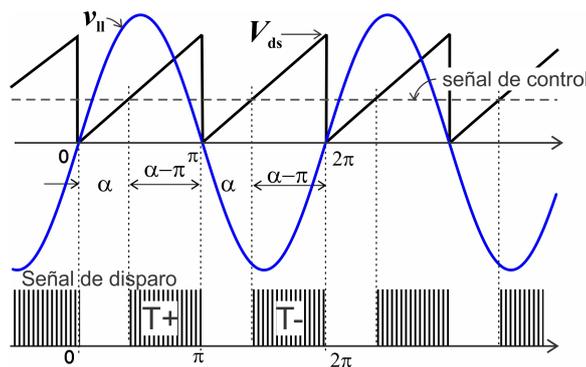
Los convertidores controlados a frecuencia de red brindan la posibilidad de controlar la tensión media a la salida del convertidor permitiendo a la vez tipificarlos en convertidores de *un cuadrante*, operan como rectificadores controlados exclusivamente, o convertidores de *dos cuadrantes*, que operan como rectificador o como inversor invirtiendo el signo del valor medio de tensión a la salida. La combinación de dos convertidores de dos cuadrantes da origen a un convertidor de *cuatro cuadrantes*, permitiendo la inversión del signo de la tensión media y de la corriente media por la carga.

Figura 3.6

a) *Circuito de sincronización y disparo.*



b) *Señales del circuito de control.*



Como se analizó en el Capítulo 2 el disparo del tiristor se realiza mediante la inyección de corriente por la compuerta del tiristor. Para realizar control por fase es necesario sincronizar el instante (o ángulo) de disparo (α) con la frecuencia de la red. La Figura 3.6a) presenta un esquema de circuito sincronizador para generar el ángulo de disparo. Detectando los cruces por

zero de la tensión de línea se genera una señal diente de sierra de amplitud V_{ds} y período igual al de la red. La comparación de esta forma periódica con una tensión de control³² establece el ángulo α a partir del cual se inicia la señal de disparo del tiristor, como se observa en la Figura 3.6b). Durante el intervalo $\alpha-\pi$ se aplica un tren de pulsos de alta frecuencia simultáneamente a los tiristores T+ y T-, correspondientes al polo positivo (+) y negativo (-) de salida, respectivamente, de una fase de tensión. La conducción de uno u otro de los tiristores se produce de acuerdo con el signo de la tensión de fase correspondiente. Durante el semiciclo positivo de la fase T+ estará en condiciones de encenderse si la tensión de ánodo es superior al valor de la tensión del polo (+), mientras que durante el semiciclo negativo T- está en condiciones de conducción si la tensión de cátodo es inferior al valor de la tensión del polo (-).

El sincronismo con la frecuencia de red se realiza mediante la medición de la tensión. Es común en convertidores que manejan altas potencias que la tensión de la red se distorsione por los armónicos de corrientes, introducido por el propio convertidor y/o más convertidores conectados al mismo punto de medición. Esto provoca variaciones en la frecuencia que produce corrimiento de fase en el disparo. Para reducir los efectos de este problema se emplea un circuito de enganche de fase (PLL, *phase locked loop*) que hace más preciso el sincronizado del disparo.

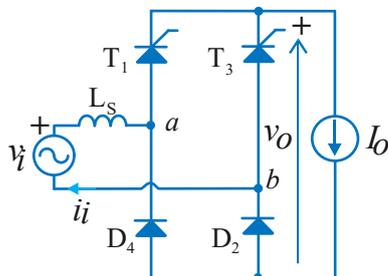
Convertidores de un cuadrante

Los convertidores de un solo cuadrante o comúnmente denominados semicontrolados se presentan en sus variantes monofásica y trifásicas en la Figura 3.7. La topología corresponde a un rectificador puente donde los diodos superiores son reemplazados por tiristores. Sus usos son adecuados en aplicaciones con cargas que solo consumen potencia, como son cargadores de baterías, electrolizadores de hidrógeno, cubas electrolíticas para la obtención de metales, etc.

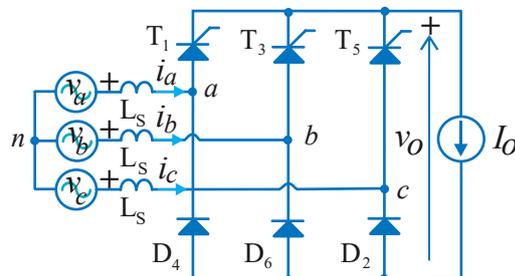
Figura 3.7

Rectificadores semicontrolados:

a) *monofásico,*



b) *trifásico.*



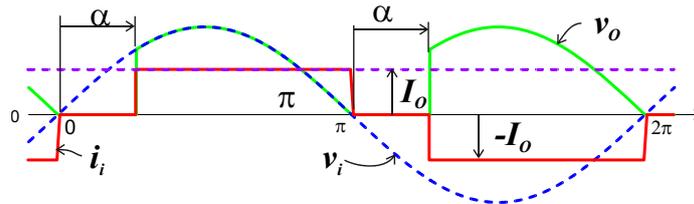
³² La tensión de control proviene de una referencia de tensión o puede ser la salida de un controlador que actúa en un lazo cerrado de control.

Rectificador semicontrolado monofásico

El rectificador semicontrolado monofásico de la Figura 3.7a) está cargado con un generador de corriente I_o independiente. El control de la tensión media de salida V_o se ejerce a través de los tiristores T_1 y T_3 , mientras que los diodos D_2 y D_4 conducen naturalmente en los semiciclos positivo o negativo de la tensión v_i , respectivamente.

Figura 3.8

Formas de onda del convertidor de un cuadrante monofásico.



La Figura 3.8 muestra las formas de onda resultante de tensión de salida del rectificador y la corriente por la red, para un ángulo de disparo α arbitrario, considerando despreciables los efectos de L_s . Durante el semiciclo positivo de la tensión de red el diodo D_2 se encuentra polarizado en directa. En α se dispara a T_1 , entre en conducción resultando la tensión $v_o = v_i$ e $i_i = I_o$. En π radianes la tensión v_i comienza a invertir su polaridad poniendo en conducción al diodo D_4 y simultáneamente cortando a D_2 . Entre π y $\alpha+\pi$ quedan conduciendo T_1 y D_4 cerrando un circuito a la corriente I_o ³³, anulándose la tensión v_o y la corriente i_i , como se observa en la Figura 3.8. En $\alpha+\pi$ se dispara T_3 que simultáneamente corta T_1 , y junto a D_4 la tensión v_o es igual a $-v_i$ e $i_i = -I_o$. En 2π se repite el ciclo, v_i pone en conducción al diodo D_2 (cortando a D_4) y provocando la circulación de I_o por D_2 y T_3 .

La tensión media V_o resulta en función del ángulo de disparo,

$$V_o = \frac{2}{T} \int_{\alpha}^{T/2} V_i \sin(\omega t) \cdot dt = \frac{1}{\pi} V_i [1 - \cos(\alpha)]. \quad (3.11)$$

El convertidor siempre impone una tensión media positiva y dado que la conducción de los tiristores y diodos poseen un único sentido de conducción como el que impone el generador I_o , el convertidor solo opera como rectificador para el rango $0 < \alpha < \pi$.

Potencia. Factor de potencia

La potencia en la carga toma la expresión

$$P_o = V_o I_o = I_o \frac{1}{\pi} V_i [1 - \cos(\alpha)] \quad (3.12)$$

³³ Denominado este efecto de 'rueda libre'

La potencia que se toma desde la red se expresa a partir de (3.3). Dada la forma de onda de la corriente i_i (Figura 3.8) y acorde con la simetría presente, el ángulo de fase de (3.3) toma el valor $\varphi_1 = \alpha/2$. Empleando (B-6) el factor de potencia toma el valor:

$$FP = FF \cdot FD = \frac{2\sqrt{2} \sin(\frac{\pi-\alpha}{2})}{\pi \sqrt{1-\alpha/\pi}} \cdot \cos(\alpha/2). \quad (3.13)$$

Donde el factor de forma $FF = \frac{2\sqrt{2} \sin(\frac{\pi-\alpha}{2})}{\pi \sqrt{1-\alpha/\pi}}$ depende del ángulo de disparo.

El factor de potencia máximo será igual a $\alpha = 0$ que se corresponde con el FP del rectificador puente. Si bien con el aumento del ángulo de disparo la corriente eficaz total de red disminuye conforme disminuye la potencia en la carga, el contenido armónico de corriente toma mayor peso que la componente fundamental sobre la corriente de entrada que desmejora el FP del convertidor.

Rectificador semicontrolado trifásico

El rectificador semicontrolado trifásico se presenta en la Figura 3.7b). Asumiendo despreciables las inductancias de red L_s la condición favorable de disparo y conducción de los tiristores sigue la siguiente regla:

1. Los tiristores T_1 , T_3 y T_5 poseen sus cátodos sobre el polo positivo de salida, por lo tanto están en condiciones de dispararse cuando la amplitud de la tensión de su fase es la de mayor amplitud.
2. Los diodos D_2 , D_4 o D_6 conducen mientras el potencial de su cátodo es el menor de todos.
3. Solo un tiristor y un diodo pueden conducir a la vez.

El resultado de la tensión media de salida depende del ángulo de disparo y se debe distinguir entre dos rangos, para $0 < \alpha < \pi/3$ y para $\pi/3 < \alpha < \pi$. La Figura 3.9 muestra la tensión de salida y la corriente de línea resultante para cada uno de los intervalos.

El disparo de los tiristores está sincronizado con el cruce por cero de la tensión de línea entre las fases del tiristor a disparar y del tiristor a cortar. A modo de ejemplo, el ángulo de disparo de T_1 (α_1) se toma a partir del cruce por cero de la tensión de línea de línea $v_{ac} = -v_{ca}$ formada por la fase **a** de T_1 (a encender) respecto de la fase **c** de T_5 (a cortar). Como se observa en la Figura 3.9, cuando $v_a = v_c$ da el origen para el ángulo de disparo α_1 , mientras que cuando $v_b = v_a$ da el origen para el ángulo de disparo α_3 a T_3 , y así siguiendo.

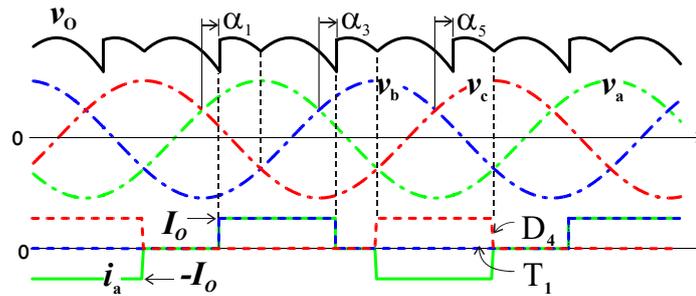
En la Figura 3.9a) se muestra el resultado para ángulo en el intervalo $0 < \alpha < \pi/3$. Como regla general, mientras los tiristores inician su conducción de acuerdo con el valor de α , los diodos lo hacen cuando su tensión de cátodo es más negativa que las demás. En α_1 se dispara T_1 conduciendo hasta que en α_3 se dispara T_3 y este corta a T_1 . Durante la conducción de T_3 comienza a conducir naturalmente D_4 (su tensión de cátodo v_a es más negativo que el de los demás). En la Figura 3.9a) solo se muestra las corrientes por T_1 y D_4 que conforman la corriente de línea i_a . La Figura 3.9b) corresponde a ángulos de disparo mayores a $\pi/3$. En estos casos se produce un efecto de rueda libre entre el tiristor y el diodo conectado a la misma fase de la red. Como se

puede observar mientras está conduciendo T_1 , dado el atraso del disparo, se enciende D_4 antes de que se dispare T_3 y por lo tanto T_1 permanece conduciendo, dando camino cerrado entre D_4 y T_1 a la corriente I_o . Se refleja este efecto en la corriente i_a que presenta un pulso de corriente de ancho inferior a $2\pi/3$.

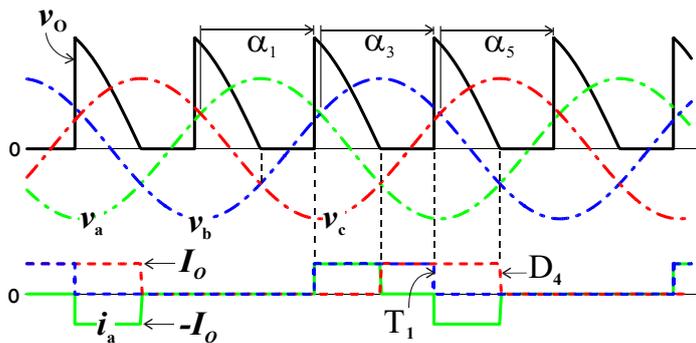
Figura 3.9

Formas de ondas del convertidor trifásico de un cuadrante, para:

a) $\alpha < \pi/3$.



b) $\alpha > \pi/3$.



Para el cálculo de la tensión media V_o en función de α se sigue la Figura 3.10a) y b). Para $\alpha < \pi/3$, se considera la suma de dos áreas, A_1 correspondiente a la de un rectificador trifásico con diodos (Figura 3.3), y A_2 corresponde al área entre $\alpha + \pi/3$ y $\alpha + 2\pi/3$, Figura 3.10a). Por lo tanto

$$V_o = \frac{3}{2\pi} (A_1 + A_2), \tag{3.14A}$$

siendo,

$$A_1 = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} V_{ll} \cos(\omega t) d\omega t = V_{ll}, \tag{3.11B}$$

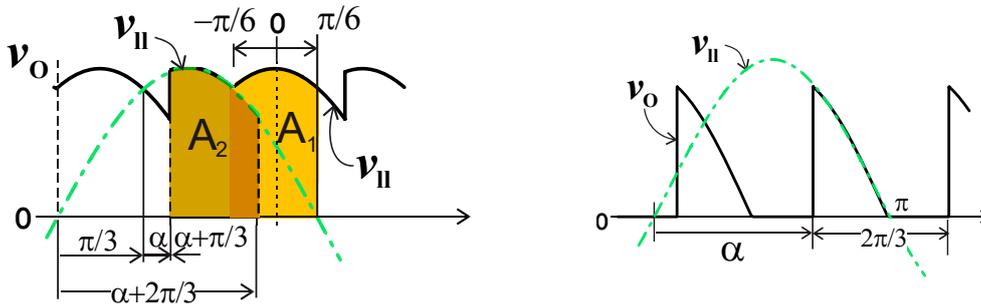
$$A_2 = \int_{\alpha + \pi/3}^{\alpha + 2\pi/3} V_{ll} \sin(\omega t) d\omega t = V_{ll} \cos \alpha. \tag{3.11C}$$

Agrupando,

$$V_o = \frac{3}{2\pi} V_{ll} (1 + \cos \alpha) \tag{3.15}$$

Figura 3.10

a) Áreas de valor medio para $\alpha < \pi/3$, b) Tensión media para $\alpha > \pi/3$.



Para ángulos de disparos superiores a $\alpha = \pi/3$, el retraso de disparo al tiristor superpone la conducción con el diodo conectado a su fase imponiendo un cero de tensión sobre v_o . Siguiendo la Figura 3.10b) la tensión media puede expresarse como:

$$V_O = \frac{3}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} V_{II} \sin(\omega t) d\omega t = \frac{3}{2\pi} V_{II} [1 + \cos \alpha] \tag{3.16}$$

El resultado final coincide con la expresión (3.15) lo que determina que el resultado le da validez para todo el rango de α .

Potencia. Factor de potencia

La potencia en la carga toma la expresión,

$$P_O = V_O I_O = I_O \frac{3}{2\pi} V_{II} [1 + \cos \alpha]. \tag{3.17}$$

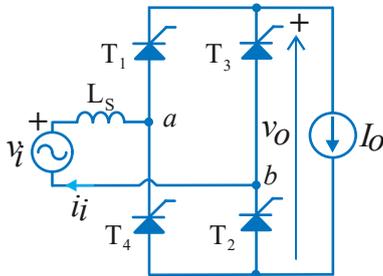
Considerando que el convertidor es ideal (sin pérdidas) la potencia en la carga es igual a la potencia tomada de la red, ec. (3.8B). La corriente de línea i_a para $\alpha < \pi/3$, Figura 3.9a), el intervalo de conducción de los tiristores y de los diodos es igual a 120° . Como se aprecia de la figura la conducción del tiristor y del diodo conectados a una fase no se superponen entre sí, generando una forma de onda de corriente asimétrica con pulsos de amplitud I_o durante 120° . Por lo tanto, los cruces por cero de la componente fundamental de corriente pasan por el centro del intervalo de corriente nula, pero la fase respecto de la tensión de fase de φ_1° es diferente a $\alpha/2$. Para el intervalo de disparos con $\alpha > \pi/3$ se acentúa la asimetría de la forma de onda de corriente por el efecto de rueda libre, Figura 3.9b). El cálculo del *FP* en ambos casos radica en determinar el *FF* y *FD* correspondientes.

Convertidores de dos cuadrantes

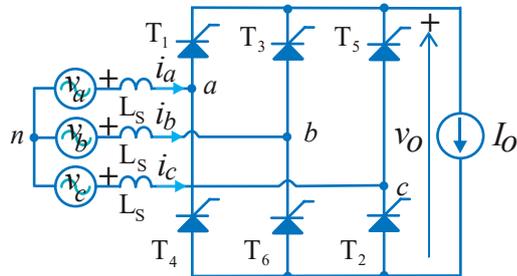
Figura 3.11

Rectificadores controlados:

a) *monofásico,*



b) *trifásico (6 pulsos).*



Los convertidores de dos cuadrantes se emplean en aquellas cargas que tienen la propiedad de invertir el flujo de potencia, como es el caso de los accionamientos con motores de corriente continua donde bajo ciertos cuadrantes de operación de la máquina es necesario un proceso de freno regenerativo. En la Figura 3.11 se presentan los puentes de rectificadores de dos cuadrantes en su configuración monofásico y trifásico o clásicamente denominado de 6 pulsos³⁴. Para el análisis de ambas topologías se supondrá que las inductancias de red (L_s) son despreciables y que el generador de corriente I_o es constante e independiente de la tensión media resultante V_o .

Puente monofásico controlado

La Figura 3.11a) presenta un puente monofásico de dos cuadrantes. Los tiristores T_1 y T_2 son encendidos durante el semiciclo positivo de la tensión de red, mientras que T_3 y T_4 se encienden durante el semiciclo negativo. Los tiristores conducen durante 180° hasta que son cortados por el encendido de los tiristores opuestos. El resultado de la tensión de salida v_o con α por debajo de $\pi/2$ se muestra en la Figura 3.12a). Durante la conducción de T_1 y T_2 la tensión $v_o = v_i$ e $i_i = I_o$, mientras que durante la conducción T_3 y T_4 la tensión $v_o = -v_i$ e $i_i = -I_o$.

Por lo tanto, la tensión media sobre v_o , resulta de aplicar la integral (3.1) en el intervalo entre α y $\alpha+\pi$:

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_i \sin(\omega t) d\omega t = \frac{2}{\pi} V_i \cos \alpha. \quad (3.18)$$

Como lo indica (3.18) dependiendo del valor de α la tensión media de salida puede cambiar de signo. Para ángulos de disparo inferiores a $\pi/2$ V_o es positiva y para ángulos superiores a $\pi/2$, V_o es negativa como se muestra en la Figura 3.12b) para un valor genérico de $\alpha > \pi/2$. Debido a la unidireccionalidad de conducción de los tiristores solo es posible que la corriente I_o sea positiva, por lo tanto, el cambio de signo posible sobre la tensión media de salida permite al

³⁴ Para muy altas potencia se emplean convertidores puentes de 12 pulsos o más a través de una adecuada conexión entre rectificadores de 6 pulsos y conexiones particulares de transformadores a la entrada del rectificador. Se logran corrientes de línea escalonada de 12 o más pulsos con reducido contenido armónico de corriente y aumentando el factor de potencia.

convertidor operar en dos cuadrantes; el cuadrante ‘rectificador’, cuando V_o es positiva, la potencia fluye desde el lado de alterna hacia el lado de continua; el cuadrante ‘inversor’, cuando V_o es negativa, la potencia fluye del lado de continua hacia el lado de alterna.

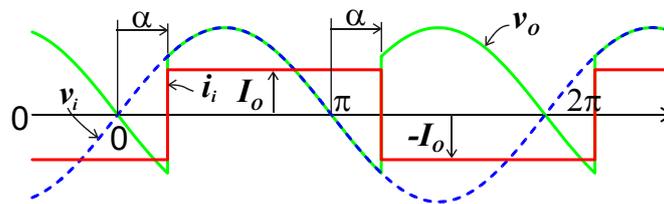
Al considerar la inductancia L_s , la tensión media se reduce tal como se planteó en (3.5) resultando el valor (Apéndice C):

$$V_o = \frac{2}{\pi} (V_i \cos \alpha - \omega L_s I_o). \quad (3.19)$$

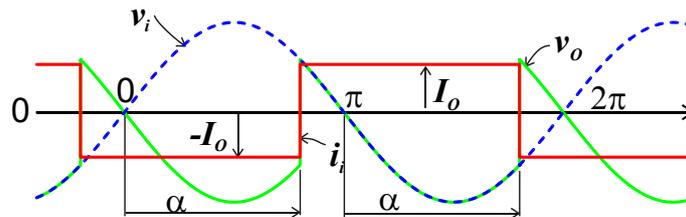
Figura 3.12

Tensiones y corriente de red;

a) como rectificador.



b) como inversor.



Potencia. Factor de potencia

Como se puede ver de la Figura 3.12 la forma de onda de corriente de red resulta cuadrada de amplitud I_o desplazada un ángulo α respecto de la tensión de la red. Asumiendo la idealidad de los convertidores, nuevamente $P_o = P_i$, por lo tanto,

$$P_o = V_o I_o = I_o \frac{2}{\pi} V_i \cos(\alpha) \quad (3.16A)$$

$$P_i = P_o = V_{irms} I_{rms(1^\circ)} \cos \alpha, \quad (3.20B)$$

siendo $I_{rms(1^\circ)}$ el valor eficaz del primer armónico de i_i . Por lo tanto, mientras $\alpha < \pi/2$ la potencia es positiva y mientras $\alpha > \pi/2$ la potencia es negativa.

Para el cálculo del *FP* se aplica (B-6) siendo el factor de forma igual al rectificador puente dado en (3.4), y dada la simetría de $1/4$ de onda de la corriente, el factor de desplazamiento resulta igual al ‘ $\cos \alpha$ ’, así;

$$FP = FF \cdot FD = 0,9 \cos \alpha. \quad (3.21)$$

Como se desprende de (3.21) para $\alpha < \pi/2$ el rectificador posee un $FP > 0$, Figura 3.12a) y para $\alpha > \pi/2$ el inversor presenta un $FP < 0$, Figura 3.12b).

Puente trifásico

El control de fase con un puente trifásico requiere atención en los intervalos de disparo sobre los tiristores. Teniendo en cuenta el convertidor de la Figura 3.11b) y considerando despreciable los efectos de conmutación introducidos por L_s , en un puente rectificador trifásico se pueden establecer 4 puntos como regla para determinar la conducción de los tiristores:

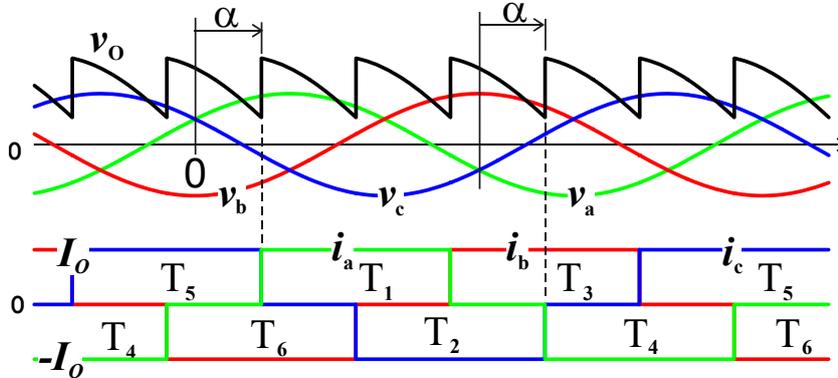
1. Los tiristores T_1 , T_3 y T_5 poseen sus cátodos sobre el polo positivo de salida, por lo tanto están en condiciones de dispararse aquellos que poseen la tensión de ánodo de mayor amplitud de todos.
2. Solo un tiristor conectado al polo positivo puede conducir a la vez.
3. Los tiristores T_2 , T_4 y T_6 poseen sus ánodos sobre el polo negativo de salida, por lo tanto están en condiciones de dispararse aquellos cuya tensión de cátodo la de menor amplitud de todos.
4. Solo un tiristor conectado al polo negativo puede conducir a la vez.

Adicionalmente, cada tiristor conducirá por un intervalo de 120° como sucede con los diodos en el rectificador trifásico. La conducción de un tiristor es interrumpida por el encendido del tiristor contiguo, es decir: T_1 corta a T_5 , T_3 a T_1 y T_5 a T_3 . De modo similar, T_2 corta T_6 , T_4 a T_2 y T_6 a T_4 .

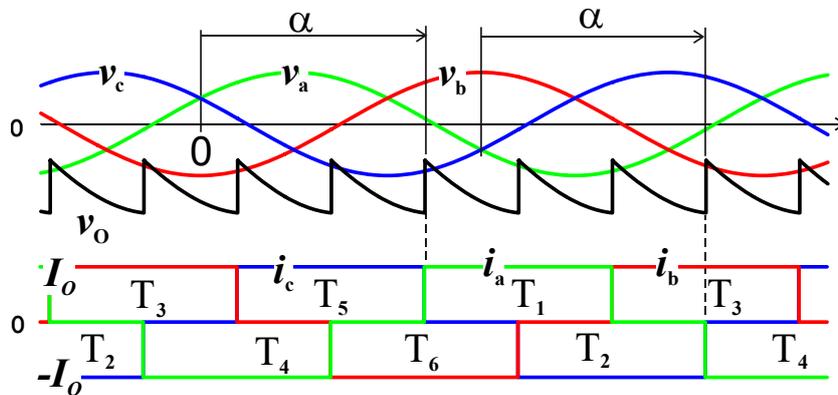
Figura 3.13

Corrientes de línea y tensión de salida;

a) como rectificador.



b) como inversor.



La Figura 3.13 presenta las formas de tensión y corriente resultantes para dos condiciones de operación, a) $\alpha < \pi/2$ y b) $\alpha > \pi/2$. Como se puede observar la tensión media cambia de signo a partir de $\alpha = \pi/2$ ³⁵. Mientras $\alpha < \pi/2$ (Figura 3.13a) el convertidor opera como rectificador y cuando $\alpha > \pi/2$ (Figura 3.13b) el convertidor opera como inversor.

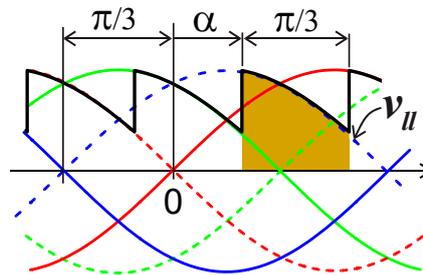
El esquema de sincronización de disparo empleado en un convertidor puente trifásico controlado corresponde a la Figura 3.6. En este caso es necesario implementar el sincronismo entre los pares de tiristores T₁-T₄, T₃-T₆ y T₅-T₂. Para ello, el origen de disparo del tiristor se toma a partir del cruce por cero de la tensión de línea formada entre las tensiones de fase correspondientes al tiristor en conducción respecto del próximo a disparar, como se indica en la Figura 3.14, para un tiristor cualquier. El valor de la tensión media resultante sobre v_o se calcula a partir de la expresión,

$$V_O = \frac{3}{\pi} \int_{\alpha+\pi/3}^{\alpha+2\pi/3} V_{ll} \sin \omega t \, d\omega t = \frac{3}{\pi} V_{ll} \cos \alpha, \quad (3.22)$$

Los límites de integración corresponden al área sombreada en la forma de onda de tensión de salida.

Figura 3.14

Sincronismo de disparo.



Cuando la inductancia L_S es tenida en cuenta, la tensión media se ve afectada respecto de su valor ideal como se indicó en los casos anteriores de modo que la tensión media resultante toma la expresión:

$$V_O = \frac{3}{\pi} (V_{ll} \cos \alpha - \omega L_S I_O). \quad (3.23)$$

Potencia. Factor de potencia

La potencia del lado de continua se expresa como

$$P_O = I_O V_O = I_O \frac{3}{\pi} V_{ll} \cos \alpha. \quad (3.24)$$

³⁵ Las variaciones de tensión (ripple) sobre la tensión media V_O reduce su amplitud cuando α se acerca a 0 o a π radianes. El ripple tiene una periodicidad igual a seis veces la de red y por esta razón se suele denominar convertidor o rectificador controlado de 6 pulsos.

Las corrientes de línea i_a , i_b , e i_c se indican en la Figura 3.13 donde se pueden detectar claramente la fase respecto de las tensiones de fase v_a , v_b y v_c , respectivamente. Dada la simetría de la forma de onda de las corrientes de línea, los armónicos presentes son impares sin contenido de 3^{er} armónico y sus múltiplos. Nuevamente la potencia del lado de la red está definida por la componente fundamental de la corriente de línea y la fase resultante respecto a la tensión de fase.

$$P_i = 3V_{frms}I_{irms(1^\circ)} \cos \alpha, \tag{3.25}$$

donde $V_{frms} = V_{lirms}/\sqrt{3}$ es la tensión eficaz de fase e $I_{irms(1^\circ)} = \left(2\sqrt{3}/\pi\sqrt{2}\right)I_o$ es la componente eficaz de corriente fundamental de línea. Aplicando (B-26), el factor de potencia toma el valor:

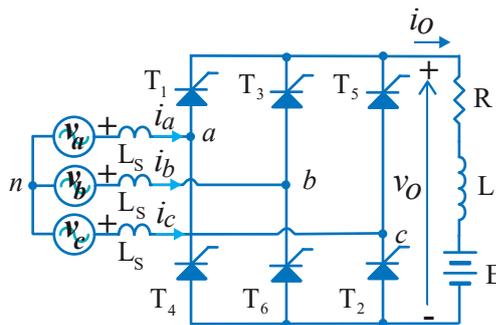
$$FP = FF.FD = 3/\pi \cdot \cos \alpha. \tag{3.27}$$

El *FP* de un convertidor trifásico se superior al monofásico por la mejora del *FF*.

Ejemplo 3.1. Convertidor con carga real

En la práctica las cargas sobre el convertidor se ajustan a un generador de corriente constante en ciertas condiciones de trabajo. Tal es el caso de la armadura de un motor de corriente continua con excitación de campo independiente. La Figura 3.15 muestra los componentes que constituyen el circuito de armadura de un motor de corriente continua. Como se verá la tensión E representa la fuerza electromotriz inducida en la armadura proporcional a la velocidad de rotación del eje del motor, mientras que la resistencia e inductancia son parámetros propios del arrollamiento de armadura. Por otro lado, la corriente de armadura es independiente de la velocidad, depende del estado de carga mecánica o par sobre el eje del motor.

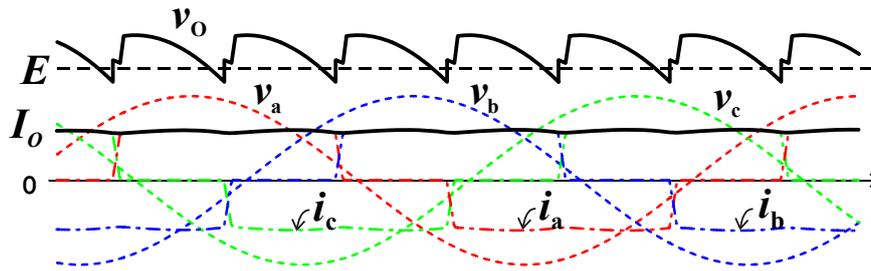
Figura 3.15
Carga real R-L-E.



Un motor operando en condiciones nominales de carga genera una tensión $E = 380V$, siendo la inductancia de armadura (L) de 56mH y su resistencia de armadura (R) de 4,5Ω. La corriente (i_o) que demanda el motor es de 22,5A desarrollando la potencia nominal en el eje del motor. La red es trifásica de 380V_{lirms} de modo que para alcanzar las condiciones de trabajo se aplica un ángulo de disparo $\alpha = \pi/5$ rad. Considerando las inductancias de línea $L_s = 1mH$, las formas de onda de salida de tensión y corriente de línea se observan en la Figura 3.16. Aunque la corriente sobre la carga i_o presenta una pequeña ondulación alrededor del valor medio que puede ser despreciada y considerar a i_o como un generador de corriente constante.

Figura 3.16

Tensión v_o y corrientes de carga y líneas para $\alpha = \pi/5$.



Para alcanzar la velocidad deseada del motor la tensión media sobre el circuito de armadura V_o debe compensar la caída de tensión sobre R , tal que:

$$V_o = E + RI_o \tag{3.28}$$

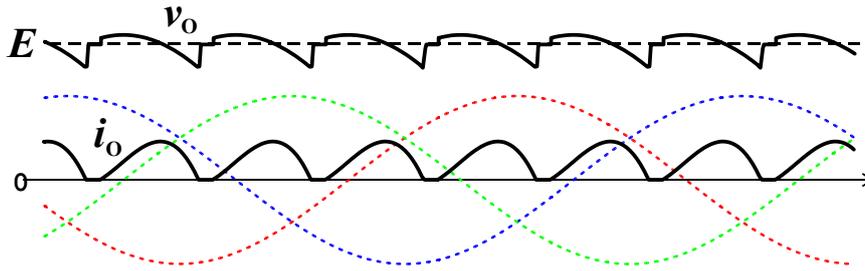
Como se analizó, la presencia de las inductancias L_s determina el tiempo de conmutación entre los tiristores como se reflejan en las corrientes de línea (punteadas). El intervalo de conmutación crece con la amplitud de la corriente I_o , por lo tanto, la tensión media V_o sufre una caída conforme crece la corriente de carga, si se mantiene el ángulo de disparo fijo. El valor medio calculado en bornes de la armadura a partir de la expresión (3.23),

$$V_o = \frac{3}{\pi} \left(\sqrt{2} \cdot 380V \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - 2 \cdot \pi \cdot 50[Hz] 1[mH] 22,5[A] \right) = 415,17V - 6,75V = 408,42V$$

Cuando la carga mecánica sobre el eje del motor se reduce hasta quedar girando el motor en 'vacío', la corriente de armadura se reduce significativamente y se observa que sin cambiar el ángulo de encendido el valor de V_o crece por encima del valor con carga. En esta condición la corriente media de armadura se reduce significativamente y el convertidor ingresa en *modo de conducción discontinua*. Como se aprecia en la Figura 3.17, la corriente i_o resulta pulsante con intervalos de valor nulo. Los tiristores se cortan naturalmente al extinguirse la corriente i_o desapareciendo la conmutación de corriente entre ellos, de modo que las inductancias de línea no tienen efecto sobre la tensión de salida. Como se observa en la Figura 3.17, mientras la corriente i_o es nula la tensión sobre v_o es igual a la tensión inducida E . Por esta razón, y manteniendo el ángulo de disparo fijo, la tensión media sobre la salida del convertidor crece por encima de (3.23). La tensión medida de salida depende de la discontinuidad de corriente de carga.

Figura 3.17

MCD sobre el rectificador controlado trifásico.



Características de salida de puentes controlados

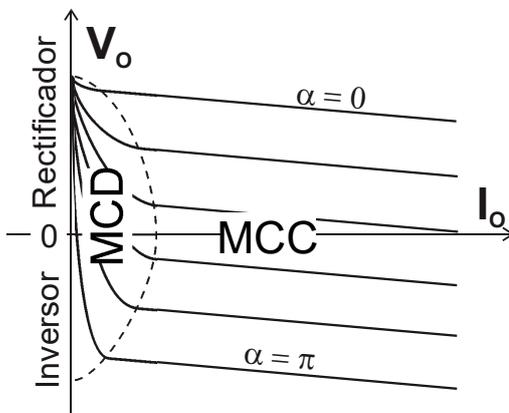
La característica de salida V_o-i_o de un convertidor puente con control de fase, monofásico o trifásico, de dos cuadrantes toma una forma como se presenta en la Figura 3.18, para una familia de ángulos de disparos entre 0 y π radianes. La corriente de salida es siempre positiva mientras que la tensión V_o puede ser positiva o negativa dependiendo del ángulo de disparo. Cuando $\alpha < \pi/2$ el convertidor opera como *rectificador* y cuando $\alpha > \pi/2$ el convertidor opera como *inversor*.

Tomando el Ejemplo 3.1 y considerando como una carga pasiva el valor del ángulo de disparo establece el valor de corriente si el valor de E es constante. De modo que si se aumenta ligeramente el ángulo de disparo el valor medio de corriente se reduce y se ingresa en modo de conducción discontinua. Sobre la familia de características de la Figura 3.18 se indica en línea punteada el límite de las regiones de operación en *modo de conducción continua (MCC)* o en *modo de conducción discontinua (MCD)*. El límite superior de la tensión media teórica corresponde a la tensión pico de línea impuesta por la red de alterna.

En modo de conducción continua se muestra la caída de tensión efectiva proporcional a la corriente I_o que provoca la presencia de las inductancias parásitas de la línea como se mostró en las diferentes topologías.

Figura 3.18

Característica V_o-i_o de dos cuadrantes.



$$\Delta V_o \equiv |\omega L_s I_o|. \quad (3.29)$$

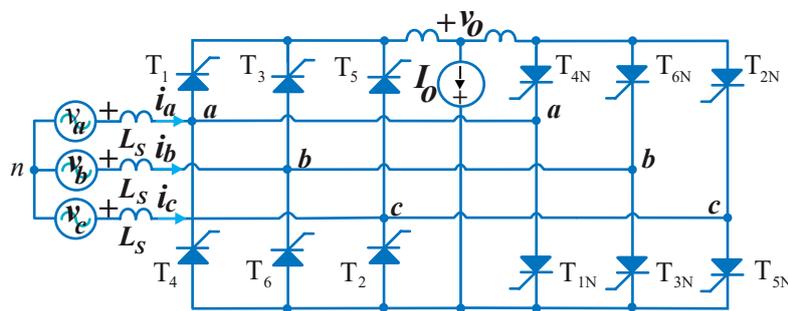
Operando como rectificador para un ángulo de disparo en MCC la tensión V_o en bornes del convertidor toma un valor inferior de tensión o una regulación de salida. Mientras que operando como inversor la tensión media resulta superior al valor de tensión media calculado.

Convertidores de cuatro cuadrantes

La acción combinada de convertidores conectados ‘*espalda con espalda*’ como se observa en la Figura 3.19 para un convertidor trifásico, permite la operación en cuatro cuadrantes. Ambos convertidores poseen la característica de dos cuadrantes, Figura 3.18, y se complementan entre sí el sentido de la corriente para conformar los cuatro cuadrantes. Mientras el convertidor con los tiristores T_1 a T_6 permite el sentido positivo de la corriente de carga I_o , el convertidor con los tiristores T_{1N} a T_{6N} da camino a una corriente de carga negativa.

Figura 3.19

Convertidor de cuatro cuadrantes.



En esta configuración el ángulo de disparo de los tiristores T_1 a T_6 está π radianes en adelante respecto al ángulo de disparo de los tiristores T_{1N} a T_{6N} . Como ejemplo; si el ángulo de disparo α es aplicado a T_1 y a T_{4N} , entonces el disparo de T_4 y T_{1N} se realiza en $\alpha + \pi$ radianes. Si este valor de disparo corresponde a un valor positivo de V_o , impuesto por el convertidor de la izquierda, para el convertidor de la derecha la tensión media es negativa.

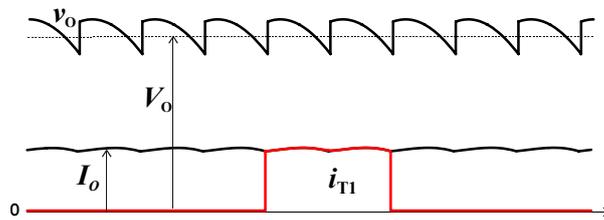
Ejemplo 3.2. Convertidor de cuatro cuadrantes

El motor del Ejemplo 3.1 es accionado mediante un convertidor de cuatro cuadrantes como el de la Figura 3.19 que actúa en una cinta de transporte. Aplicando un ángulo de disparo $\alpha = \pi/5$ a T_1 y T_{4N} , y los correspondientes ángulos a los tiristores restantes, la tensión media V_o y la corriente I_o sobre la armadura del motor resulta positiva siendo la potencia entregada por el convertidor izquierdo de la Figura 3.19. Los tiristores T_1 a T_6 están activos dando camino a la corriente de carga I_o , mientras que los tiristores T_{1N} a T_{6N} están inactivos en esta condición, como se indica en la Figura 3.20a). Cuando el ángulo de disparo $\alpha = \pi/5$ se aplica a T_{1N} y T_4 , y los correspondientes ángulos a los tiristores restantes, la tensión media sobre el motor cambia de signo. El motor invierte el sentido de giro y con ello el movimiento de la cinta de transporte por lo tanto la corriente media cambiar también de signo. Ahora la potencia que demanda la carga proviene del convertidor de la derecha de la Figura 3.19. La corriente de carga se cierra por los tiristores T_{1N} a T_{6N} y los tiristores del convertidor izquierdo quedan inactivos, como se indica en la Figura 3.20b).

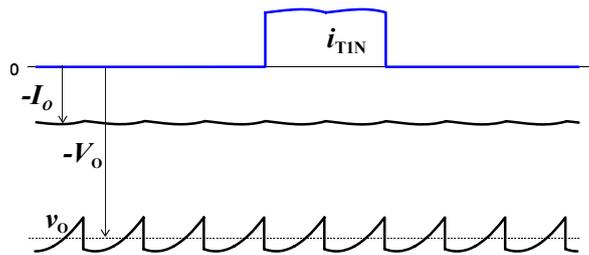
Figura 3.20

Formas de onda de tensiones y corrientes para $\alpha = \pi/5$:

a) sobre T_1 y T_{4N} .



b) sobre T_{1N} y T_4 .



Convertidores a diferentes frecuencias

Los convertidores de corriente continua a corriente continua (CC – CC) y los convertidores de corriente continua a corriente alterna (CC – CA) conmutan sus llaves a frecuencias muy por encima de la frecuencia de red para lograr alta eficacia³⁶ de conversión.

En general los convertidores CC – CC conmutan a frecuencias entre 50KHz a 100KHz, pero en la actualidad y para bajas potencias, se encuentran frecuencias de 1MHz. En la conversión CC – CA aplicada a los accionamientos eléctricos, se encuentra en un gran rango de frecuencias debido al amplio abanico de potencias. Para accionamientos de potencias por debajo de 1KW se puede operar a frecuencias altas, mientras que para potencias por encima de 1MW la frecuencia está por debajo del KHz. Las aplicaciones más particulares donde se emplean cargas resonantes como son hornos por inducción, pueden alcanzarse frecuencias por encima de los 100KHz.

Los convertidores CC – CC y CC – CA pueden ser agrupados en función de sus características de salidas: de un cuadrante, de dos cuadrantes y de cuatro cuadrantes de operación. En lo que sigue se describen los convertidores empleados en los accionamientos específicos de corriente continua y de corriente alterna.

Convertidor conmutado de un cuadrante

La Figura 3.21 muestra dos posibles configuraciones de una misma topología de conversión CC-CC aplicado a los accionamientos de continua para un cuadrante de operación. En ambos casos se considera como carga un generador de corriente independiente.

³⁶ No confundir eficacia con eficiencia. La eficacia está relacionada con el logro de la acción de conversión con bajo volumen, peso y costo. La eficiencia está relacionada con las pérdidas de potencia presente en los componentes reales.

Las formas de onda de corrientes y tensiones resultante conmutando T_s con un ciclo de trabajo d , se observan en la Figura 3.21b). Mientras la señal de comando $s = 1$ (T_s ON, D_i OFF) la corriente I_o se cierra a través de T_s y la batería, y cuando $s = 0$ (T_s OFF) I_o pone en conducción a D_i , forzando un cero de tensión sobre v_a . Por lo tanto, la tensión resultante sobre la carga es pulsante entre V_{bat} y cero, cuyo valor medio resulta:

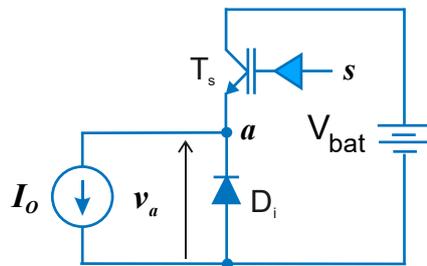
$$V_a = \frac{1}{T} \int_0^T v_a dt = d \cdot V_{bat}. \quad (3.30)$$

La tensión media es proporcional al ciclo de trabajo. El convertidor de la Figura 3.21a) corresponde a un *reductor* donde V_a es inferior a V_{bat} , y la potencia fluye de la batería a la carga. Siendo la corriente sobre la batería igual a la de la llave por lo tanto su valor medio determina la potencia gastada de valor,

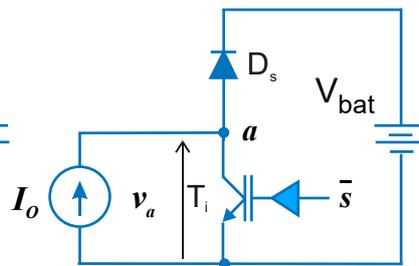
$$P_{bat} = d \cdot I_o \cdot V_{bat}. \quad (3.31)$$

Figura 3.21

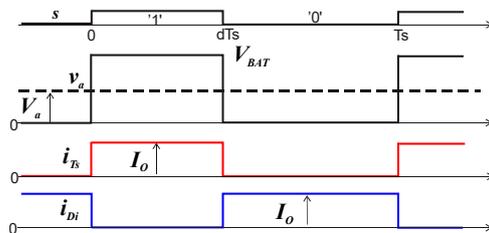
a) *Convertidor reductor.*



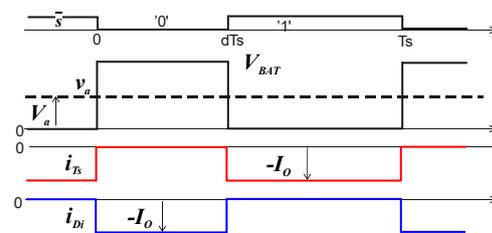
c) *Convertidor elevador*



b) *Corriente y tensión sobre el reductor.*



d) *Corriente y tensión sobre el elevador.*



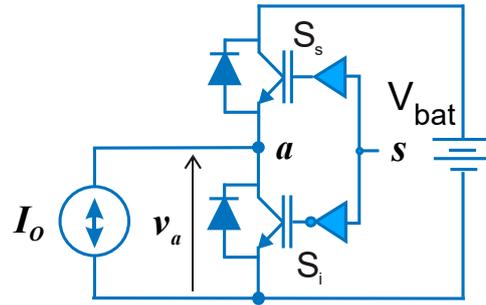
En la Figura 3.21c) la topología actúa como convertidor *elevador* y la potencia fluye del generador I_o hacia la batería. Las formas de onda de corrientes y tensiones resultante conmutando T_i con un ciclo de trabajo $(1-d)$, se observan en la Figura 3.21d). Mientras la señal de comando $\bar{s} = 1$ ($= 1 - s$) (T_i ON D_s OFF), la corriente I_o se cierra a través de T_i haciendo nula la tensión v_a . Cuando $\bar{s} = 0$, (T_i OFF) I_o fuerza la conducción del diodo D_s inyectando corriente a la batería. La forma de onda de tensión sobre I_o se conserva y por lo tanto la tensión media (3.30). Sin embargo, en este caso la corriente por la batería invierte su signo de modo que la potencia fluye hacia la batería,

$$P_{bat} = d \cdot (-I_o) \cdot V_{bat}. \quad (3.32)$$

Como la potencia fluye hacia la batería y V_{bat} es mayor a V_a , deriva la denominación de convertidor elevador.

Figura 3.22

Convertidor conmutado de cuatro cuadrantes.



En ambos casos la tensión es positiva respecto del polo negativo de la batería, sin embargo dependiendo de la configuración de las llaves la corriente puede fluir solo hacia la carga o solo hacia la batería. En el caso de la Figura 3.21a) se corresponde con un motor de continua que demanda potencia en el eje. El caso de la Figura 3.21b) se ajusta a una operación de regeneración de potencia desde un motor de continua.

Convertidor conmutado de dos cuadrantes

La combinación de las topologías reductora y elevadora permiten obtener dos cuadrantes de operación como se observa en la Figura 3.22. En esta configuración las llaves S_s y S_i operan en forma complementaria, mediante el comando de la señal s , y son bidireccionales en corriente para poder controlar el flujo de potencia de la batería a la carga o viceversa.

Ejemplo 3.3. Acción motora y frenado

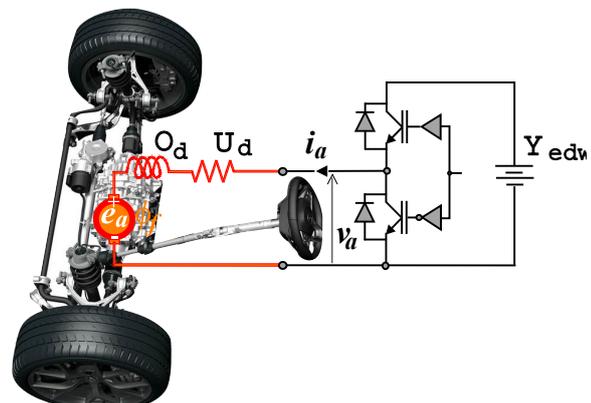
Un vehículo eléctrico es accionado por un convertidor de dos cuadrantes sobre un motor eléctrico de continua como se muestra en la Figura 3.23. El convertidor alimenta el circuito de armadura representado por la fuerza electromotriz E_a , la resistencia de armadura R_a y la autoinductancia de la armadura L_a .

El vehículo se desplaza a velocidad constante por un camino llano por acción del motor que demanda una corriente de armadura de 30A. Siendo $R_a = 1\Omega$, $L_a = 3mH$ y $E_a = 150V$ (\cong a 1230rpm). Con una batería de 300V se necesita un ciclo de trabajo del 60% para aplicar la tensión media necesaria de armadura y alcanzar la velocidad de desplazamiento.

En la Figura 3.24a) se observan que la tensión media aplicada a la armadura del motor es de 180V para alcanzar la corriente de armadura de 30A como se ve en la Figura 3.24b). La corriente

Figura 3.23

Accionamiento de un motor de continua



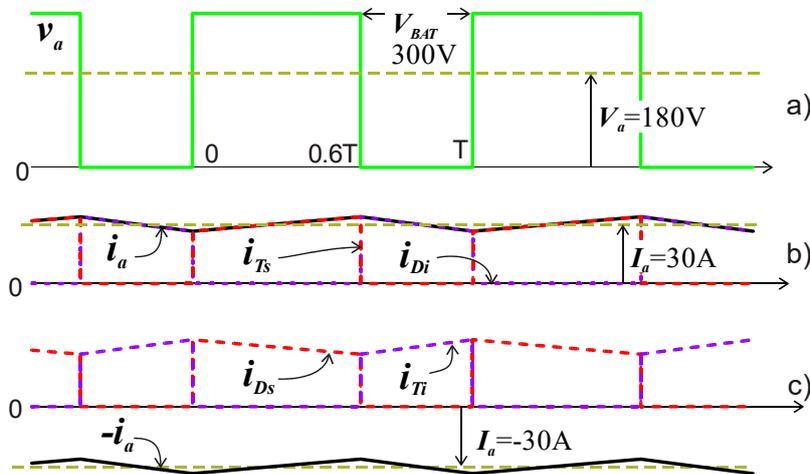
contiene un ripple sobrepuesto al valor medio debido a la presencia de la inductancia L_a del motor, que absorbe la diferencia de tensión instantánea entre la que aplica el convertidor y la tensión E_a . La amplitud y la forma temporal del ripple es función de la relación entre la constante de tiempo L_a/R_a y el período de conmutación (T) de las llaves. En este caso se tomó una frecuencia de conmutación mucho mayor a $R_a/L_a = 333.10^2$ [seg⁻¹]. La figura también muestra las corrientes sobre T_s y D_i , i_{TS} e i_{Di} respectivamente.

El vehículo sigue desplazándose y alcanza una pendiente en descenso. Por efecto de la gravedad aparece una fuerza que tiende a acelerar el vehículo y el motor comienza a generar un par antagónico de freno. Mientras se mantiene fijo el ciclo de trabajo de las llaves la tensión media de armadura permanece en 180V. Al comenzar el descenso el vehículo se acelera ligeramente elevando la tensión E_a a 210V (\cong a 1725rpm) para encontrar un nuevo punto de equilibrio, dado que en esta condición la corriente de armadura debió de cambiar de signo desarrollando un par de frenado, como se muestra en la Figura 3.24c). El motor frena el movimiento de descenso debido invirtiendo el flujo de la potencia, del motor hacia la batería. En este modo regenerativo los dispositivos que conducen son D_s y T_i .

En este ejemplo se demuestra la necesidad de bidireccionalidad del flujo de la potencia necesaria sobre el convertidor CC – CC posible de empear con dos los dos cuadrantes de operación.

Figura 3.24

a) Tensión de armadura, b) corriente de armadura y llaves como motor, c) corriente de armadura y llaves como freno.



Convertidor de cuatro cuadrantes

El convertidor de cuatro cuadrantes, también denominado convertidor puente, resulta de agrupar dos convertidores de dos cuadrantes como se muestra en la Figura 3.25a). La tensión aplicada a la carga es la diferencia entre las tensiones de columnas v_a y v_b . Cada columna está formada por dos llaves, una superior (S_s) y una inferior (S_i) que operan complementariamente, a través de las

señales de comando s_a y s_b . Cada señal de comando ataca los gates de las llaves mediante una etapa lógica, tal que el valor ‘1’ enciende la llave superior y apaga la inferior y viceversa. De este modo la tensión de columna se puede expresar en función de la señal de comando

$$v_i = s_i \cdot V_{bat} \quad \text{con } i = a, b. \quad (3.33)$$

Y la tensión entre ambas puede expresarse como la diferencias entre las tensiones de columna,

$$v_{ab} = v_a - v_b = (s_a - s_b)V_{bat}. \quad (3.34)$$

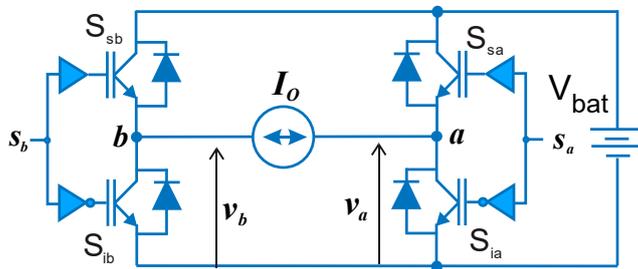
La tensión media V_{ab} por definición resulta,

$$V_{ab} = \frac{V_{bat}}{T} \int_0^T (s_a - s_b) \cdot dt = (d_a - d_b)V_{bat}. \quad (3.35)$$

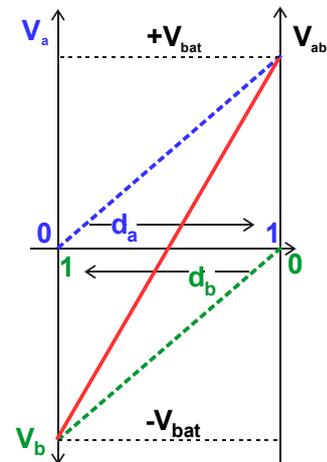
siendo d_a y d_b los ciclos de trabajo de las llaves de las columnas **a** y **b** respectivamente. Como lo indica (3.35) para que V_{ab} sea diferente de cero, los ciclos de trabajo no deben ser iguales y dependiendo del valor entre ellos la tensión V_{ab} será mayor a cero si $d_a > d_b$ y menor a cero si $d_a < d_b$. La Figura 3.25b) muestra cómo varían las tensiones medias de columna V_a , V_b y la diferencia entre ellas V_{ab} en función de los ciclos de trabajo.

Figura 3.25

a) *Convertidor de cuatro cuadrantes.*



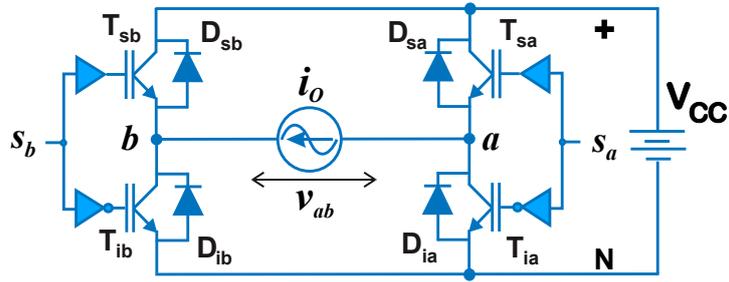
b) V_{ab} en función de $(d_a - d_b)$.



Inversor-rectificador activo monofásico

Si los ciclos de trabajo en un convertidor de cuatro cuadrantes son exactamente iguales, la tensión media es nula, (3.35), y la forma de onda resultante entre los nodos **a** y **b** es cuadrada de período T . Por lo tanto, si las señales de comando poseen un ciclo de trabajo fijo del 50% y están desfasadas 180° entre sí, se convierte una tensión de continua en una tensión alternada.

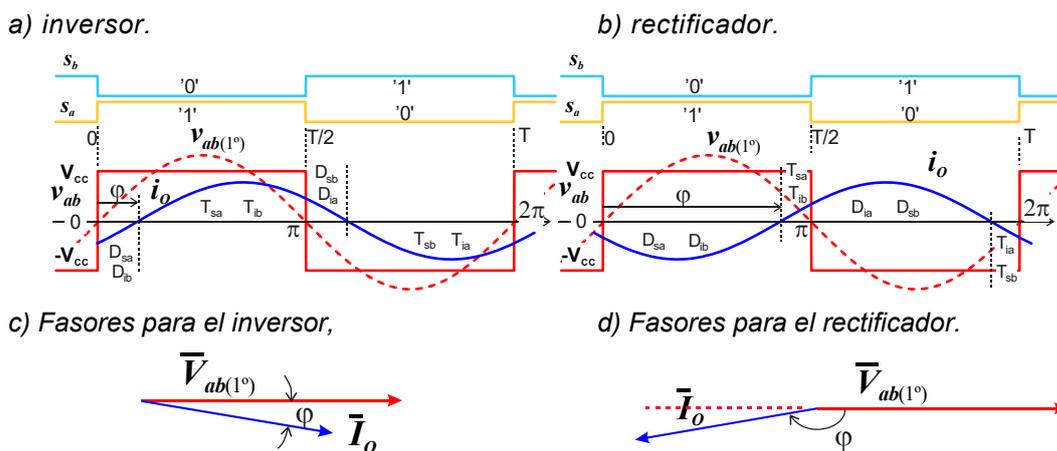
Figura 3.26
 Convertidor CC-CA monofásico.



El convertidor CC – CA de la Figura 3.26 está alimentado con la tensión continua V_{cc} proveniente de una batería o provista a través de rectificar la tensión de red y posterior filtrado. Este convertidor presenta dos modos de operación; cuando la potencia fluye del lado de continua hacia el lado de alterna opera como *inversor autónomo*³⁷, si la potencia fluye desde el lado de alterna hacia el lado de continua el convertidor opera como un *rectificador-activo*.

En la Figura 3.27 se presentan ambas condiciones de operación asumiendo del lado de alterna un generador de corriente sinusoidal con período T . Cuando la fase de la corriente i_o es menor o igual $\pm\pi/2$ respecto de la tensión v_{ab} , el generador demanda potencia activa y reactiva y por lo tanto actúa como una carga, como se muestra en la Figura 3.27a) para $\varphi < \pi/2$ en atraso. La Figura 3.27c) representan en modo fasorial la corriente i_o y la componente fundamental de tensión $v_{ab(1^\circ)}$.

Figura 3.27
 Formas de onda de tensiones y corrientes.



³⁷ El convertidor CC – CA como inversor genera una tensión alternada de amplitud y frecuencia de forma autónoma, a partir de las señales de comando. Mientras que un convertidor con control de fase de dos cuadrantes operando como inversor no es autónomo, necesita del lado de alterna la amplitud y la frecuencia de la red.

Observando la conducción de las llaves del convertidor en los diferentes intervalos indicados en la Figura 3.27a), se aprecia que la mayor parte del tiempo están conduciendo los transistores y en intervalos reducidos los diodos de las llaves. En la Figura 3.28a) se muestra la corriente instantánea tomada desde la batería. Entre 0 y π radianes $i_{CC} = i_o$, mientras que entre π y 2π radianes $i_{CC} = -i_o$. En este modo de operación el flujo de potencia es hacia la carga como podría ser el caso de un accionamiento sobre un motor de alterna donde la potencia desarrollada en el eje del motor proviene del lado de continua.

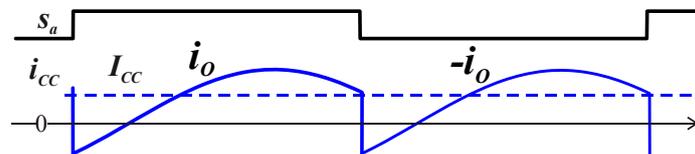
Cuando la fase de i_o es mayor a $\pm\pi/2$ respecto de la tensión, el flujo de potencia fluye hacia la batería. La Figura 3.27b) presenta el caso para $\varphi > \pi/2$ en atraso y en la Figura 3.27d) el diagrama fasorial. En este caso, los diodos permanecen más tiempo en conducción que los transistores, invirtiéndose el valor medio de i_{CC} , por lo tanto la potencia invierte su signo como se muestra en la Figura 3.28c). Un caso típico de esta condición de operación se presenta cuando un motor ingresa en modo regenerativo. La potencia mecánica se regenera inyectando potencia hacia la batería.

El uso del convertidor CC – CA como ‘rectificador activo’ implica conectar un inversor del lado de la red ajustando la fase de la corriente de línea de modo de alcanzar un factor de potencia cercano a la unidad.

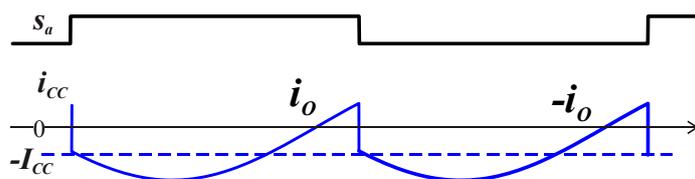
Figura 3.28

Corriente por la batería:

a) en modo inversor.



b) en modo rectificador.



Cálculo de potencia. Corriente por la barra de continua

El cálculo de la potencia instantánea en el lado de alterna se puede expresar como

$$p_o = i_o v_{ab}. \tag{3.36}$$

Siendo i_o sinusoidal con una fase φ arbitraria y tomando la representando de la tensión v_{ab} en desarrollo de serie de Fourier, correspondiente a la forma de onda cuadrada de amplitud V_{CC} y periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$, la potencia se expresa:

$$p_o = I_o \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sum_{h \text{ (impares)}} \frac{4V_{CC}}{h\pi} \sin(h\omega t). \tag{3.37}$$

Apartando de la sumatoria la componente fundamental de tensión, y considerando la relación trigonométrica,

$$\sin A \cdot \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)], \quad (3.38)$$

resulta:

$$p_o = \frac{2V_{CC}I_o}{\pi} \cos(\varphi) - \frac{2V_{CC}I_o}{\pi} \cos(2\omega t + \varphi) + \sum_{h \text{ (impares)} \neq 1} \frac{2V_{CC}}{h\pi} I_o \{ \cos[(h-1)\omega t + \varphi] - \cos[(h+1)\omega t + \varphi] \}. \quad (3.39)$$

Asumiendo que el rendimiento del convertidor es del 100% la potencia consumida en la carga es igual a la potencia de la fuente de continua. Por lo tanto tomando (3.36),

$$V_{CC}i_{CC} = i_o v_{ab}, \quad (3.40)$$

Como se observa en la Figura 3.28 la corriente i_{CC} puede ser compuesta por un valor medio (I_{CC}) más una fluctuación (*ripple*) de corriente (\widetilde{i}_{CC}).

Combinando (3.39) y (3.40),

$$V_{CC}(I_{CC} + \widetilde{i}_{CC}) = \frac{2V_{CC}I_o}{\pi} \cos(\varphi) + \frac{2V_{CC}I_o}{\pi} \left[-\cos(2\omega t + \varphi) + \sum_{h \text{ (impares)} \neq 1} \frac{1}{h} \{ \cos[(h-1)\omega t + \varphi] - \cos[(h+1)\omega t + \varphi] \} \right]. \quad (3.41)$$

Agrupando términos de ambos lados de la igualdad, resulta la potencia promedio en el período de salida, como:

$$P_o = V_{abrms(1^\circ)} I_{Orms} \cos(\varphi) = V_{CC} I_{CC}. \quad (3.42)$$

donde $V_{abrms(1^\circ)} = \frac{2\sqrt{2}V_{CC}}{\pi} e$ e $I_{Orms} = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$.

Por lo tanto se puede expresar $I_{CC} = \frac{2I_o}{\pi} \cos(\varphi)$. Mientras que del segundo término de (3.41) se desprende el contenido armónico de la fluctuación de corriente \widetilde{i}_{CC} ,

$$\widetilde{i}_{CC} = \frac{2I_o}{\pi} \left[-\cos(2\omega t + \varphi) + \sum_{h \text{ (impares)} \neq 1} \frac{1}{h} \{ \cos[(h-1)\omega t] - \cos[(h+1)\omega t] \} \right]. \quad (3.43)$$

Esta fluctuación posee una periodicidad fundamental igual al doble del periodo de la corriente de carga. Este término no contribuye a la potencia gastada en la carga, estas corrientes armónicas circular por la fuente de continua provocando pérdidas en los diseños de convertidores reales.

Inversor trifásico

El convertidor de CC – CA trifásico se presenta en la Figura 3.29. La barra de continua V_{CC} alimenta tres columnas **a**, **b** y **c** comandadas por las señales s_a , s_b y s_c , respectivamente. La Figura 3.30 muestra una secuencia de comando sobre cada llave con un ciclo de trabajo del 50% del período y las tensiones de línea resultantes. Las señales de comando están desplazadas entre sí en $2\pi/3$ radianes, conformando entre los nodos **a**, **b** y **c** un sistema de tensiones alter-nadas balanceadas y equilibradas tal que la suma de las tensiones de línea sea cero:

$$v_{ab} + v_{bc} + v_{ca} = 0 \tag{3.44}$$

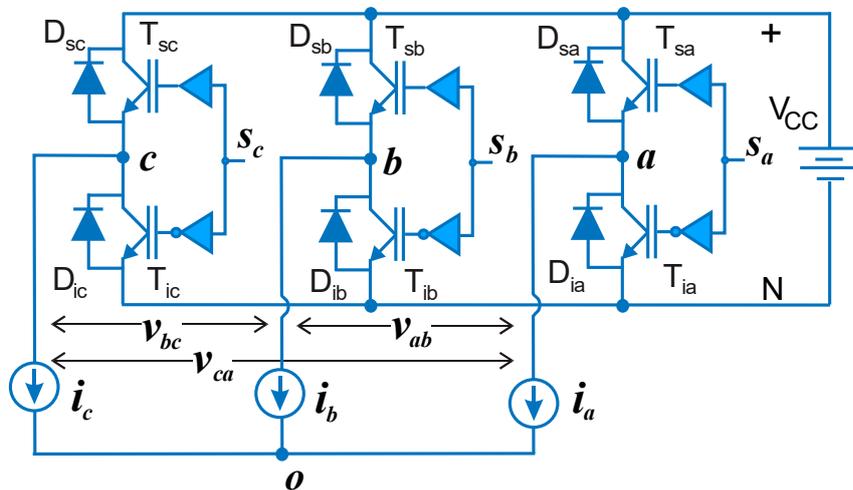
De modo similar a como se plantea para un inversor monofásico las tensiones de línea pueden expresarse a partir de las tensiones de columna (v_{iN} con $i = a, b, c$) de la forma:

$$\begin{bmatrix} v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{aN} \\ v_{bN} \\ v_{cN} \end{bmatrix}. \tag{3.45}$$

A la vez, las tensiones de columna pueden escribirse en función de las señales de comando,

$$\begin{bmatrix} v_{aN} \\ v_{bN} \\ v_{cN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} V_{CC} \tag{3.46}$$

Figura 3.29
 Conversor CC-CA trifásico.



La composición armónica de las tensiones de línea se obtiene a partir de aplicar (3.45) plan-teando la serie de Fourier sobre una tensión de columna v_{iN} genérica, como:

$$v_{iN} = \frac{V_{CC}}{2} + \frac{2}{\pi} V_{CC} \sum_{h(\text{impares})} \frac{1}{h} \sin(h\omega t + h\phi_i), \tag{3.47}$$

Con $i = a, b, c$, $\phi_i \in \{\phi_a = 0, \phi_b = -2\pi/3 \text{ y } \phi_c = -4\pi/3\}$.

Debido a la diferencia de fase de $2\pi/3$ radianes entre las señales de columnas, los armónicos múltiples de tres en la tensión de línea quedan en contrafase anulándose naturalmente entre sí. El contenido armónico de las tensiones de línea, tomando una forma de onda con simetría impar, resulta:

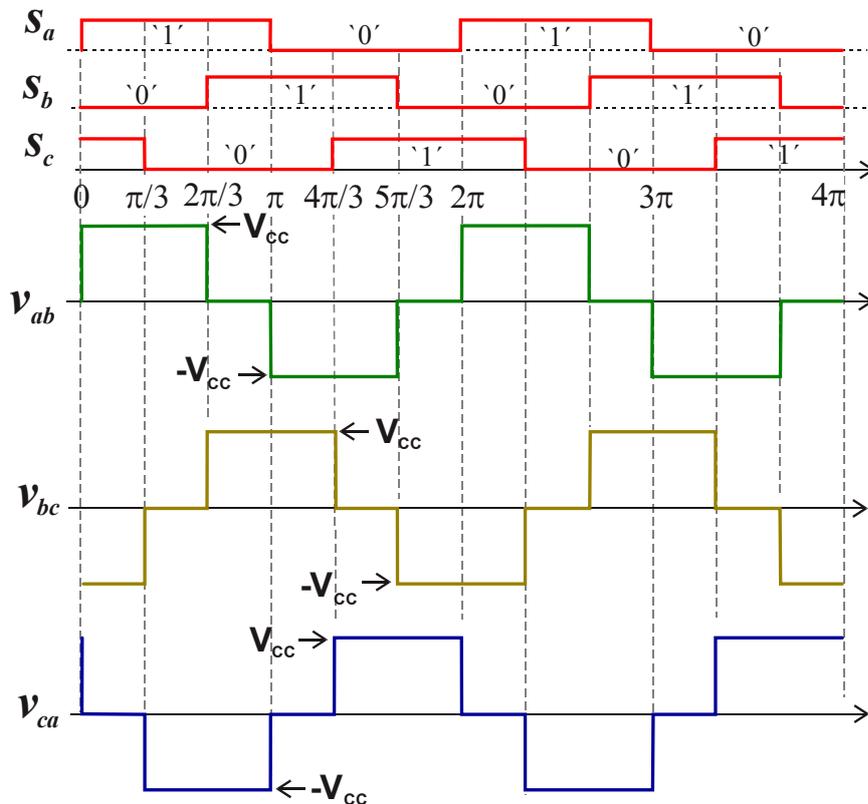
$$v_{ij} = \frac{4}{\pi} V_{CC} \sum_h \frac{\sin(h\pi/3)}{h} \cdot \sin(h\omega t + h \frac{\phi_{ij}}{2}), \quad (3.48)$$

con $h = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 21, \dots, j = b, c, a$. y $\phi_{ij} \in \{\phi_{ab} = \pi/3, \phi_{bc} = -\pi/3, \phi_{ca} = -\pi\}$.

Asumiendo que la carga trifásica está compuesta por tres generadores sinusoidales de corrientes balanceadas y equilibradas en conexión estrella de centro O , las tensiones de fase en la carga³⁸ de la Figura 3.29, se pueden componer a partir de las tensiones de columna. Cuando la carga es balanceada el centro de estrella O se ubica en el centro del triángulo equilátero formado por las tensiones de línea del sistema trifásico³⁹, siendo las bisectrices del triángulo las direcciones de las tensiones de fase, y sus amplitudes (de las tensiones de fase) la distancia desde O a los vértices del triángulo.

Figura 3.30

Señales de comando de cada columna y tensiones de línea resultante.



³⁸ Esto es válido para cualquier otra carga balanceada conectada en estrella.

³⁹ Si la carga no es balanceada la suma de las tensiones de fase sigue siendo nula pero aparece una componente homopolar. Se ubica un centro de estrella O' desplazado del centro del triángulo equilátero que forman las tensiones de línea.

Entonces:

$$\begin{bmatrix} v_{aO} \\ v_{bO} \\ v_{cO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} V_{CC} - v_{ON}, \quad (3.49)$$

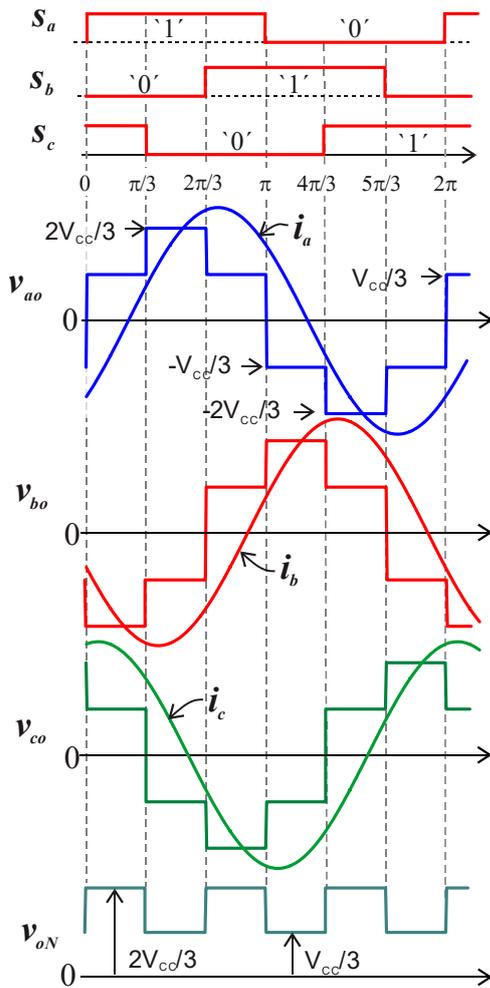
siendo v_{ON} la tensión entre el centro de estrella y el neutro (N) de la tensión de batería.

Igualando a cero la suma de las tensiones de fase, de (3.49) resulta el valor de la tensión v_{ON} :

$$v_{ON} = \frac{1}{3}(s_a + s_b + s_c)V_{CC}, \quad (3.50)$$

Figura 3.31

Formas de onda de tensión de fase.



Aplicando este resultado en (3.49) y teniendo en cuenta (3.46), las tensiones de fase pueden expresarse,

$$\begin{bmatrix} v_{aO} \\ v_{bO} \\ v_{cO} \end{bmatrix} = \frac{V_{CC}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

En la Figura 3.31 se observan las tensiones de fases resultantes junto con las corrientes de línea i_a , i_b e i_c y la tensión entre centro de estrellas y el neutro de la barra de continua v_{ON} . Como se observa v_{ON} posee una tensión media de valor $V_{CC}/2$ sobre la cual se superpone una onda cuadrada de frecuencia fundamental igual al triple de la fundamental de las tensiones de línea.

El contenido armónico de las tensiones de fases, para cualquiera de ellas, se expresa,

$$v_{iO} = \frac{2}{\pi} V_{CC} \sum_h \frac{1}{h} \cdot \sin(h\omega t + h\phi_i), \quad (3.52)$$

con $h = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 21, \dots$ y la amplitud de cada armónico de la tensión de fase es $\sqrt{3}$ veces menor que la amplitud del armónico correspondiente a la tensión de línea.

De la Figura 3.29 se puede observar que la corriente por la barra de alimentación i_{CC} es la suma

de las corrientes por las llaves superiores (S_{is}) o la suma de las corrientes por las llaves inferiores (S_{is}) de cada columna, así:

$$i_{CC} = i_{sas} + i_{sbs} + i_{scs} = i_{sai} + i_{sbi} + i_{sci}, \quad (3.53)$$

Como las llaves solo conducen cuando están encendidas, entonces se puede plantear,

$$\begin{bmatrix} i_{sas} \\ i_{sbs} \\ i_{scs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a & 0 & 0 \\ 0 & i_b & 0 \\ 0 & 0 & i_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}, \quad (3.54A)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sai} \\ i_{sbi} \\ i_{sct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a & 0 & 0 \\ 0 & i_b & 0 \\ 0 & 0 & i_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{s}_a \\ \bar{s}_b \\ \bar{s}_c \end{bmatrix}, \quad (3.44B)$$

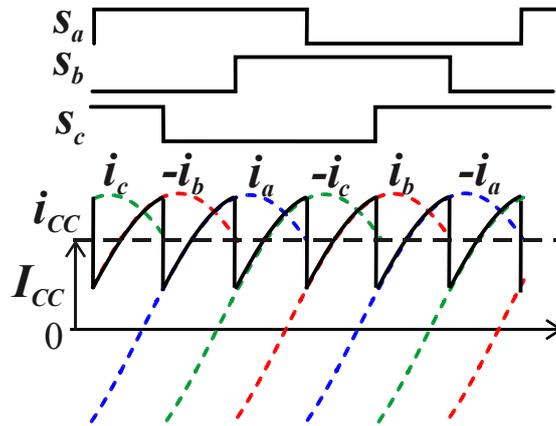
siendo $\bar{s}_i = 1 - s_i$.

La corriente i_{CC} resultante se muestra en la Figura 3.32. Sobre el valor medio I_{CC} la amplitud cambia en forma repetitiva cada $\pi/3$ radianes, correspondiente a los intervalos de conmutación sobre las llaves. Se aprecia que en ciertos intervalos solo una llave (superior o inferior) esta encendida, imponiendo la amplitud instantánea de i_{CC} y en correspondencia con el balance de las corrientes de línea, i_{CC} resulta en una forma periódica.

En general al inversor trifásico con esta secuencia de comando se lo identifica como inversor trifásico de onda *cuasi-cuadra* (en semejanza al inversor monofásico), o *inversor de seis pulsos* debido a los seis escalones de tensión presentes sobre la tensión de fase.

Figura 3.32

Corriente por la barra de alimentación de continua.



Potencia. Corriente por la barra de continua.

Asumiendo un rendimiento del 100% la potencia instantánea de salida es igual a la del lado de la barra de alimentación, por lo tanto

$$V_{CC}i_{CC} = i_a v_{aO} + i_b v_{bO} + i_c v_{cO}. \quad (3.55)$$

Considerando las corrientes de línea sinusoidales de un sistema balanceado y equilibrado, para una fase general:

$$i_i = I_o \sin[(\omega t + \phi_i) - \varphi], \quad (3.56)$$

con $i = a, b, c$, y $\phi \in \{\phi_a = 0, \phi_b = -2\pi/3 \text{ y } \phi_c = -4\pi/3\}$ y teniendo en cuenta el desarrollo de Fourier resultante de las tensiones de fases, el producto entre (3.56) y (3.52),

$$i_i v_{iO} = I_o \sin[(\omega t + \phi_i) - \varphi] \cdot \left\{ \frac{2}{\pi} V_{CC} \sum_{h(1,5,7,11,13,\dots)} \frac{1}{h} \cdot \sin(h\omega t + h\phi_i) \right\}, \quad (3.57)$$

donde se extrajo de la sumatoria la componente fundamental. Reemplazando cada producto $v.i$ correspondiente a cada fase en (3.55) y aplicando (3.38), la potencia en la barra resulta,

$$\begin{aligned}
 V_{CC}i_{CC} = \frac{V_{CC}I_O}{\pi} \{ & 3 \cos(\varphi) - \left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\left(2\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(2\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & + \frac{1}{5} \left[\cos(4\omega t - \varphi) + \cos\left(4\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(4\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \left[\cos(6\omega t - \varphi) + \cos\left(6\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(6\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & - \frac{1}{7} \left[\cos(8\omega t - \varphi) + \cos\left(8\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(8\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & + \frac{1}{11} \left[\cos(10\omega t - \varphi) + \cos\left(10\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(10\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & - \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13}\right) \left[\cos(12\omega t - \varphi) + \cos\left(12\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right. \\
 & \left. + \cos\left(12\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & - \frac{1}{13} \left[\cos(14\omega t - \varphi) + \cos\left(14\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(14\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & + \frac{1}{17} \left[\cos(16\omega t - \varphi) + \cos\left(16\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(16\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \\
 & \left. - \frac{1}{17} \left[\cos(18\omega t - \varphi) + \cos\left(18\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) - \varphi\right) + \cos\left(18\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) - \varphi\right) \right] \dots \dots \right\}
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Desarrollando las sumatorias con los armónicos más significativos se observa la presencia de armónicos pares. Todos aquellos armónicos pares múltiplos de tres (6° , 12° , $18^\circ \dots$) no forman una terna trifásica por lo tanto su suma es distinta a cero. Mientras que el resto de los armónicos pares forman ternas que en su suma se anulan. Por lo tanto, y representando $i_{CC} = I_{CC} + \widetilde{i}_{CC}$,

$$\begin{aligned}
 V_{CC}(I_{CC} + \widetilde{i}_{CC}) = \frac{3V_{CC}I_O}{\pi} \{ & \cos(\varphi) - \frac{2}{35} [3 \cos(6\omega t - \varphi)] - \frac{2}{143} [3 \cos(12\omega t - \varphi)] \\
 & - \frac{2}{34} [\cos(18\omega t - \varphi)] \dots \dots \},
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

donde la potencia consumida en la carga que es tomada de la barra de continua, resulta:

$$V_{CC}I_{CC} = \frac{3V_{CC}I_O}{\pi} \cos(\varphi). \tag{3.60}$$

siendo $\frac{1}{\sqrt{2}}I_O = I_{Orms}$ y $\frac{2}{\sqrt{2\pi}}V_{CC} = V_{frms}$, los valores medios cuadráticos de la corriente de línea ii y de la tensión de fase viO, respectivamente. Mientras que la componente de corriente de ripple sobre iCC está representada por los armónicos superiores presentes en la corriente,

$$\widetilde{i}_{CC} = \frac{6I_O}{\pi} \left\{ -\frac{1}{35} [\cos(6\omega t - \varphi)] - \frac{1}{143} [\cos(12\omega t - \varphi)] - \frac{1}{34} [\cos(18\omega t - \varphi)] \dots \dots \right\}. \tag{3.61}$$

Y como se observa de la Figura 3.32 esta corriente posee una frecuencia seis veces superior a la frecuencia fundamental del inversor.

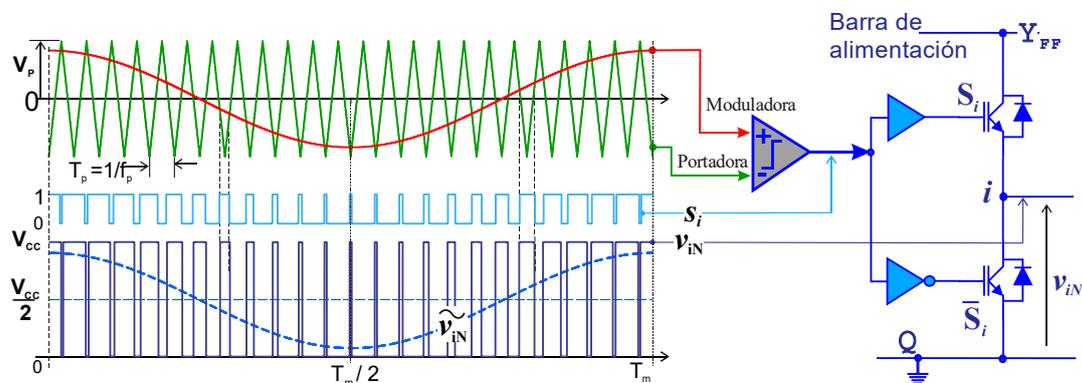
Modulación

PWM sinusoidal

Para mejorar el control de la tensión de salida del inversor y su contenido armónico resultante se emplea sobre las señales de comando del inversor la modulación por ancho de pulso (PWM, del inglés *Pulse Width Modulation*). Existen diferentes técnicas de modulación PWM que pueden tipificarse en dos tipos: modulación PWM escalar o modulación PWM vectorial⁴⁰.

Figura 3.33

Modulador PWM sinusoidal.



Una técnica simple de modulación escalar resulta de comparar una señal denominada moduladora (de amplitud V_m y frecuencia f_m) con una señal portadora (de amplitud constante V_p y alta frecuencia f_p). La salida del comparador proporciona una forma de onda con pulsos cuyo ancho contendrá información de la señal moduladora como se presenta en la Figura 3.33.

Siendo la señal moduladora sinusoidal⁴¹ el modulador se define como PWM-S y la salida del comparador son pulsos de ancho proporcional al valor de la amplitud de la moduladora, que es la señal de comando s_i sobre las llaves de la columna. La Figura 3.33 muestra la ‘tensión de columna’ correspondiente v_{iN} , definida entre el centro de la columna respecto del polo negativo (N) de la barra de continua.

⁴⁰ En este trabajo no se abordará la modulación vectorial que puede consultarse en bibliografía más especializada. Esta consiste en la selección de vectores de conmutación que se aplican durante un intervalo de tiempo, dentro del periodo de conmutación. Cada vector se identifica con una combinación posible de los estados de las llaves del inversor. El promedio resultante de los vectores aplicados en un período de conmutación se corresponde con la amplitud y la fase de la señal moduladora. Mientras que en el esquema de modulación escalar solo se controla la amplitud de la tensión de salida, en la vectorial se controla la amplitud y la posición (o fase) de un vector de tensión equivalente al sistema trifásico. Esta diferencia sustancial hace que esta técnica de modulación se aplique a los accionamientos de máquinas eléctricas por la capacidad de seguimiento con mayor precisión del campo rotante en el entrehierro.

⁴¹ La señal moduladora podría ser una forma de onda periódica con contenido armónico mayor a la fundamental pero muy inferior a la frecuencia de portadora.

Considerando a $V_m < V_p$ y $f_m \ll f_p$, en un ciclo de conmutación T_p la variación de amplitud de la moduladora puede considerarse despreciable y considerarse aproximadamente constante en ese pequeño intervalo de tiempo, respecto del período de la moduladora, como se muestra en la Figura 3.34.

Bajo este supuesto y siendo la tensión de columna pulsos de amplitud V_{CC} , el valor medio en un período de conmutación puede aproximarse como:

$$\tilde{v}_{iN} \approx dV_{CC}, \tag{3.62}$$

siendo d , el ciclo de trabajo de la llave superior de la columna. Por lo tanto y como se indica en la Figura 3.34 dT_p , es la fracción de tiempo en que se aplica la tensión V_{CC} a la carga, y su valor puede aproximarse a:

$$dT_p \cong \frac{1}{2} T_p \left(1 + \frac{v_m(t)}{V_p} \right). \tag{3.63}$$

Tomando la moduladora,

$$v_m = V_m \cos(\omega_m t), \tag{3.64}$$

y reemplazando en (3.63) y luego aplicando (3.62), la tensión media de columna resulta:

$$\tilde{v}_{iN} = \frac{V_{CC}}{2} [1 + m \cos(\omega_m t)]. \tag{3.65}$$

Donde m es el cociente $\frac{V_m}{V_p}$ y se define como “índice de modulación”. La tensión \tilde{v}_{iN} posee un valor medio igual a $V_{CC}/2$ y manteniendo $m < 1$ el segundo término sigue la ley temporal de la moduladora con amplitud pico igual a $mV_{CC}/2$.

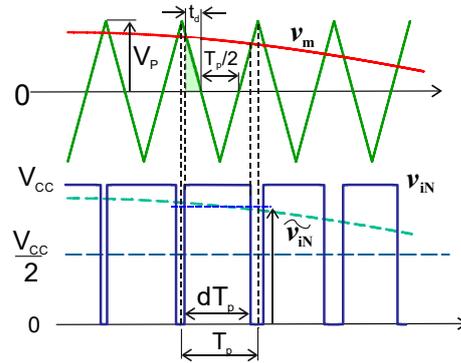
Aplicando (3.35) para el inversor monofásico, la tensión media de salida del inversor⁴²

$$\tilde{v}_{ab} = \tilde{v}_a - \tilde{v}_b = mV_{CC} \cos(\omega_m t). \tag{3.66}$$

Como lo muestra (3.66) la amplitud de la tensión media sinusoidal a la salida del inversor es lineal con el índice de modulación (mientras $m < 1$). El valor de la amplitud máxima posible es igual a V_{CC} cuando $m = 1$.

Figura 3.34

Valor promedio de PWM sinusoidal.



⁴² Se demuestra a través de un desarrollo doble de la serie de Fourier en f_p y f_m que la componente fundamental sobre la tensión de salida coincide con el valor medio si $f_p \gg f_m$. El contenido armónico total de la forma de onda está completamente desarrollado en la bibliografía. Solo se analiza el término fundamental de tensión a los efectos de abocarse en el uso de los accionamientos de corriente alterna. Sin embargo, se puede agregar que los armónicos que se originan con PWM sinusoidal bajo modulación lineal, sobre la tensión de línea de un inversor trifásico, depende de la relación entre la frecuencia portadora respecto de la moduladora. Utilizando una relación impar y múltiplo de tres entre ambas frecuencias se originan bandas laterales centrados en la componente fundamental y los armónicos a la frecuencia de portadora.

Sobre un inversor trifásico se requieren tres señales moduladoras sinusoidales balanceadas y equilibradas para generar un sistema de tensiones trifásico balanceado. Por lo tanto:

$$v_{mi} = V_m \cos(\omega_m t + \phi_i), \quad (3.67)$$

con $i = a, b, c$, y $\phi \in \{\phi_a = 0, \phi_b = -2\pi/3 \text{ y } \phi_c = -4\pi/3\}$.

Aplicando (3.45), una tensión de línea genérica es la diferencia entre las tensiones de columnas, de la forma,

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{v}_{iN} - \tilde{v}_{jN} = \frac{V_{CC}}{2} [1 + m \cos(\omega_m t + \phi_i) - 1 - m \cos(\omega_m t + \phi_j)], \quad (3.68)$$

siendo $\phi_j = \phi_i - \frac{2}{3}\pi$. Aplicando la relación trigonométrica,

$$\cos(A) - \cos(B) = -\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{A-B}{2}\right), \quad (3.69)$$

resulta:

$$\tilde{v}_{ij} = m \frac{\sqrt{3}}{2} V_{CC} \sin\left(\omega_m t + \phi_i + \frac{2}{3}\pi\right), \quad (3.70)$$

donde, $\sin\left[\left(\frac{\phi_i - \phi_j}{2}\right)\right] = \sin\frac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Por lo tanto, las tensiones de líneas promedio resultan:

$$\tilde{v}_{ab} = \sqrt{3}m \frac{V_{CC}}{2} \sin\left(\omega_m t + \frac{2}{3}\pi\right), \quad (3.71A)$$

$$\tilde{v}_{bc} = \sqrt{3}m \frac{V_{CC}}{2} \sin(\omega_m t), \quad (3.71B)$$

$$\tilde{v}_{ca} = \sqrt{3}m \frac{V_{CC}}{2} \sin\left(\omega_m t - \frac{2}{3}\pi\right). \quad (3.71C)$$

Resultando un sistema de tensiones de líneas balanceadas y equilibradas cuyas amplitudes son proporcionales al índice de modulación. Considerando una carga balanceada como la que proporciona una máquina de corriente alterna, las tensiones de fase toman la forma:

$$\tilde{v}_{aO} = m \frac{V_{CC}}{2} \cos(\omega_m t), \quad (3.72A)$$

$$\tilde{v}_{bO} = m \frac{V_{CC}}{2} \cos\left(\omega_m t - \frac{2}{3}\pi\right), \quad (3.72B)$$

$$\tilde{v}_{cO} = m \frac{V_{CC}}{2} \cos\left(\omega_m t - \frac{4}{3}\pi\right). \quad (3.72C)$$

Como lo indica el conjunto de tensiones (3.71) y (3.72), la amplitud máxima posible con modulación sinusoidal, dentro del rango de linealidad de la modulación, se da para $m = 1$ tomando aproximadamente el 86% de V_{CC} , para las tensiones de línea.

Ejemplo 3.4. Límite de amplitud de salida en un inversor monofásico

La barra de tensión continua de un inversor monofásico se obtiene mediante un rectificador de puente monofásico con filtro capacitivo. La tensión media V_{CC} alcanza aproximadamente 290V

si la red es de $220V_{rms}$. Cuando el índice de modulación es unitario la tensión eficaz disponible a la salida del inversor, de (3.66), vale:

$$V_{abrms} = m \frac{V_{CC}}{\sqrt{2}} = \frac{290V}{\sqrt{2}} \cong 205V_{rms}$$

La tensión eficaz máxima disponible teórica es aproximadamente un 70% de la tensión V_{CC} . Si se consideran caídas de tensión debido a las pérdidas del inversor y del circuito rectificador, mediante la modulación lineal no será suficiente para alcanzar el nivel de potencia nominal sobre una carga a tensión nominal de $220V_{rms}/50Hz$.

Ejemplo 3.5. Límite de amplitud de salida en un inversor trifásico

La misma barra de tensión del se aplica sobre un inversor trifásico. Suponiendo modulación lineal (límite $m = 1$), aplicando (3.71) la tensión eficaz de línea resulta:

$$V_{abrms} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} mV_{CC} = 0,612mV_{CC} \cong 0,6 \times 290V = 174V.$$

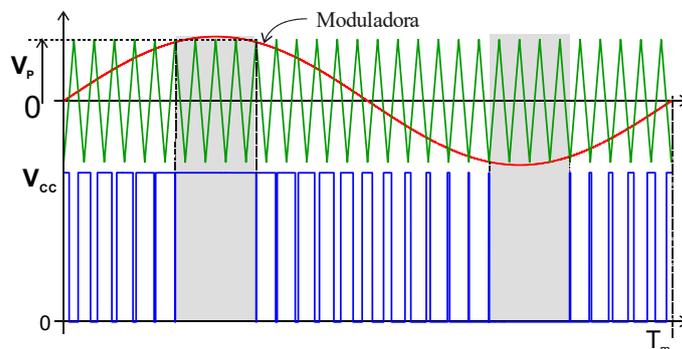
Mediante rectificación monofásica se alcanza una amplitud inferior al 80% de un sistema trifásico con tensión nominal de línea de $220V_{llrms}$.

Sobre modulación

Como lo muestra el Ejemplo 3.4 y el Ejemplo 3.5, acotar el índice de modulación por debajo de la unidad para mantener una modulación línea, limita la amplitud de la tensión eficaz de salida por debajo del valor de V_{CC} . Para superar este límite es necesario aumentar el índice de modulación por encima de la unidad introduciendo una sobre modulación.

Figura 3.35

PWM sinusoidal con sobre modulación



La Figura 3.35 muestra una condición de sobre modulación donde la amplitud de la moduladora supera a la portadora, como se observa en la zona sombreada. En este intervalo las llaves no conmutan a la frecuencia de portadora. Por lo tanto la componente fundamental sobre la

tensión de columna crece por encima del valor $\frac{\sqrt{3}}{2}V_{CC}$. Por otro lado la sobre modulación encuentra un límite natural que corresponde al caso extremo con la forma de onda cuadrada resultante de un inversor de onda cuasi cuadrada, Figura 3.30. En este caso la amplitud de la componente fundamental sobre la tensión de línea es $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}V_{CC}$.

La Figura 3.36a) muestra el cambio de la componente fundamental con el aumento del índice de modulación para un inversor trifásico. Cuando la amplitud de la moduladora se acerca a cuatro veces la amplitud de la portadora, se puede asumir que la tensión de columna resultante corresponde a una forma de onda cuadrada con valor medio $V_{CC}/2$. El valor eficaz de la componente fundamental máxima posible sobre la tensión de línea de un inversor trifásico resulta;

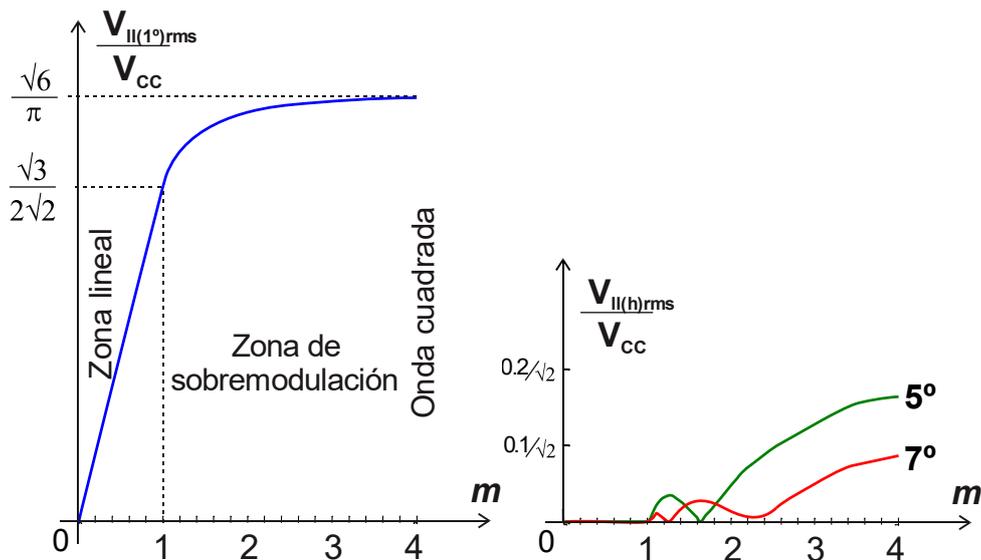
$$V_{U(1^\circ)rms} = \frac{\sqrt{6}}{\pi}V_{CC} \tag{3.73}$$

Figura 3.36

Amplitud de las componentes armónicas $V_{U(h)rms}/V_{CC}$ resultantes en función de m .

a) Componente fundamental

b) Armónicos 5° y 7°



El ingreso a la sobre modulación introduce sobre la tensión de salida armónicos de orden superior de la moduladora. Como se indica en la Figura 3.36b) en función de m , se muestran a modo de ejemplo, las amplitudes que toman los armónicos 5° y 7°. Solo se muestran estas componentes por ser las que mayor efecto introducen en el aumento de la distorsión armónica total. Para un valor de m mayor a 4 se puede considerar que todos los armónicos de la moduladora alcanzan los valores eficaces correspondientes a una forma de onda cuasi-cuadrada, así;

$$V_{U(5^\circ)rms} = \frac{\sqrt{6}}{5\pi}V_{CC} \cong 0.15V_{CC} \quad \text{y} \quad V_{U(7^\circ)rms} = \frac{\sqrt{6}}{7\pi}V_{CC} \cong 0.11V_{CC}$$

Ejemplo 3.6. Sobre modulación. Onda cuasi-cuadrada

Retomando el Ejemplo 3.5, si m se hace muy alto se obtiene una forma de onda cuadrada. Por lo tanto el valor eficaz de la tensión de línea resultante toma el valor:

$$V_{U(1^\circ)rms} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} V_{CC} \cong 0,78V_{CC} = 0,78 \times 290 = 226V$$

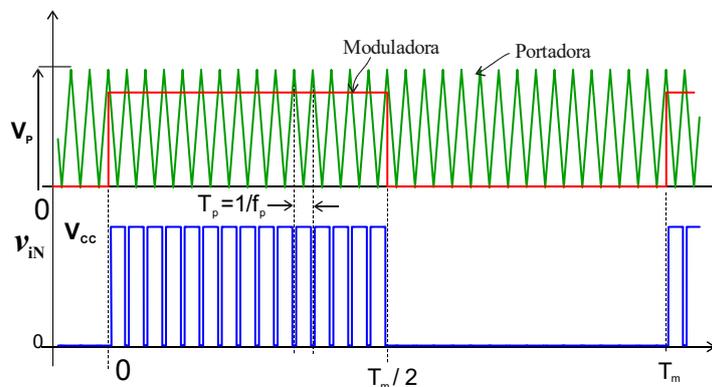
Comparando este resultado con el del Figura 3.5 se observa que para una tensión de línea nominal de $220V_{lrms}$ el índice de modulación debe tomar valores cercanos a 3 para alcanzar el 100% del valor nominal con importante crecimiento de 5^{to} y 7^{mo} armónicos.

PWM uniforme

Una técnica de modulación de ancho de pulso escalar es la modulación multipulso o también denominada PWM Uniforme (PWM-U), muy apropiada para accionamientos de máquinas eléctricas de tensión alterna. La Figura 3.37 presenta una forma de onda moduladora cuadrada con valor medio que se compara con portadora de alta frecuencia. La técnica es igual a la sinusoidal, ambas señales se comparan entre sí. La salida actúa como señal de comando sobre las llaves de una columna generando la tensión de columna v_{iN} , una forma de onda conformada por pulsos de amplitud V_{CC} e igual ancho, con una periodicidad T_p . Los pulsos uniformes están presentes mientras la moduladora es distinta de cero.

Aplicada a un inversor trifásico y de modo similar a las señales de comando del inversor de seis pulsos (Figura 3.30), las señales moduladoras por cada columna están desfasadas 120° una respecto de la otra. Como se discutió en secciones previas, la diferencia entre dos tensiones de columna se define una tensión de línea como se muestra en la Figura 3.38, a modo de ejemplo, sobre la tensión de línea v_{ab} , a partir de la diferencia entre las tensiones de columna, $v_{aN} - v_{bN}$.

Figura 3.37
Modulación multipulso.

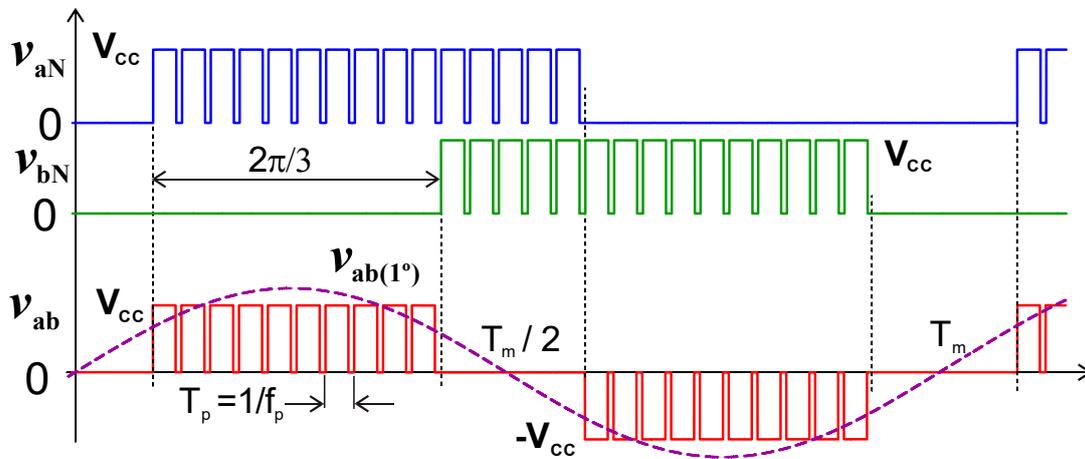


Contenido armónico de la tensión de línea

Para determinar el contenido armónico de la tensión de línea se aplica superposición sobre el desarrollo en serie de Fourier tomando un pulso genérico de amplitud V_{CC} y periodicidad T_m . Considerando que la relación entre la frecuencia de portadora $f_p (= 1/T_p)$ respecto de la moduladora $f_m (= 1/T_m)$ es un número entero $M (= T_p/T_m)$ y múltiplo de tres, el número de pulsos en cada semiciclo de la tensión de línea es par e igual a $M/3$. De esta manera resulta una forma de onda con simetría de cuarto de onda de la Figura 3.38.

Figura 3.38

Tensiones de columna y de línea con modulación multipulso.

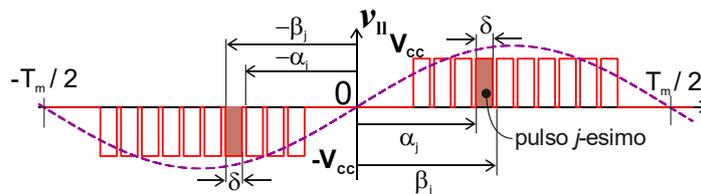


La Figura 3.39 se presenta nuevamente la forma de onda de línea ubicando el eje de integración para desarrollar una serie de Fourier impar. Por lo tanto, la expresión de la serie queda constituida solamente en términos de seno,

$$v_{ab}(t) = \sum_{h=1}^{\infty} V_h \sin(h\omega_m t) \tag{3.74}$$

Figura 3.39

Tensión de línea con simetría impar y ¼ de onda.



Por otro lado la tensión de línea puede considerarse como la suma de $M/3$ pulsos con periodicidad T_m y simetría impar con cuarto de onda como se aprecia en la Figura 3.39 para el j -ésimo

pulso. Aplicando superposición, la amplitud de los armónicos se calculan sumando la contribución que cada pulso aporta sobre la forma de onda total. Empleando la definición de los coeficientes b_h al j -ésimo pulso,

$$V_h = \frac{4V_{CC}}{\pi} \sum_{j=1}^{\frac{M}{6}} \int_{\alpha_j}^{\beta_j} \sin(h\omega_m t) d(\omega_m t), \quad (3.75)$$

donde la simetría de cuarto de onda aplica sobre la sumatoria de $M/6$ pulsos de v_{ll} . Los ángulos de integración α_j y β_j , para cada j -ésimo pulso, se expresan en función de M y de la fracción de tiempo $\delta \frac{M}{2\pi}$ ⁴³, tal que:

$$\alpha_j = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{M} \left[\frac{(1-d)}{2} + (j-1) \right] = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{M} (2j-1) - \frac{\delta}{2},$$

$$\alpha_j = \phi_j - \frac{\delta}{2}, \quad (3.76)$$

$$\beta_j = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{M} \left[\frac{(1-d)}{2} + jd + (j-1)(1-d) \right] = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{M} (2j-1) + \frac{\delta}{2},$$

$$\beta_j = \phi_j + \frac{\delta}{2}, \quad (3.77)$$

donde $\phi_j = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{M} (2j-1)$.

Aplicando estos límites en (3.75), resulta:

$$V_h = \frac{4V_{CC}}{h\pi} \sum_{j=1}^{\frac{M}{6}} [\cos(n\alpha_j) - \cos(n\beta_j)] = \frac{4V_{CC}}{h\pi} \sum_{j=1}^{\frac{M}{6}} \left[\cos\left(n\left(\phi_j - \frac{\delta}{2}\right)\right) - \cos\left(n\left(\phi_j + \frac{\delta}{2}\right)\right) \right] \quad (3.78)$$

Aplicando la identidad trigonométrica (3.69),

$$V_h = \frac{4V_{CC}}{h\pi} \sum_{j=1}^{\frac{M}{6}} [-\sin(2n\phi_j) \sin(n\delta)]. \quad (3.79)$$

Finalmente, las amplitudes de las componentes armónicas pueden escribirse de la forma,

$$V_h = \frac{4V_{CC}}{h\pi} K_h(M) \cdot \sin(n\delta), \quad (3.80)$$

donde la amplitud del armónico depende del número de pulsos,

$$K_h(M) = \sum_{j=1}^{\frac{M}{6}} [-\sin(2n\phi_j)]. \quad (3.81)$$

Haciendo el cociente del ancho del pulso δ respecto de $M/2\pi$, cuanto mayor sea el valor de M , más pequeño será δ . Entonces, para $h=1$ $\sin\delta \cong \delta$, tal que:

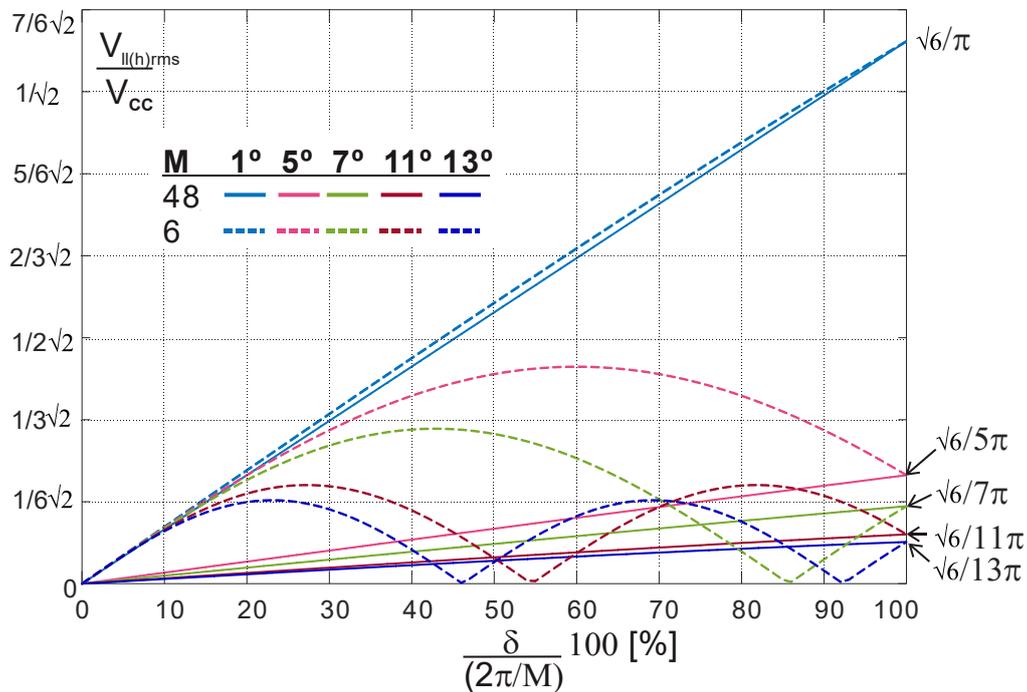
$$V_1 \cong \frac{4V_{CC}}{\pi} K_1(M) \delta. \quad (3.82)$$

La amplitud de la componente fundamental es proporcional al ancho del pulso.

⁴³ δ es equivalente al ciclo de trabajo d definido en PWM sinusoidal.

Figura 3.40

Contenido armónico de modulación multipulso. Cada armónico está identificado por un color, para M igual a 48 y 6 pulsos por ciclo de moduladora.



En la Figura 3.40 se muestra el cambio de las amplitudes en valor eficaz relativas a V_{cc} de la componente fundamental y de los armónicos ($V_{II(h)rms}$) más significativos de la tensión de línea en función del ancho de pulso porcentual ($\delta^* = \frac{\delta}{(2\pi/M)} 100$) para dos valores de M . Tal como se consideró previamente, para $M = 48$ las amplitudes de las componentes siguen una relación aproximadamente lineal con δ^* . Mientras que para $M = 6$, las amplitudes de los armónicos varían significativa con δ^* y solo la componente fundamental puede ser considerada como una variación aproximadamente lineal con δ^* .

De la Figura 3.39 se desprende que con δ^* igual al 100%, se alcanza la máxima amplitud posible con PWM-U y corresponde a una forma de onda cuasi cuadrada como en un inversor de seis pulsos (Figura 3.30). Por lo tanto para $\delta^* = 100\%$, el contenido armónico indicado en la Figura 3.40 corresponde a un inversor de 6 pulsos.

Aplicación

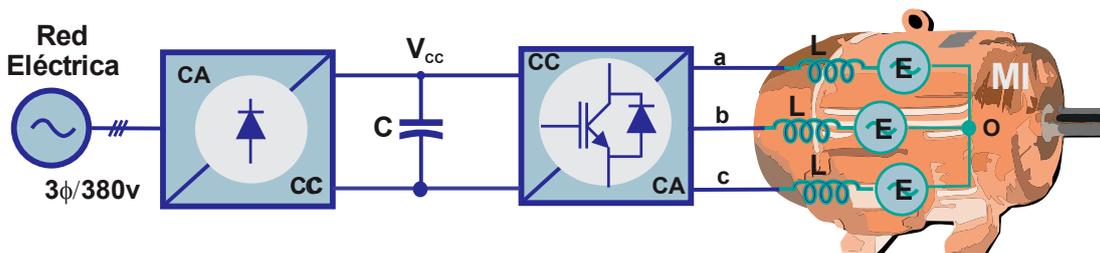
Para evaluar las características de los esquemas de modulación PWM sinusoidal y uniforme se comparan los resultados de simulación en un ejemplo de accionamiento CA.

Ejemplo 3.7: Accionamiento de alterna

Un inversor trifásico alimentado desde la red mediante un rectificador trifásico actúa sobre un motor de inducción (MI) como se observa en la Figura 3.41. El modelo del MI por fase en estado estacionario está representado por una inductancia (L) en serie con una fuerza electromotriz inducida (E) y se consideran en conexión estrella. El motor de 37KW de potencia, 4 polos, 380V_{lrms}/67A, 50Hz, se alimenta desde un inversor con modulación PWM, siendo la tensión de la barra de continua igual a 500V.

Figura 3.41

Inversor trifásico con raga L-E balanceada.



En primer lugar, se determinarán los valores de L y E a partir de los datos nominales del MI. Considerando el rendimiento del motor igual al 100%, la potencia gastada en el eje del motor es igual a la potencia absorbida por el generador E , por lo tanto la corriente de fase (I_f) está en fase con el fasor de E . La Figura 3.42 muestra la representación fasorial considerado el modelo correspondiente a la frecuencia fundamental de 50Hz, donde V_f es la componente fundamental de la tensión de fase que aplica el inversor sobre la fase del motor.

Los valores de L y E se determinan, a partir de la potencia aparente del motor:

$$S_N = 3V_{frmsN}I_{frmsN} = 3.220V \cdot 67A = 44.2KVA,$$

Siendo la potencia nominal de 37KW (sobre el eje) y asumiendo un rendimiento del motor del 100%, el factor de potencia (Apéndice B) vale,

$$FP = \cos \phi = \frac{P_N}{S_N} = \frac{37KW}{44.2KVA} = 0,837.$$

Así, la fase entre la tensión fundamental que debe aplicar el inversor respecto a E es $\phi \cong 33^\circ$.

La inductancia L representa la totalidad de la potencia reactiva que demanda el motor, tal que:

$$2\pi fL = \frac{S_N \sin \phi}{3I_{frmsN}^2} = \frac{24.2KVar}{3(67A)^2} = 1,8\Omega,$$

entonces, $L \cong 6mH$.

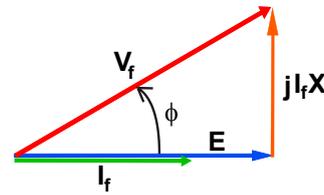
Finalmente, de la Figura 3.42 el módulo de E resulta,

$$E_N = \sqrt{V_{frmsN}^2 - |2\pi fL \cdot I_{frmsN}|^2} = 184V_{rms}.$$

Con estos valores se simula el comportamiento del motor cuando se aplican ambos esquemas de modulación.

Para alcanzar los valores nominales de corriente y potencia en el motor, las moduladoras de cada fase del inversor debe estar a 33° grados en adelanto respecto de E . La amplitud

Figura 3.42
Diagrama fasorial del modelo equivalente.

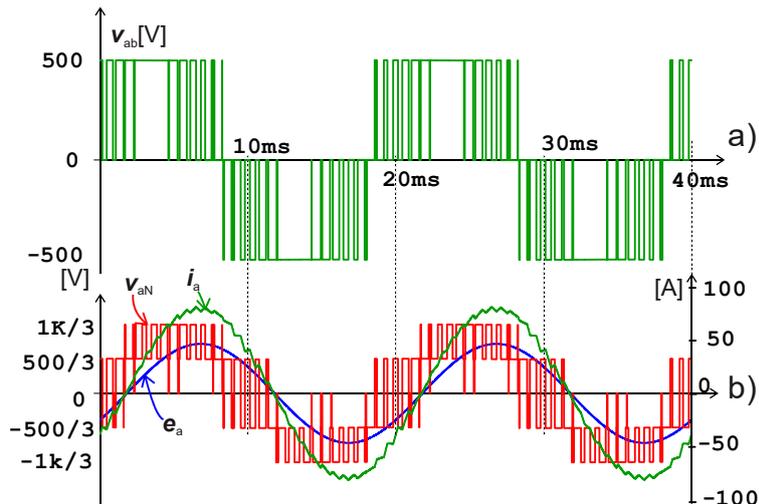


Modulación PWM-S

Con $V_{CC} = 500V$ es necesario sobre modular para alcanza el valor eficaz de tensión de fase en las condiciones nominales de operación.

Aplicando un índice de modulación igual a 1,4 es equivalente a una sobre modulación del 40%. La tensión de línea v_{ab} que resulta entre las fases **a** y **b** del motor, se observan en la Figura 3.43a) (las tensiones de línea v_{bc} y v_{ca} no se muestran para mejor claridad) para una frecuencia de portadora igual a 1,5KHz. En la Figura 3.43b) se muestra las tensiones de fase (v_{a0}) y la fem inducida (e_a), así como la corriente de fase (i_a) resultante para el índice de modulación de 1,4. Se puede apreciar el atraso de fase (33°) de la corriente a su vez en fase con la tensión inducida.

Figura 3.43
Modulación PWM Sinusoidal con $m = 1,4$, a) Tensión de línea v_{ab} , b) Tensiones de fases resultante v_{aN} , fem inducida e_a y corriente de fase i_a .

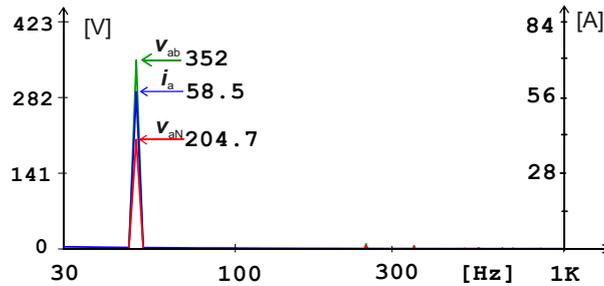


Para calificar cualitativamente la calidad de las tensiones y la corriente en la Figura 3.44 se muestra el contenido armónico en un rango de frecuencias por debajo de la portadora. Como se indica los valores eficaces (rms) alcanzados se aproximan a los valores nominales

del motor. También es posible observar que los armónicos 5° y 7° (más predominantes en la sobre modulación Figura 3.36b) para este índice de sobre modulación no alcanzan valores relevantes sobre la tensión de fase resultante en el motor.

Figura 3.44

Contenido armónico (amplitudes en 'rms') en baja frecuencia para PWMS con 40% de sobre modulación.

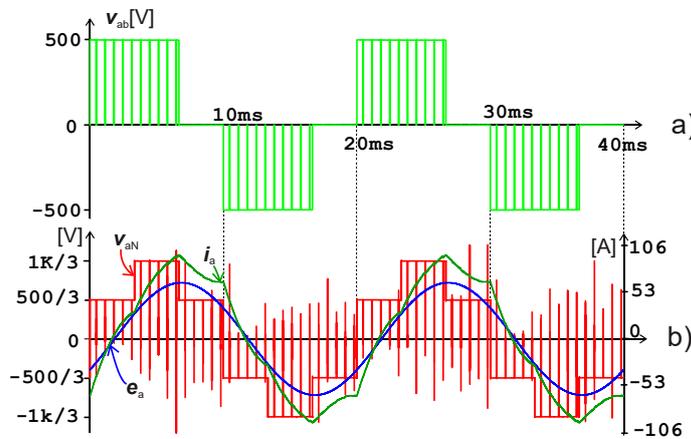


Modulación PWM-U

Con PWM-U se emplea un índice $\delta^* = 95\%$ para alcanzar el valor de potencia nominal sobre el MI. La tensión de línea v_{ab} que resulta se observa en la Figura 3.45a) para $M = 30$. Mientras, que en la Figura 3.45b) se muestran las tensiones sobre la *fase a* v_{aO} y e_a , así como también la corriente i_a (en valores 'rms'). El contenido armónico hasta frecuencias por debajo de la portadora y los valores eficaces alcanzados se presentan en la Figura 3.46. Si bien se consiguen amplitudes más cercanas a los valores nominales, respecto de emplear PWMS, se aprecia el contenido armónico significativo que introduce PWM-U, desmejorando la calidad de las formas de onda generadas.

Figura 3.45

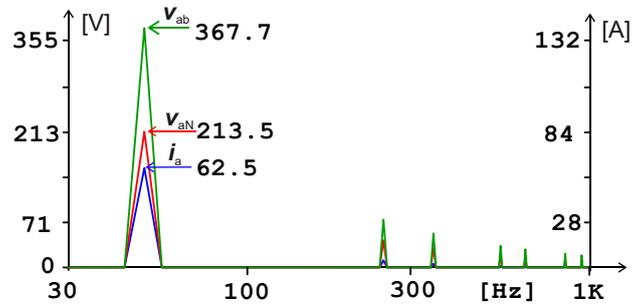
Modulación PWM Uniforme con $M = 30$ $\delta^ = 95\%$, a) Tensión de línea v_{ab} , b) Tensiones de fases resultante v_{aN} , fem inducida e_a y corriente de fase i_a*



En este caso la distorsión armónica total (THD) considerando los seis primeros armónicos resulta: THD de tensión igual al 28%, mientras que el THD de corriente es de 8.3%.

Figura 3.46

Contenido armónico (amplitudes en 'rms') en baja frecuencia para PWM-U con $M = 30$ y $\delta^* = 95\%$



CAPÍTULO 4

Accionamientos de CC

Introducción

El empleo de las máquinas de corriente continua (CC) data de mucho más de un siglo atrás, su versatilidad se ajusta a diversas aplicaciones, en un amplio rango de velocidades y potencias desde micromotores hasta motores de cientos de KW. Es una máquina versátil por sus diferentes combinaciones de conexión entre el circuito de campo y el de armadura, que logran diferentes características de salida par-velocidad. Por su simplicidad en el control los accionamientos y la electrónica de potencias necesaria son de bajo costo en un servo mecanismos. En la actualidad las máquinas de inducción han reemplazado muchas de las aplicaciones debido al avance sobre los accionamientos de CA. Sin embargo, existen aplicaciones particulares donde los accionamientos de CC son difíciles de reemplazar, debido a que la máquina de inducción no puede lograr pares motores estable a muy bajas velocidades sin controles sofisticados. Arribar el aprendizaje de los accionamientos de CC es útil para comprender mejor el comportamiento y control sobre motores asíncronos.

Principio de funcionamiento de la máquina de continua

La Figura 4.1a) muestra el esquema constructivo de una máquina de corriente continua de dos polos. Está compuesta por dos masas polares (norte – sur) alojadas en el estator, que establecen el flujo magnético (estático) o campo magnético de la máquina mediante imanes permanentes o campos bobinados⁴⁴. El rotor, inducido o también denominada armadura es la parte rotante de la máquina donde se alojan los bobinados que interactúan con el campo, caracterizando el funcionamiento de la máquina.

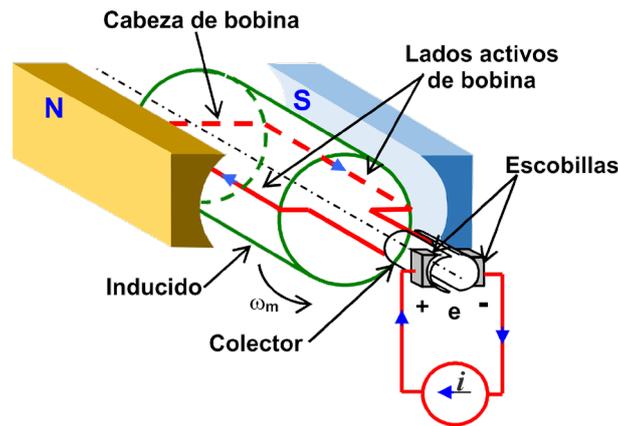
Para introducir el principio de funcionamiento sobre la Figura 4.1a) se muestra una simple bobina alojada en una ranura sobre el rotor, formada por un arrollamiento N conductores. Sobre los lados activos de la bobina se producen los efectos de conversión electromagnética, la cabeza de la bobina solo da conexión a los lados activos. Los extremos del bobinado son conectados al colector o conmutador mecánico, montado sobre el rotor. Finalmente, la conexión eléctrica externa de la armadura se realiza mediante el contacto de escobillas rozantes sobre el colector.

⁴⁴ En máquinas de potencias por encima de los 1000W emplean campos bobinados

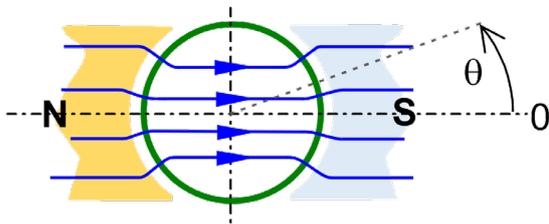
La Figura 4.1b) muestra la distribución del flujo de campo considerado suficientemente uniforme sobre una amplia región del entrehierro y atravesando el rotor en forma perpendicular a su superficie. Su variación con el ángulo geométrico θ se representa en la Figura 4.1c). En la zona donde los polos están presentes la densidad de campo B es prácticamente constante mientras que entre los polos se produce el cambio de signo. El flujo de campo en normal a la superficie del rotor por lo tanto el flujo es perpendicular a los lados activos de la bobina.

Figura 4.1

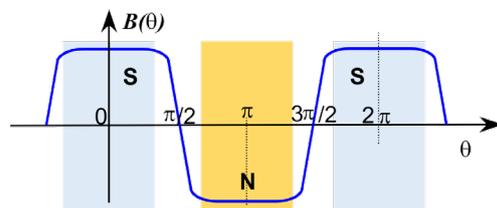
a) *Máquina elemental de corriente continua*



b) *Distribución de flujo de campo,*



c) *variación angular del flujo en el entrehierro*



Tensión y par inducidos

La ley básica que rige el principio de funcionamiento en todas las máquinas eléctricas es la *ley de Lorentz*. Dicha ley establece que una carga eléctrica (q) inmersa simultáneamente en un campo electrostático (\vec{E}) y otro magneto estático (\vec{B}), experimenta la acción de dos fuerzas independientes, una de naturaleza eléctrica y otra magnética dada por la siguiente expresión:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (4.1)$$

Una en la dirección y sentido de \vec{E} y otra como resultado del producto vectorial entre la velocidad de la carga (\vec{v}) en movimiento uniforme y \vec{B} ⁴⁵.

⁴⁵ El signo del par adoptado es el de la regla de la mano derecha.

En el caso de las máquinas eléctrica la conversión electromagnética se presenta solo con la interacción de cargas eléctricas en movimiento con el campo magnético. Esta fuerza será causal de dos efectos básicos en la conversión electromagnética que son la *tensión inducida por movimiento* y la *fuerza magnética inducida*.

Tensión inducida o fuerza electromotriz inducida de movimiento.

En la Figura 4.2a) se observa una barra conductora de longitud l moviéndose con velocidad uniforme v , que atraviesa un campo magnético uniforme perpendicular a la dirección del movimiento (ingresando en la página). Las cargas libres dentro del conductor experimentan una fuerza magnética o fuerza de Lorentz (f_{q+}). Esta fuerza desplaza a las cargas positivas hacia el extremo superior del conductor y por el contrario las cargas negativas al extremo inferior. Como resultado de este estado estacionario y de acuerdo con el sentido del movimiento del conductor, se establece un campo eléctrico en el interior del conductor, de valor:

$$E = \frac{f_{q+}}{+q}, \tag{4.2}$$

con la polaridad indicada en la Figura 4.2a). La diferencia de potencial entre los extremos es definida como el trabajo necesario para trasladar las cargas de un extremo a otro. Su valor resulta del producto entre esta fuerza por unidad carga y la longitud del conductor. Por lo tanto la tensión o *fuerza electromotriz inducida (femi) de movimiento (e_i)* resulta,

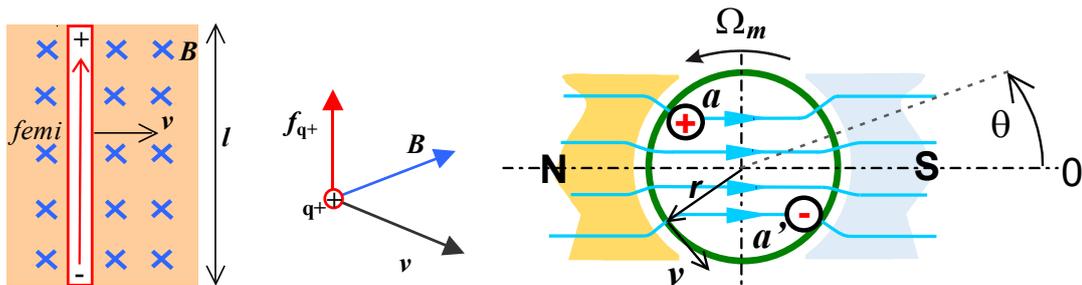
$$e_i = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = vBl. \tag{4.3}$$

Figura 4.2

Fuerza electromotriz inducida por movimiento uniforme:

a) *lineal,*

b) *rotacional.*



El valor de la *femi* es proporcional a la velocidad de desplazamiento conforme B se mantenga constante a lo largo de l .

La Figura 4.2b) muestra la aplicación de este concepto a la máquina de corriente continua. Al rotar el inducido con velocidad angular uniforme (Ω_m), los conductores atraviesen el campo B a la velocidad $v = r \cdot \Omega_m$, en ambos lados activos del bobinado se inducen tensiones cuyas polaridades se observan en las extremidades a y a' del inducido. Asumiendo la distribución de B con

θ de la Figura 4.1c), la amplitud de la *femi* entre ambos extremos es la suma de la tensión inducida en cada lado activo de N conductores. Aplicando la expresión (4.3) la *femi* total resulta:

$$e(\theta) = 2NlrB(\theta)\Omega_m, \tag{4.4}$$

donde l es la longitud del rotor y al igual que en el movimiento lineal. En particular la tensión inducida es proporcional a la velocidad angular y función del ángulo θ .

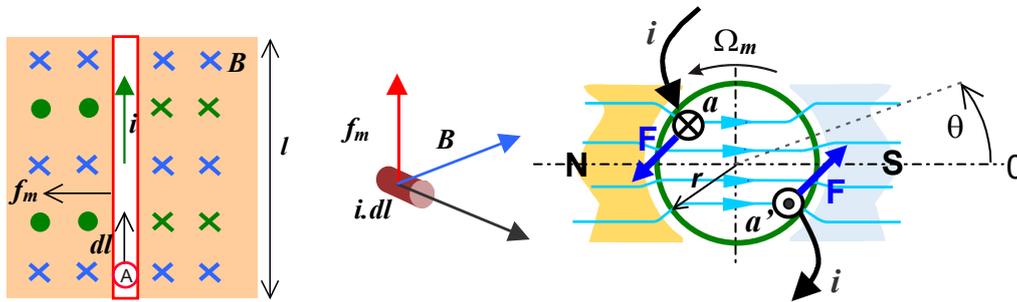
Par inducido

Figura 4.3

Fuerza resultante sobre un conductor bajo un campo magnético:

a) movimiento lineal,

b) sobre un conductor del rotor.



La Figura 4.3a) muestra la interacción entre una corriente de amplitud i continua que circula por la barra conductora de longitud l , inmersa en un campo magnético uniforme B perpendicular a la barra. El movimiento de las cargas debido a i origina una fuerza magnética en la dirección indicada que provoca el desplazamiento del conductor desde la zona de mayor concentración de flujo a la de menor concentración⁴⁶. Para cuantificar el valor de la fuerza, se considera la fuerza que se induce sobre cada una de las cargas en movimiento que constituyen la corriente (i). Cada una de ellas experimenta un diferencial de fuerza, dado por:

$$d(\vec{f}_m) = +q \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \right), \tag{4.5}$$

siendo $\frac{d\vec{l}}{dt}$ la velocidad promedio equivalente (\vec{v}_{eq}) con la que se desplazan las cargas eléctricas⁴⁷.

La fuerza neta resultante sobre el conductor es la contribución o suma de todas estas ‘pequeñas’ fuerzas presentes en un diferencial de volumen del conductor, por lo tanto:

$$f_m = \int d(f_m) = \int (+q)\rho A dl \left(\frac{dl}{dt} B \right), \tag{4.6}$$

⁴⁶ La circulación de la corriente i produce un flujo magnético alrededor del conductor que, de acuerdo con el sentido de circulación indicada de la corriente, Figura 4.3a), produce un aumento de la densidad de flujo a la derecha del conductor y una disminución de la densidad de flujo o debilitamiento del campo original a la izquierda del conductor.

⁴⁷ Se consideran a las cargas de signo positivo para que el sentido de circulación coincida con el de la corriente.

donde $A \cdot dl$ es el diferencial de volumen de área A y longitud dl , ρ es la densidad de carga por unidad de volumen. Como el campo es perpendicular al conductor, el producto vectorial en (4.5) resulta el producto algebraico de los módulos de $\frac{dl}{dt}$ con B . Además, teniendo en cuenta que la corriente eléctrica es el cambio de carga neta (Q) que atraviesa un área A en el tiempo, se puede expresar:

$$i = \frac{dQ}{dt} = +q\rho A \frac{dl}{dt}, \quad (4.7)$$

siendo $dQ = +q \cdot \rho \cdot A \cdot dl$. Finalmente, como tanto la densidad de corriente como el campo magnético son uniformes, la fuerza magnética neta resulta de sumar todo los ' dl ', de la forma,

$$f_m = iB \int dl = Bli. \quad (4.8)$$

Siendo la densidad de flujo constate la fuerza magnética inducida resulta proporcional a la intensidad de corriente eléctrica.

La Figura 4.3b) ilustra el resultado sobre el rotor de la máquina cuando se inyecta una corriente i , ingresando por el extremo a y saliendo por el extremo a' de la bobina. La fuerza F sobre cada conductor resultante y debido al libre movimiento del rotor se produce un par rotacional y por consiguiente el giro del rotor⁴⁸. Tomando la expresión (4.8) sobre cada conductor y multiplicando por el radio del rotor resulta el par motor de N conductores

$$T(\theta) = 2F(\theta)r = 2rNl B(\theta)i \quad (4.9)$$

Al igual que la f_{emi} , el par es proporcional al flujo del campo y es función de θ .

Combinando ambos efectos sobre la máquina elemental de la Figura 4.1a); al inyectar una corriente constante i se induce un par motor que provoca la rotación a velocidad Ω_m del inducido, simultáneamente y debido al movimiento de los conductores, se induce una f_{emi} como se representa en la Figura 4.4 para tres instantes o posiciones del rotor. La Figura 4.4a) corresponde a $\theta = 0$ donde la f_{emi} inducida es máxima y positiva entre extremos $a-a'$, así como el par inducido en los conductores de la bobina. Para $\theta = \pi/2$ el campo es nulo por lo tanto la f_{emi} y el par son nulos, Figura 4.4b). Por otro lado, en esta posición las escobillas quedan cortocircuitadas mediante el colector por lo tanto la corriente del generador externo no atraviesa los conductores de la bobina. Cuando $\theta = \pi$, Figura 4.4c), la bobina rotó media vuelta y la f_{emi} es nuevamente máxima y positiva, ahora entre los extremos $a'-a$. Tanto el par como la f_{emi} no son uniformes sino que varían con el ángulo de rotación como lo indican los resultados obtenidos en (4.4) y (4.9). Como se observa en la Figura 4.5⁴⁹ la f_{emi} y el par son magnitudes que cambian con θ .

El conmutador mecánico o colector produce la acción de rectificación mecánica pudiendo obtenerse un valor medio de tensión inducida (E) y también un valor de par medio (T). La amplitud media de ambas magnitudes se incrementa incorporando más bobinas equiespaciadas geométricamente en la periferia del rotor y conectadas en serie. En los lados activos frente al polo 'Norte' se inducen fuerzas hacia abajo y tensiones de signo positivos, mientras que en los lados activos

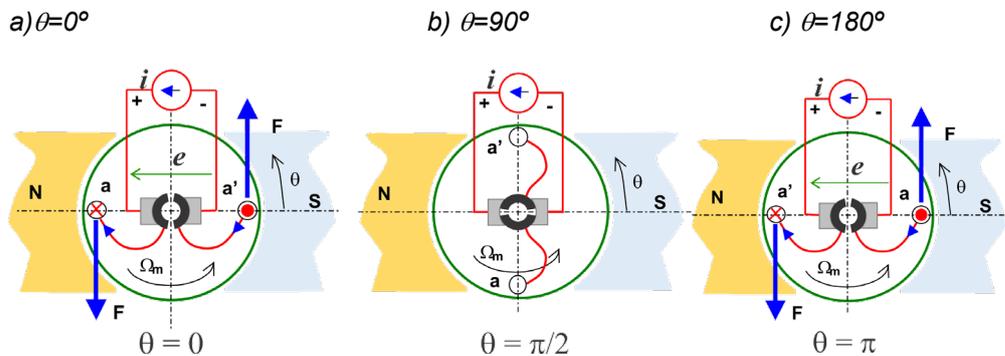
⁴⁸ El sentido de rotación del inducido resulta consecuencia del sentido de circulación de la corriente.

⁴⁹ Si la velocidad de rotación Ω_m es uniforme, la variación con θ de la f_{emi} y del par equivale a una variación temporal ($t = \frac{\theta}{\Omega_m}$).

frente al polo ‘Sur’ se inducirán fuerzas hacia arriba y tensiones de signo negativos. Dada la distribución de los arrollamientos sobre la periferia del rotor se consigue reducir a valores pequeños las fluctuaciones de las amplitudes de tensión y par inducidos, alrededor del valor medio.

Figura 4.4

Diferentes posiciones del rotor con sus tensiones y pares inducidos.



Valor medio de Femi

El valor medio de la tensión de armadura resulta de la suma de los valores medios de cada una de las tensiones inducidas sobre un conjunto de S bobinados. La Figura 4.5 muestra la tensión inducida en un bobinado extremos $a-a'$ medida desde las escobillara y el par inducido en un ciclo completo de rotación. La tensión en cada semiciclo está dada por (4.4) cuyo valor promedio resulta:

$$\overline{e(\theta)} = E = \frac{2N}{\pi} l r \Omega_m \int_0^\pi B(\theta) d\theta. \quad (4.10)$$

Considerando que el flujo en el entrehierro ingresa en forma perpendicular a la superficie del inducido de radio r y longitud l , sobre una máquina de dos polos.

Asumiendo que la densidad de flujo $B(\theta)$ es prácticamente una forma de onda cuadrada de amplitud B_{mx} , el valor de E puede aproximar como:

$$E \approx 2N l r \Omega_m B_{mx}. \quad (4.11)$$

En términos del flujo que atraviesa el área de un semicilindro $\phi_{fmx} = \pi \cdot l \cdot r \cdot B_{mx}$, el valor de E resulta:

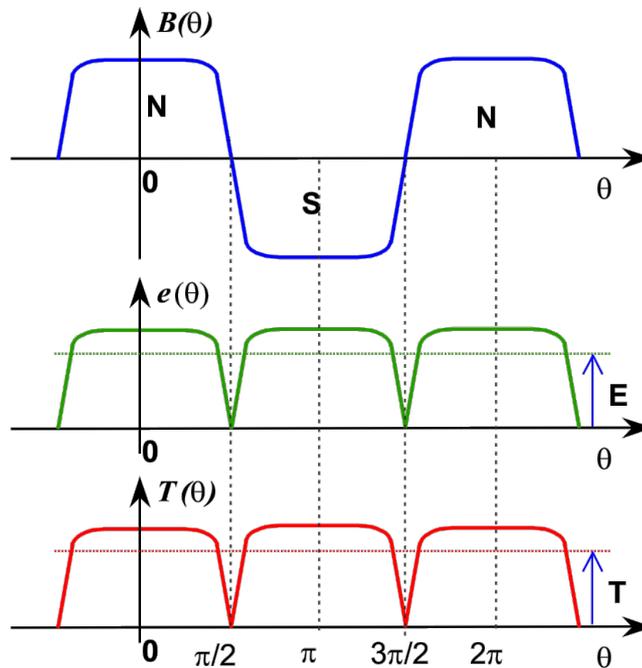
$$E = \frac{2 \cdot N}{\pi} \Omega_m \phi_{fmx}. \quad (4.12)$$

Para calcular la tensión total inducida en el rotor es necesario realizar la suma de las ‘ S ’ fems- i que componen el inducido. Simplificando la contribución de cada arrollamiento como una suma algebraica de S tensiones inducidas de valor medio E , y suponiendo una máquina de p pares de polos, la tensión media inducida total queda expresada por

$$E_a = p \sum_s E = pS \frac{2.N}{\pi} \phi_{fmx} \Omega_m. \quad (4.13)$$

Figura 4.5

Variación de la densidad deflujo, la tensión y el par en función de θ .



Se desprende de esta expresión que la *femi* media total inducida en el rotor de la máquina es proporcional a la velocidad de rotación de la máquina, cuya constante de proporcionalidad depende de parámetros constructivos y del flujo del campo. Por lo tanto,

$$E_a = K_a \phi_{fmx} \Omega_m. \quad (4.14)$$

El flujo de campo puede provenir de imanes permanentes, de modo que E_a se puede expresar directamente a través de una única constante de proporcionalidad con la velocidad que contiene al flujo,

$$E_a = K_E \Omega_m. \quad (4.15)$$

En cambio, si el flujo de campo es generado a partir de una corriente sobre un bobinado, existe una curva de '*magnetización*' que relaciona la *femi* total con la amplitud de la corriente de campo, para la velocidad nominal de la máquina. Asumiendo que el material ferromagnético de la máquina no ingresa en zona de saturación y que la reluctancia total del circuito magnético de la máquina está prácticamente determinada por el entrehierro, el flujo del campo es proporcional a la corriente del arrollamiento del campo (I_f), tal que:

$$\phi_{fmx} = K_f \cdot I_f. \quad (4.16)$$

Finalmente, para un campo bobinado la tensión inducida de armadura se relaciona con la velocidad a través de dos constes de proporcionalidad que dependen de la construcción de la máquina y de la amplitud de la corriente de campo.

$$E_a = K_a K_f I_f \Omega_m. \quad (4.17)$$

Valor medio de par-inducido

El par promedio del motor requiere hacer el mismo proceso de suma o integración sobre la contribución de todos los conductores. A partir de (4.9), considerando una corriente de amplitud I_a por el bobinado a-a' y sobre la base de una densidad de flujo casi-cuadrada, el promedio toma el valor,

$$T = 2rNI_a B_{mx}. \quad (4.18)$$

Teniendo en cuenta la contribución de S bobinas en una suma algébrica de cada fuerza inducida, el par total medio inducido en el rotor, en función ϕ_{fmx} , resulta:

$$T_m = p \sum_s T = pS \frac{2.N}{\pi} \phi_{fmx} I_a. \quad (4.19)$$

Por lo tanto, el resultado del par o cupla motora del inducido es proporcional a la corriente por armadura, cuya constante de proporcionalidad depende de parámetros constructivos y de la amplitud del flujo. Al igual que con la tensión inducida, cuando se trata de un motor con imán permanente el par y la corriente están relacionados con una constante que involucra la amplitud del flujo,

$$T_m = K_T I_a. \quad (4.20)$$

Si en cambio se trata de una máquina de campo bobinado el par se expresa,

$$T_m = K_m K_f I_f I_a. \quad (4.21)$$

siendo K_m y K_f constantes que dependen de la construcción de la máquina.

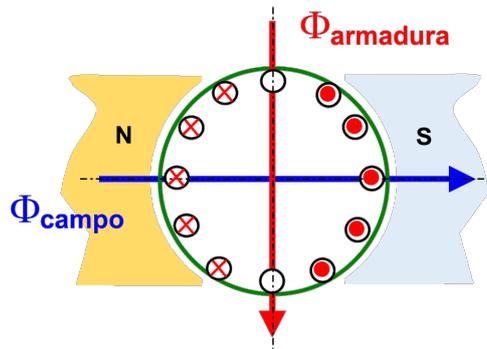
Reacción de inducido

Cuando se examina una máquina de continua de forma ideal se pueden identificarse dos flujos en perfecta cuadratura. Uno es el determinado por el campo (del estator) y el otro es el resultado de la corriente resultante sobre los arrollamientos de la armadura como se observa en la Figura 4.6. Esta característica en cuadratura ideal de los flujos brinda el máximo par posible de una máquina eléctrica, que se expresa a través del siguiente producto vectorial entre los flujos,

$$\vec{T}_m \propto \vec{\Phi}_A \times \vec{\Phi}_F. \quad (4.22)$$

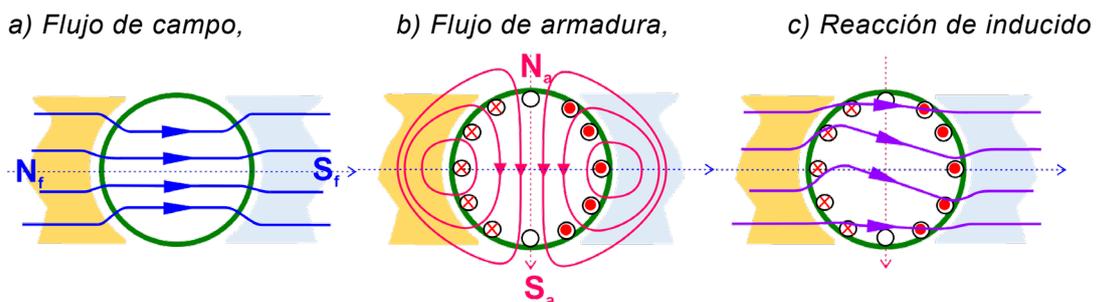
Figura 4.6

Flujos de campo y armadura



En la práctica la presencia del flujo de armadura (Φ_A) produce una distorsión sobre el flujo de campo (Φ_F) denominado 'reacción de inducido'. Este efecto se presenta en máquinas de gran potencia provocando en estado estacionario una distribución del flujo neto no uniforme sobre el entrehierro. En la Figura 4.7 se representan los flujos presentes de modo independiente producidos por el campo Φ_F Figura 4.7a), el flujo generado en la armadura Φ_A , Figura 4.7b), por la corriente de armadura y en la Figura 4.7c) la superposición de ambos o flujo neto. Como se aprecia en la Figura 4.7b), las líneas de campo de armadura se cierran por el circuito magnético de campo. Debido a la mayor reluctancia de su camino magnético la densidad de flujo es inferior a la de campo. Sin embargo, siguiendo el sentido de las líneas de Φ_A , se originan regiones en el entrehierro donde estas se suman a las Φ_F y otras regiones que se restan y debilitan el flujo Φ_F . Por lo tanto, aumenta la densidad de flujo en las regiones superior izquierda e inferior derecha de la Figura 4.7c) y al mismo tiempo se debilita la densidad de flujo en las regiones opuestas. Esta distorsión provoca que tanto las tensiones como los torques inducidos no sean uniformes en todas las bobinas del rotor. Por otro lado se puede agravar el problema debido a la no linealidad real del circuito magnético, produciéndose una saturación en las zonas de alta densidad de flujo. Para reducir este efecto de reacción es necesario compensar con bobinados especiales alojados en el campo y conectados en serie con la armadura.

Figura 4.7



Circuito equivalente de la máquina de continua

La potencia de conversión electromagnética en la máquina de continua se maneja enteramente en el circuito de armadura. Por lo tanto para comprender y analizar el comportamiento de la máquina en un accionamiento particular, es útil desarrollar un circuito equivalente de armadura como se observa en la Figura 4.8. En lo que sigue se considera que los efectos por reacción de inducido están compensados y además el circuito magnético es lineal (no existe saturación del núcleo).

Como se indicó en la sección previa existen dos tipos constructivos de máquinas de corriente continua: con campo formado por imanes permanentes y con campo bobinado. El análisis de los accionamientos de CC se hará de modo indistinto y salvo casos necesarios se hará la aclaración de la acción de uno u otro tipo de máquina. En la Figura 4.8a) se representa el circuito equivalente para las máquinas que emplean campo bobinado y en la Figura 4.8b) el circuito para las que emplean imanes permanentes.

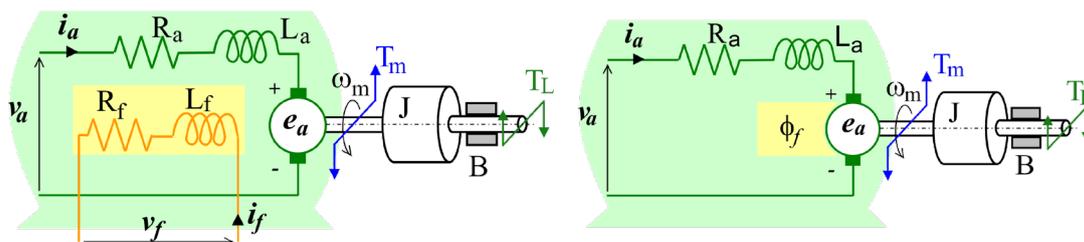
En la Figura 4.8 sobre el circuito equivalente de armadura, se representa: con R_a la resistencia de los arrollamientos del inducido más las caídas de tensión producidas en los contactos de las escobillas sobre el colector, con L_a la inductancia correspondiente a los arrollamientos propios del inducido y e_a la *femi* proporcional a la velocidad del rotor. En el caso de las máquinas de campo bobinado el circuito de campo está compuesto sencillamente por la resistencia propia de los arrollamientos R_f y la inductancia L_f correspondiente al campo.

Figura 4.8

Circuito equivalente de máquina:

a) con campo bobinado,

b) con imanes permanentes



En particular las máquinas de campo bobinado (Figura 4.8a) permiten establecer diferentes configuraciones de conexión entre el campo y la armadura. Estas son: conexión 'serie', donde el campo se conecta en serie con la armadura; conexión 'shunt', donde el campo se conecta en paralelo con la armadura (siendo ambos circuitos alimentados por la misma fuente de tensión); conexión 'compound', es una conexión compuesta donde el circuito de campo posee dos partes, una conectada en serie con la armadura y la otra en paralelo. Cada una de estas variantes presenta características particulares que las hacen aptas para aplicación específicas. Como un

ejemplo la conexión serie o compuesta son muy apropiadas en aplicaciones para tracción por su gran capacidad en el par de arranque⁵⁰.

La conexión independiente presenta la posibilidad de manejar la alimentación de armadura y de campo, con fuentes de tensión diferentes. Reduciendo la tensión de armadura se reduce en forma directa la velocidad de la máquina sin perder capacidad de cupla, mientras el campo sea el nominal de la máquina. Alimentando el campo con una fuente independiente a la de armadura, se mantiene el flujo nominal y con ello se dispone del par nominal⁵¹ en todo el rango de velocidades por debajo de la nominal. Por otro lado, se puede elevar la velocidad de la máquina por encima de la nominal, manteniendo la tensión de armadura nominal y reduciendo la tensión de campo. Por último, la independencia entre el circuito equivalente de armadura y de campo brinda un modelo lineal en el comportamiento dinámico.

Modelo de la máquina de continua en conexión independiente

Del circuito de la Figura 4.8 se desprende que la tensión aplicada en bornes de la armadura no es exactamente igual a la *femi*, debe compensar la caída de tensión resistiva más la tensión autoinducida sobre la inductancia de armadura. De modo que,

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_a(t). \quad (4.23)$$

Generalizando los resultados obtenidos en (4.14) y (4.21), el par inducido y la *femi* pueden reescribirse de la forma⁵².

$$T_m(t) = K_m \phi_f i_a(t) \quad \text{y} \quad e_a(t) = K_a \phi_f \omega_m(t). \quad (4.24)$$

Estas expresiones corresponden a las máquinas de imán permanente (Figura 4.8b) donde el flujo ϕ_f está determinado por los imanes. Para el caso de campo bobinado en (4.16) el flujo es considerado proporcional a la corriente de campo I_f .

Mecánicamente, el par motor inducido debe ser igual al par antagónico de la carga más el par de inercia total (J) correspondiente a toda la masa de la carga que debe arrastrar más la propia del rotor. Además, se suma el par producido por el roce sobre las bancadas de los ejes de rotación, a través del coeficiente de fricción o roce viscoso B ,

$$T_m(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B\omega_m(t) + T_L(t). \quad (4.25)$$

En general el par $T_L(t)$ es una función de la velocidad que depende de las características de la carga como se discutió en el Capítulo 1.

⁵⁰ Este tipo de máquina aún puede encontrarse en trenes eléctricos con tecnología de mediados del siglo XX.

⁵¹ Como se verá en secciones posteriores la velocidad por debajo de la nominal se gobierna mediante la tensión de armadura. En la conexión paralelo la fuente de armadura es también la de campo, cuando se reduce la tensión se debilita el flujo del campo y con ello el par disponible queda por debajo del nominal.

⁵² Se emplean las variables en minúsculas como función del tiempo. Dado que ' t ' se usa para indicar 'tiempo' para el par motor, como excepción, se empleará siempre en mayúsculas. En estado estacionario donde las variables no cambian en el tiempo o los valores medios (que son también estados estacionarios) se emplearán en mayúsculas.

Las expresiones (4.23) y (4.25) constituyen las ecuaciones que permitirán determinar las características estáticas y dinámicas de la máquina de corriente continua en conexión independiente o con imanes permanentes.

Características par-velocidad de estado estacionario

Considerando que la máquina de corriente continua funciona principalmente como motor (impulsor del movimiento de la carga), se busca determinar cuáles son los parámetros que permiten caracterizar en estado estacionario la relación entre la velocidad de la máquina y el par de trabajo.

Tanto para motores de imán permanente como con excitación independiente, se considera en estado estacionario que el flujo de campo es igual al nominal (como el flujo de diseño máximo nominal posible sin que el circuito magnético se sature). Tomando (4.23), en estado estacionario las variaciones en el tiempo son nulas, así la tensión de armadura se expresa como:

$$V_a = R_a I_a + K_a \phi_f \Omega_m, \quad (4.26)$$

donde $K_a \phi_f \Omega_m = E_a$, la femi de armadura.

La característica estática de salida del motor de corriente continua se obtiene despejando la velocidad en función de V_a e I_a . Luego de un simple manejo algebraico y teniendo en cuenta la relación $T_m = K_m \phi_f I_a$, resulta:

$$\Omega_m = \frac{1}{K_a \phi_f} V_a - \frac{R_a}{K_m K_a \phi_f^2} T_m. \quad (4.27)$$

La Figura 4.9 muestra la característica estática par-velocidad correspondiente al motor de CC con excitación independiente. El primer término de (4.27) corresponde a la velocidad sin carga mecánica, denominada velocidad de vacío (Ω_0). Como se desprende su valor depende de la amplitud de la tensión de armadura V_a . El segundo término corresponde a la regulación de la característica de salida que determina con el incremento del par motor la reducción de la velocidad respecto a la de vacío. El factor de regulación es proporcional a R_a e inversamente proporcional con el cuadrado de la amplitud del flujo y de las constantes que corresponden al diseño de la máquina⁵³. La curva continua 1 representa la característica dada por (4.27) en la cual se indica la caída de velocidad $\Delta\Omega$, respecto de Ω_0 , medida en condiciones nominales de par (T_N) y velocidad (Ω_N) (en condiciones de alimentación de armadura y campo también nominales). Su valor es:

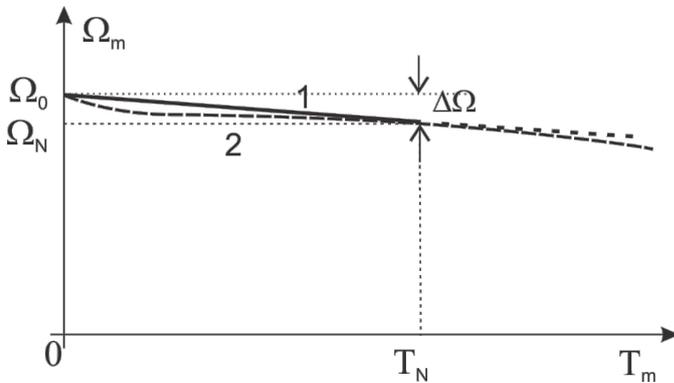
$$\Delta\Omega_N = \frac{R_a}{K_m K_a \phi_{fN}^2} T_N. \quad (4.28)$$

⁵³La regulación o caída de velocidad del motor respecto del par motor en una máquina real presenta un comportamiento no lineal como lo indica la curva punteada 2 de la Figura 4.9. La R_a contempla la caída de tensión en la resistencia de los conductores del bobinado de armadura, que puede ser considerado constante con la corriente, más la caída de tensión en el contacto de las escobillas sobre el colector que provoca una regulación no uniforme con el incremento del par motor. Por otro lado, el aumento de la corriente de armadura aumenta los efectos de reacción del inducido provocando, para campos bobinados, un aumento de la no linealidad entre la corriente de campo y el flujo en el entrehierro y un ligero debilitamiento del flujo neto.

La regulación nominal y porcentual de la velocidad se define como,

$$\Delta\Omega_N = \frac{\Omega_0 - \Omega_N}{\Omega_N} 100\%. \quad (4.29)$$

Figura 4.9
Característica par-velocidad.



Habitualmente en máquinas de alta potencia toma valores por debajo del 2%.

El par extremo de la característica par-velocidad del motor se puede determinar cuando la velocidad es nula. Este par puede definirse como la capacidad máxima ideal de arranque del motor para tensión de armadura y campo nominales. Igualando a cero la expresión (4.27), el par de arranque

resulta:

$$T_{arr} = K_m \phi_f \frac{V_a}{R_a}. \quad (4.30)$$

Donde el cociente $\frac{V_a}{R_a} = I_{arr}$ es definida como la corriente arranque o máxima corriente que demanda el circuito de armadura durante el arranque.

Desde el punto de vista del circuito equivalente de la Figura 4.8, la corriente de arranque experimenta un transitorio hasta alcanzar el máximo limitado por R_a y L_a , siendo E_a nula en el primer instante. La determinación de I_{arr} como caso extremo no contempla los efectos inductivos en el transitorio⁵⁴.

Cambio de la característica por resistencia externa de armadura

La amplitud I_{arr} depende del valor de R_a y es varias veces superior a la corriente de armadura nominal, provocando una condición extrema de calentamiento en los arrollamientos. La máquina debe estar en condiciones de tolerar esta amplitud de corriente durante un tiempo breve, sin que el estrés térmico deteriore las características eléctricas del motor. En máquinas de altas potencias los valores de inercias son elevados retardando la aceleración del motor hasta alcanzar su velocidad de trabajo. Para limitar el calentamiento de los arrollamientos del inducido durante el transitorio de arranque es necesario limitar la amplitud I_{arr} . Una técnica de limitación de corriente (en desuso) es a través de aumentar el valor de la resistencia de armadura en forma externa mediante reóstatos conmutados en serie con el circuito de armadura. A medida que el motor va tomando velocidad, y con ello la amplitud de E_a , se va reduciendo el valor de la resistencia externa. A la velocidad de trabajo la resistencia externa debe quedar completamente desconectada.

⁵⁴ En secciones próximas se analizará el comportamiento transitorio de la corriente de armadura durante el arranque del motor.

La expresión (4.28) indica que aumentar la resistencia de armadura externamente, aumenta la regulación de la máquina tal como se puede observar en la Figura 4.10a) para dos valores de resistencias externas diferentes. En estado estacionario el aumento de la regulación posibilita reducir la velocidad de rotación sin perder capacidad de carga. Sin embargo, este método simple no se concibe en la actualidad por la alta pérdida de potencia en la resistencia externa de armadura.

Cambio de la característica por tensión de armadura

En la actualidad un accionamiento debe actuar con la mayor eficiencia posible. Por lo tanto, la técnica por excelencia para cambiar la velocidad del motor por debajo de la velocidad nominal con excitación independiente se realiza mediante la tensión de armadura. Como se determinó en (4.27) la velocidad de vacío depende de la tensión de armadura. Por debajo de la tensión nominal se reduce la ordenada al origen de la recta que caracteriza al motor como lo muestra la Figura 4.10b), para dos valores de tensión menores a la nominal. La regulación nominal de la máquina se conserva, así como también su capacidad de par motor. Además, mediante la tensión de armadura se puede realizar arranques *suaves* aumentando V_a paulatinamente desde valores reducidos, limitando la corriente de arranque a un valor determinado.

Cambio de la característica por debilitamiento de campo

En motores con campo bobinado es posible modificar la característica par- velocidad del motor y superar la velocidad nominal mediante la reducción o debilitamiento de campo. Reduciendo la corriente de campo I_f en (4.16) se reduce el flujo magnético en el entrehierro, aumentando la velocidad de vacío y simultáneamente la regulación del motor.

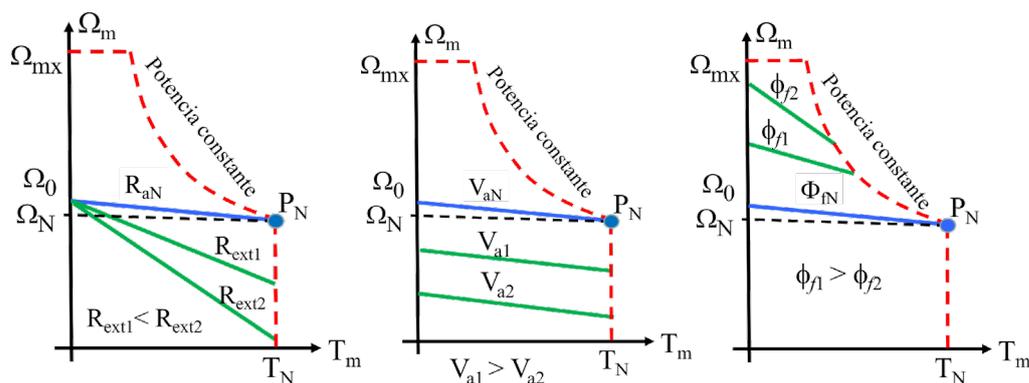
Figura 4.10

Cambio de la característica par-velocidad, mediante:

a) R_a (V_a e I_f nominales),

b) V_a (I_f nominal)

c) I_f (V_a nominal).



Teniendo en cuenta (4.16), la velocidad de vacío es inversamente proporcional a la corriente de campo,

$$\Omega_0 = \frac{V_{aN}}{K_a K_f I_f} \tag{4.31}$$

Asumiendo que la tensión de armadura es la nominal, la reducción de la corriente de campo por debajo de su valor nominal provoca un incremento de la velocidad de vacío por encima de la nominal, como se muestra en la Figura 4.10c) para dos valores de I_f inferiores al nominal. Por otro lado, si se toma el par de arranque dado en (4.30), teniendo en cuenta (4.16), T_a es proporcional a la corriente de campo,

$$T_a = K_m K_f \frac{V_{aN}}{R_a} I_f. \quad (4.32)$$

La reducción de I_f por debajo de su valor nominal reduce la capacidad de arranque del motor. Más aún, la regulación de la característica del motor cambia con la inversa de I_f^2 como lo muestra la Figura 4.10c).

Área de operación continua o segura

Como se observa en la Figura 4.10 las rectas características en cualquiera de las acciones tomadas previamente son válidas para la operación del motor dentro de la región punteada. Esta región es un área de operación segura del motor. El punto de operación nominal ($T_{mN}-\Omega_N$) corresponde a la potencia nominal mecánica en el eje del motor que permite operar en forma continua. En este punto la tensión y la corriente de armadura son valores nominales (de diseño), y las pérdidas de potencia en el rotor serán tales que la temperatura de operación, a velocidad nominal, establece un equilibrio térmico de operación estable con el medio ambiente. Esto significa que la refrigeración natural o forzada del motor es la adecuada para su funcionamiento, en las condiciones ambientales correspondientes. Cualquier valor de par por encima del nominal implica un incremento de la corriente de armadura por encima del nominal, aún a velocidades de operación por debajo de la nominal. Dependiendo del tipo de refrigeración aplicado al motor puede transitoriamente, y por un tiempo máximo especificado, duplicar el valor de corriente de armadura respecto del valor nominal. En todos los casos de la Figura 4.10 el par nominal es el límite para funcionamiento permanente del motor en todo el rango de velocidades por debajo de la nominal. Se caracteriza este rango de velocidades como de *par constante*.

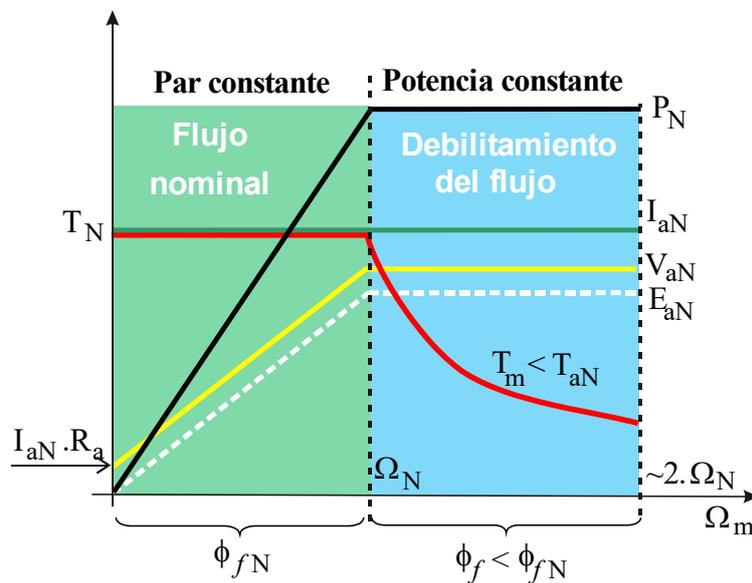
Al disminuir I_f por debajo de su valor nominal en (4.21) es necesario incrementar la corriente de armadura por encima de su valor nominal si se pretenden sostener un par motor nominal, (4.21). En esta condición de trabajo se provocaría un sobrecalentamiento sobre el rotor. Por lo tanto, con debilitamiento de campo es imprescindible limitar la corriente de armadura a su valor nominal, en consecuencia el par de trabajo permisible será inferior al nominal. Por otro lado, la tensión de armadura es la nominal, si la corriente de armadura no debe ser superior al valor nominal, la caída de tensión sobre R_a será igual, cualquiera sea el valor de campo por debajo del nominal. Desde el punto de vista del circuito de armadura equivalente el valor E_a deberá ser constante e igual al valor nominal. Así la velocidad crecerá inversamente proporcional a I_f .

Con debilitamiento de campo el límite de potencia eléctrica de entrada será igual al producto $V_{aN} \cdot I_{aN}$. Por lo tanto, el límite de operación permanente de un motor con debilitamiento de campo

requiere mantener la potencia del eje constante y nominal. Se caracteriza el rango de velocidades por encima del nominal como condición de operación en *potencia constante*.

Figura 4.11

Regiones con capacidad de operación par-velocidad.



Capacidad de carga continua

La capacidad de carga continua del accionamiento está relacionada con la disponibilidad de funcionamiento permanente del par motor como función de la velocidad y del flujo. La Figura 4.11 muestra cómo cambian las variables del motor conforme cambia la velocidad. En la región de flujo nominal (constante) la velocidad puede cambiar de cero a su valor nominal con *par constante* nominal (T_N) y en consecuencia a corriente de armadura nominal, I_{aN} . En esta zona la tensión de armadura crece linealmente acompañada por el crecimiento de la *femi*, a partir de un valor distinto de cero necesario para compensar la caída de tensión sobre la resistencia de armadura ($I_{aN} \cdot R_a$). La potencia disponible en el eje del motor crece conforme crece la velocidad hasta la potencia nominal (P_N). En la región de debilitamiento de campo⁵⁵ o de *potencia constante*, la tensión de armadura debe mantener su valor nominal así como también la corriente de armadura, en consecuencia la capacidad de par motor decae conforme se reduce la corriente de campo y aumenta la velocidad del motor. Dependiendo de las características mecánicas de la máquina este rango puede extenderse hasta aproximadamente el doble de la velocidad nominal.

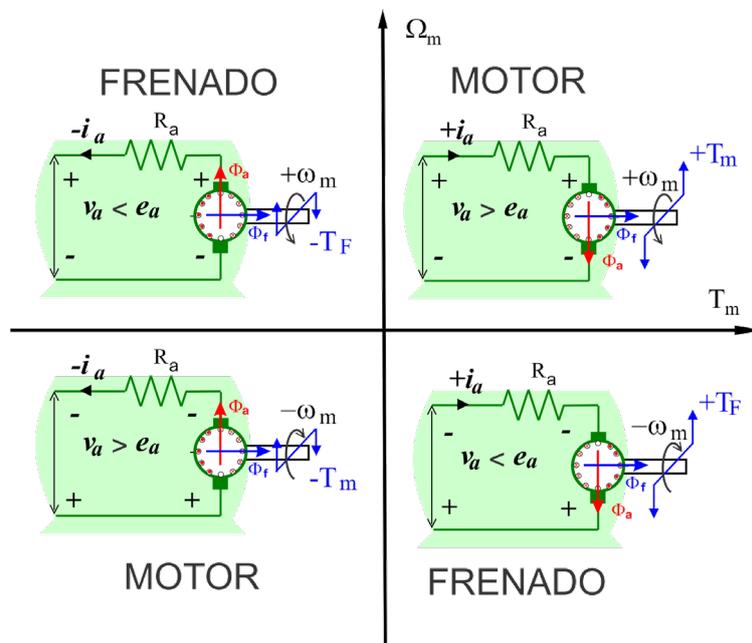
⁵⁵ El debilitamiento de campo o capacidad de operación a velocidades por encima de la nominal solo es posible en máquinas de campo bobinado. La capacidad de las máquinas de imán permanente está limitada en la región de campo y par constantes.

Operación reversible de la máquina de continua

Principalmente la máquina eléctrica de un accionamiento actúa como motor imponiendo el movimiento de un sistema. Sin embargo, en muchas de las aplicaciones existen procesos de desaceleración o de frenado, en la cual el movimiento es impuesto por el sistema mecánico. En esta acción la variación de energía mecánica del sistema es convertida en energía eléctrica a través de la máquina, operando como generador. Si la energía mecánica se inyecta a la fuente de alimentación eléctrica, se está en presencia de un '*frenado regenerativo*'. Mientras que, si la energía proveniente del movimiento es gastada, básicamente mediante una resistencia, se establece un '*frenado dinámico*'.

Figura 4.12

Cuadrantes de operación de una máquina eléctrica.



Durante la operación de frenado la máquina induce un par antagónico al impuesto por el sistema mecánico, y considerando que el flujo de campo se mantiene constante, el módulo de la tensión inducida es superior a la tensión de armadura aplicada. En la Figura 4.12 se observa los cuatro cuadrantes de operación de un motor donde se indica en cada uno de ellos los signos correspondientes de velocidad-par (equivalente al flujo de potencia) y la relación con los módulos entre tensión de armadura aplicada e inducida. En los cuadrantes *MOTOR*, los signos de velocidad y par coinciden, la potencia eléctrica demandada es inyectada o consumida en el sistema mecánico. Mientras que en los cuadrantes de *FRENADO* los signos de velocidad y de par son opuestos, invirtiendo el flujo de potencia desde el sistema mecánico al eléctrico.

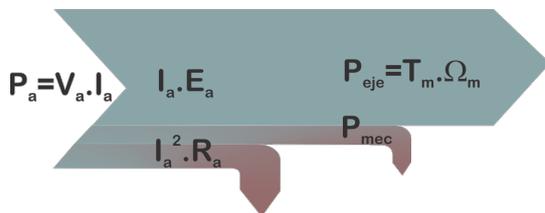
Flujos de potencia entre carga y fuente eléctrica. Rendimiento

Las máquinas eléctricas poseen la capacidad de conversión de la potencia electromagnética de forma reversible, en su operación como motor y/o como generador. Como todo sistema e independientemente del sentido en el flujo de energía, existe una pérdida de potencia en la conversión de la energía. En las máquinas eléctricas las pérdidas de potencia son debidas a pérdidas mecánicas y pérdidas debidas al proceso electromagnético.

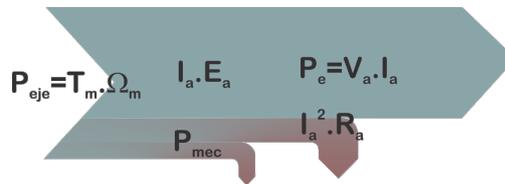
Figura 4.13

Representación de los flujos de potencia:

a) en modo motor,



b) en modo generador.

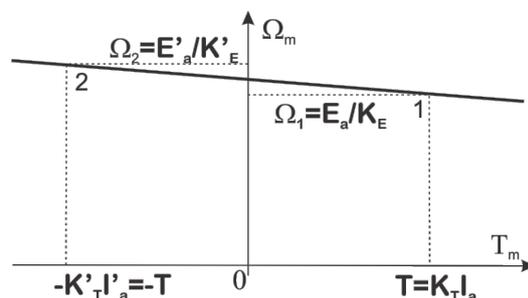


Enfocándose en la máquina de corriente continua, por el rotor fluye la potencia de conversión electromecánica, por lo tanto, en el inducido se concentran las pérdidas de potencia. Las pérdidas electromagnéticas se pueden separar entre las puramente eléctricas y las específicamente debidas al proceso de conversión electromagnética. Las pérdidas eléctricas se conforman por las pérdidas en la resistencia por el cobre de los devanados del inducido más las pérdidas de contacto sobre las escobillas del colector. Mientras que las electromagnéticas se corresponden con las pérdidas por histéresis y de Foucault, en el material ferromagnético del inducido⁵⁶. En cuanto a las pérdidas mecánicas se pueden localizar en el rozamiento de tipo viscoso, en los cojinetes de las bancadas de la máquina, como las de roce por fricción con el aire principalmente producidas sobre la turbina de ventilación interna⁵⁷.

En el modo motor de una máquina de continua el flujo de potencia proviene de la fuente eléctrica para ser consumida en el eje del sistema mecánico, como se observa en la Figura 4.13a). Teniendo en cuenta el circuito de

Figura 4.14

Cambio de valores en las constantes de proporcionalidad.



⁵⁶ Existen pérdidas de conversión secundarias debido a la distribución de campos en los bordes dentados del núcleo del estator donde se aloja el campo.

⁵⁷ En algunas máquinas es necesario emplear ventilación auxiliar forzada mediante una turbina externa alimentada en forma independiente.

armadura, la potencia eléctrica (P_a) que ingresa al inducido del motor incluye la pérdida en la resistencia equivalente de armadura ($I_a^2 R_a$).

Despreciando las pérdidas en el material ferromagnético del rotor, la potencia resultante ($I_a E_a$) contiene la potencia disponible en el eje del motor (P_{eje}) más las pérdidas mecánicas (P_{mec}). Realizando el cociente entre P_{eje} y el producto $I_a E_a$, resulta:

$$\frac{P_{eje}}{I_a E_a} = \frac{K_T I_a \Omega_m}{I_a K_E \Omega_m} = \frac{K_T}{K_E} = \eta_E. \quad (4.33)$$

Este cociente entre las constantes de proporcionalidades define un rendimiento de armadura. Cuantifica las pérdidas de potencia mecánica que no son posibles de modelar en el circuito equivalente de armadura. De (4.33) se desprende que en modo de operación como motor $K_E > K_T$. En muchos casos estas constantes no pueden ser identificadas en forma independiente. En máquinas de alta potencia las pérdidas P_{mec} se consideran despreciables en cuyo caso las constantes resultan, $K_E \cong K_T$.

Tomando el rendimiento total del motor y agregando las pérdidas de potencia que se presentan en el circuito de campo ($P_f = I_f^2 R_f$), resulta:

$$\eta_m(\%) = \frac{P_{eje}}{P_a + P_f} 100. \quad (4.34)$$

En modo de freno regenerativo (generador) la potencia fluye de modo inverso al motor. La potencia ingresa al inducido en forma mecánica porque la carga impone el movimiento de la máquina. Las pérdidas mecánicas y eléctricas dentro del rotor se representan en la Figura 4.13b). El valor de la potencia eléctrica generada o disponible eléctricamente (P_e) se reduce en bornes de la armadura por lo tanto la relación (4.33) se invierte y con ello se debe plantear un cambio de los valores de las constantes involucradas. Planteando con '*prima*' el cambio de valor de las constantes ante el cambio de modo de funcionamiento de la máquina, la relación entre ambas debe ser $K'_T > K'_E$.

En la Figura 4.14 se presenta la característica par-velocidad de una máquina para una dada tensión V_a . El punto **1** corresponde el estado de la máquina operando como motor y el punto **2** operando en freno regenerativo y considerando que el par de frenado posee igual amplitud que el par motor del punto **1**. Para que la característica par-velocidad conserve la misma relación dada en (4.27), frente a las pérdidas mecánicas, se debe satisfacer que: $|K_T| = |K'_E|$ y $|K_E| = |K'_T|$. Así, la pendiente de la recta se conserva en ambos cuadrantes y también se cumple con igual valor de rendimiento de armadura, tanto como motor o como generador. Bajo esta consideración, los valores de *femi* y de corrientes de armadura cambiarán ligeramente de valor conforme se opere, como motor o freno.

Ejemplo 4.8: Rendimiento de motor

Los datos proporcionados por el fabricante de un motor de corriente continua son: 7,45kW a 860rpm y 470V de tensión de armadura, desarrolla un par de 88,5Nm con una corriente de armadura de 22,4A. El rendimiento del motor a plena carga es de 73%, posee una resistencia de

armadura de $4,5\Omega$ a 120°C con una inductancia de 56mH . El circuito de campo consume una potencia de $0,47\text{kW}$ con una tensión de 310V .

A partir de los datos se determinan las características del motor. En primer lugar se verifica que el par disponible nominal del motor es

$$T_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{7,45\text{KW}}{860 \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{30 \text{ seg}}} = 82,76\text{Nm},$$

La relación entre el par motor y la corriente de armadura se calcula a partir de (4.20),

$$K_T = \frac{T_m}{I_a} = \frac{88,5\text{Nm}}{22,4\text{A}} = 3,95 \frac{\text{Nm}}{\text{A}},$$

Por otro lado, se calcula la constante de proporcionalidad entre la velocidad y la *femi* en condiciones nominales,

$$K_E = \frac{V_a - R_a I_a}{\Omega_N} = \frac{470\text{V} - 4,5\Omega \times 22,4\text{A}}{860 \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{30 \text{ seg}}} = 4,1\text{Vseg},$$

Como puede observarse ambas constante son muy próximas pero no iguales. Esto significa que existe una pérdida de potencia mecánica (en roce mecánico más pérdidas magnéticas en el inducido el motor), por lo tanto, la potencia que se transfiere al inducido no es exactamente igual a la potencia en el eje. Podemos establecer la relación entre ambas potencias como:

$$\eta_E = \frac{P_m}{P_E} = \frac{K_T}{K_E} = 0,96,$$

Lo que indica este rendimiento mecánico del inducido es la pérdida de potencia mecánica igual al 4% de la potencia P_E . Para chequear este valor de perdida se calcula la potencia en el eje a través de,

$$P_{eje} = (I_a V_a - R_a I_a^2) \frac{K_T}{K_E} = (22,4\text{A} \times 470\text{V} - 4,5\Omega \times (22,4\text{A})^2) \times 0,96 = 7,94\text{KW}.$$

La pérdida en la resistencia de armadura en condiciones nominales $R_a \cdot I_a^2$ es $2,258\text{KW}$, y la potencia tomada en la armadura ($V_a \cdot I_a$) es $10,528\text{KW}$. Si se suma la potencia consumida en el circuito de campo, la potencia eléctrica total del motor es $10,998\text{KW}$. Finalmente, el rendimiento del motor

$$\eta\% = \frac{P_{eje}}{P_a + P_f} 100 = \frac{7,94\text{KW}}{10,998\text{KW}} 100 = 72,2\%.$$

Los cálculos realizados permiten corroborar que las pérdidas mecánicas evaluadas a través de (4.33) son adecuadas.

Convertidores electrónicos de actuación

Los accionamientos de CC utilizan convertidores electrónicos de potencia sobre la alimentación de armadura y de campo (para máquinas de campo bobinado). En general las topologías y técnicas de comando empleadas se determinan de acuerdo con el tipo de máquina, su

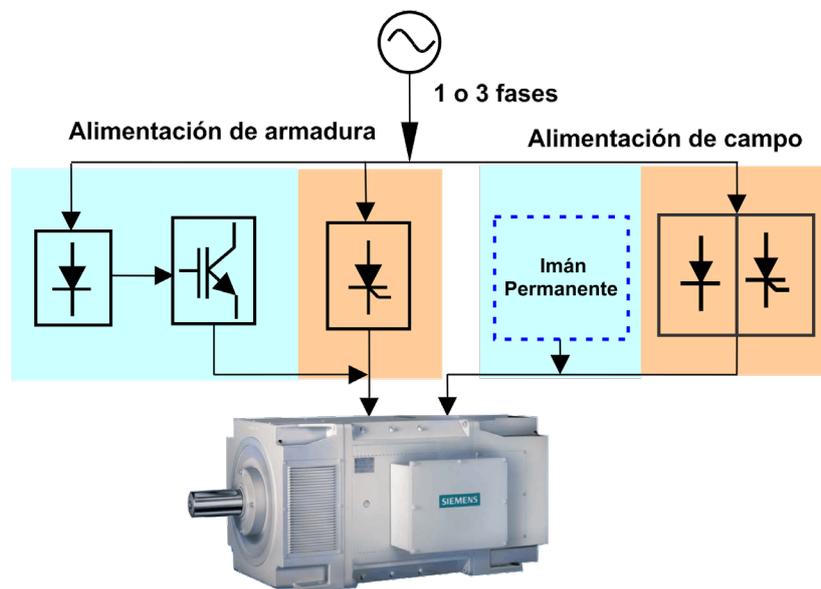
potencia y en especial a la capacidad operativa en la aplicación o los modos de operación posible del accionamiento.

La Figura 4.15 es un esquema que reúne las posibles tecnologías aplicables para el control de las máquinas de continua. La selección de los convertidores electrónicos de potencia depende del motor y de las aplicaciones que involucra la potencia de trabajo. Para potencias en el rango de 1kW a 10MW las máquinas son de campo bobinado y la tecnología de rectificación controlada es muy apta, tanto para el circuito de armadura como para el de campo. En particular en el circuito de campo se requiere manejar poca potencia lo que posibilita el empleo de un rectificador no controlado y una etapa conmutada para controlar la corriente de campo. En el rango de potencias desde fracciones de kW hasta los 3 o 4kW, se emplean motores con imán permanente. En este rango pueden encontrarse rectificadores controlados monofásicos, sin embargo, resultan más adecuados para estos niveles de potencia los convertidores conmutados con frecuencias superiores a la de red. En general se rectifica la tensión de red y emplea una etapa de conversión CC – CC para controlar la tensión de armadura. Este esquema presenta un mejor factor de potencia a la red que los rectificadores controlados.

Para describir la capacidad de operación en 1, 2 o 4 cuadrantes de los accionamientos sobre un sistema, se presentarán en lo que sigue, algunas aplicaciones clásicas de operación.

Figura 4.15

Esquema de diferentes técnicas de convertidores sobre máquinas de continua.



Accionamiento con cargas verticales

Las cargas verticales se encuentran en puentes grúas, ascensores, montacargas, entre otras. En todas estas aplicaciones los accionamientos deben actuar sobre la fuerza de gravedad como se representa en la Figura 4.16, donde el motor se acopla a un volante o tambor de arrollamiento

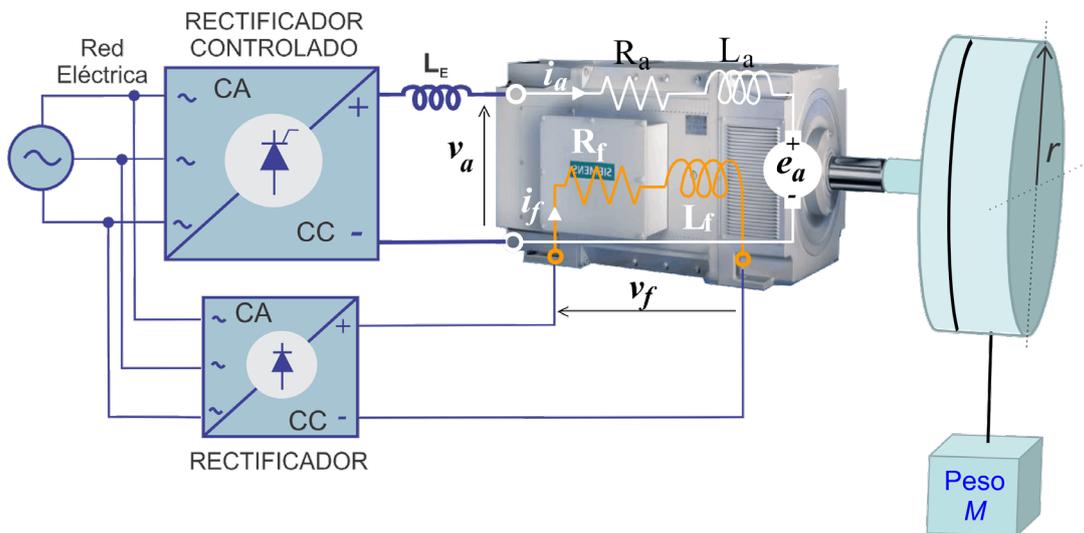
del cable que sostiene el peso de masa M . Las cargas gravitacionales son independientes de la velocidad de rotación, y el par antagónico viene dado por:

$$T_L = Mgr \tag{4.35}$$

donde g es la aceleración de la gravedad y r es el radio del volante⁵⁸.

La Figura 4.17 indica los dos cuadrantes de operación posibles para este tipo de carga en estado estacionario, considerando que ambas operaciones mantienen la alimentación de campo fija⁵⁹. En el punto **1** de operación correspondiente a la intersección entre la característica $T_m-\Omega_m$ como motor (trazo verde) y la carga (trazo azul), el cuerpo está en acenso a velocidad constante. En esta condición la potencia eléctrica tomada de la red por el motor se convierte en energía potencial sobre la carga. En el punto **2** de operación el cuerpo descende a velocidad constante. Para ello se invierte el sentido de rotación de la máquina invirtiendo el signo de la tensión de armadura. La característica $T_m-\Omega_m$ pasa al cuarto cuadrante dado que el par inducido sobre el motor adquiere el carácter de freno para un descenso a velocidad constante del peso, sin cambiar el signo de la corriente. En este modo el flujo de potencia se invierte la máquina convierte la energía mecánica potencialmente acumulada en energía eléctrica. Acción de freno regenerativo.

Figura 4.16
Accionamiento para cargas verticales



La actuación mediante el convertidor de dos cuadrantes de la Figura 4.16 posibilita realizar un frenado regenerativo reinyectando la energía eléctrica generada a la red. En cada cuadrante de la Figura 4.17 se indica la relación entre los módulos de la tensión de armadura y de la f_{em} ,

⁵⁸ En un sistema elevador de cargas (montacargas o ascensores) se suele emplear en el extremo opuesto del cable que sostiene al cuerpo un contrapeso para reducir el esfuerzo neto del accionamiento. En estos casos el par resultante toma el valor: $T_{LN} = (M - m)gr$, donde m es la masa del contrapeso.

⁵⁹ Existen operaciones donde se invierte el sentido de operación de la máquina invirtiendo el sentido de campo a través de invertir la polaridad de la tensión de campo y con ello la corriente i_f de excitación sin invertir el signo de la tensión de armadura.

en modo motor $|V_a| > |E_a|$ inyectando potencia al eje del motor y en modo de freno regenerativo $|V_a| < |E_a|$ inyectando potencia mecánica al inducido de la máquina.

Ejemplo 4.9: Accionamiento de un montacarga

Un accionamiento actúa sobre un montacarga con 1500kg de masa (incluyendo la masa de la cabina, cable de arrollamiento y demás elementos) mediante el motor del Ejemplo 4.8. Se calculará la cantidad de potencia inyectada a la red eléctrica durante el descenso del montacarga a una velocidad de 15m/min y el factor de potencia que se presenta a la red.

El cable de sostén al montacarga se arrolla en un tambor de 0,28m de radio (r_t) acoplado al motor mediante un reductor de velocidad a tornillo *sin-fin*, cuya relación de vueltas (σ) es 1:67 y posee un rendimiento de 98,5%.

En esta condición de trabajo la potencia mecánica desarrollada por el descenso del montacarga es

$$P_{desc} = M_L g v_L = 1500Kg \times 9.8 \frac{m}{seg^2} \times \frac{15}{60} \frac{m}{seg} = 3,675KW$$

La potencia eléctrica disponible en bornes del inducido de la máquina será la potencia mecánica de entrada en el eje del motor afectada por el rendimiento del reductor de velocidad y el rendimiento del inducido (η_E) (considerados invariables con el estado de carga), menos la potencia gastada en la resistencia de armadura,

$$P_a = \eta_{red} \eta_E P_{desc} - I_F^2 R_a$$

Siendo I_F la corriente de armadura durante el frenado regenerativo de la máquina, cuyo valor resulta de tomar el par del tambor de arrollamiento reflejando al eje del motor (ver Apéndice A),

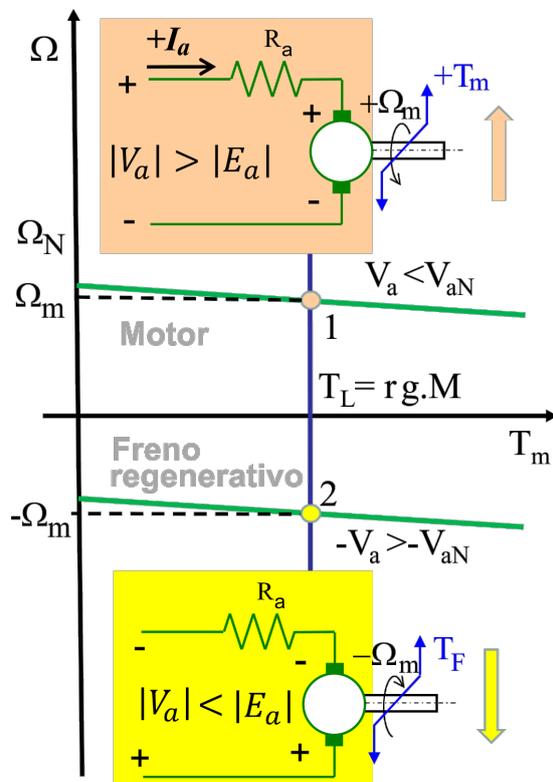
$$I_F = \frac{1}{K_t} \frac{1}{\sigma} M_L g r_t = \frac{1500Kg \times 9.8 \frac{m}{seg^2} \times 0,28m}{4,1 \frac{Nm}{A} \times 67} = 15A.$$

Como se analizó este valor de corriente corresponde a la acción de par antagónico al introducido por el montacarga durante el descenso. De modo que la potencia en bornes de la armadura toma el valor,

$$P_a = 3,675KW \times 0,985 \times 0,96 - (15A)^2 \times 4,5\Omega = 2,46KW.$$

Figura 4.17

Puntos de operación de una carga vertical.



Finalmente, la potencia P_{CA} inyectada a la red suponiendo un rendimiento del convertidor del 95%, es igual a:

$$P_{CA} = 2,46KW \times 0,95 = 2,34KW.$$

Como se observa el aprovechamiento de la energía regenerada es de aproximadamente el 64% de la desarrollada en la carga. También es importante establecer el factor de potencia que en estas condiciones impone el frenado regenerativo sobre la red eléctrica. Suponiendo que la corriente de armadura está libre de ripple, la potencia instalada en un rectificador trifásico de dos cuadrantes conectado a la red de 380Vrms, se expresa en función de la corriente de armadura como:

$$S_{CA} = \sqrt{3}V_{lirms} \sqrt{\frac{2}{3}} I_a = \sqrt{2} \cdot 380V \times 15A = 8,06KVA.$$

Por lo tanto, el factor de potencia FP (Apéndice B) es:

$$FP = \frac{P_{CA}}{S_{CA}} = \frac{2,34KW}{8,06KVA} = 0,29.$$

Como se aprecia este valor es extremadamente bajo lo que indica que hay una fuerte componente de corriente reactiva. Se concluye que la S_{CA} depende del peso a través de la corriente I_a y que no cambia con la velocidad de descenso, sin embargo, si depende el valor de FP . A mayor velocidad mayor será la potencia y con ello se mejora el factor de potencia porque mayor será el valor medio de tensión de armadura y por lo tanto el ángulo de disparo se acercará a 180°.

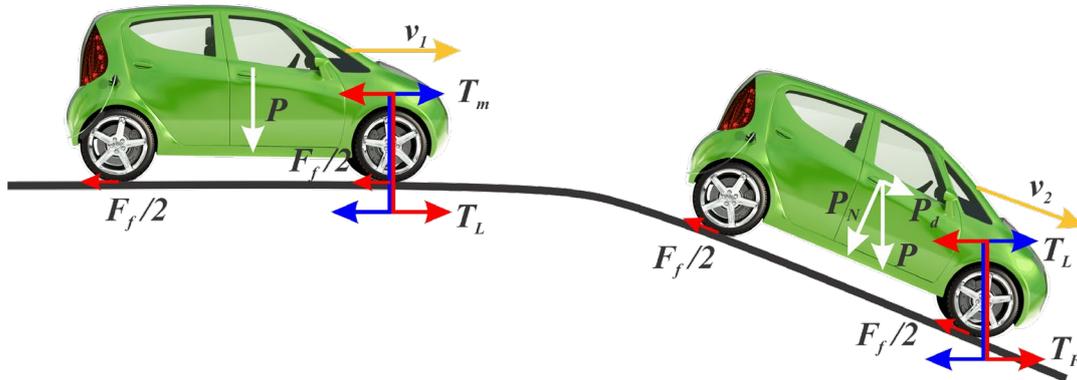
Accionamientos con cargas horizontales e inclinadas

Existen muchos accionamientos que deben actuar sobre cargas que requieren movimientos horizontales y/o con pendiente como pueden ser cintas transportadoras, cable carril u otros medios de transporte como trenes, entre otras aplicaciones. En este caso se tratará la operación de un vehículo eléctrico (VE) como se puede observar en la Figura 4.18, en dos condiciones posibles de operación de estado estacionario. El VE es motorizado por un motor de corriente continua con imanes permanentes⁶⁰ y accionado mediante un convertidor conmutado de dos cuadrantes como se discutió en el Ejemplo 3.3 del Capítulo 3.

⁶⁰ Las tecnologías de motorización eléctrica empleadas en VE son motores de imanes permanentes sin escobillas o motores de inducción. Sin embargo, en tracción de trenes el empleo de motores de corriente continua es común aún en la actualidad. En estas aplicaciones se emplean en conexión de campo en serie o compuesta, porque presentan mayor par de arranque para la misma potencia del motor. Además, como su característica par-velocidad es próxima a una hipérbola, permite trabajar en un amplio rango de velocidades a potencia constante sin necesidad de hacer cambios de marcha como en los motores diésel donde deben aprovechar toda su potencia térmica.

Figura 4.18

Carga horizontal e inclinada. Comportamiento de un vehículo eléctrico.



Mientras el VE se desplaza en forma horizontal a velocidad constante v_1 , el par motor T_m debe ser capaz de vencer el par resistente de carga impuesta por diferentes efectos de roce. El primero es la fricción del rodado con el pavimento que depende del coeficiente de roce μ y el peso P del VE. Otra componente de roce y el más preponderante, es debido al roce viscoso con la masa de aire que el perfil del vehículo debe desplazar y que depende de la velocidad del vehículo al cuadrado. Por lo tanto se puede plantear que en estado estacionario,

$$T_m = T_L = (\mu P + C v_t^2) r \quad (4.36)$$

donde C es el coeficiente de roce viscoso que depende del perfil aerodinámico del vehículo⁶¹, v_t es la velocidad que alcanza el vehículo más la velocidad del viento en la dirección del vehículo (se suma si el viento se opone al sentido de desplazamiento y se resta si el viento tiene el mismo sentido que el vehículo) y r es el radio de la rueda si el motor está directamente acoplado⁶². El primer término $\mu.P.r$ es el par de fricción (dinámico) que se considera independiente de la velocidad⁶³ y que se impone a muy bajas velocidades. A medida que aumenta la velocidad del vehículo el par de roce viscoso comienza a tener mayor peso sobre el par motor. Considerando que la velocidad del viento en dirección al desplazamiento es despreciable a la velocidad del vehículo, se puede plantear que, en estado estacionario a una velocidad de desplazamiento normal, el par motor es:

$$T_m = T_L \cong C r^3 \Omega_1^2 = C_\Omega \Omega_1^2 \quad (4.37)$$

siendo $C_\Omega = C.r^3$ y $\Omega_1 = v_1.r$, resultando el par motor proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación del motor.

⁶¹ La fuerza de roce viscoso aerodinámico que se opone al desplazamiento del vehículo está dada por:

$$T_L = (0.5\rho C_w A)(v_{vh} + v_o)^2 = C(v_{vh} + v_o)^2$$

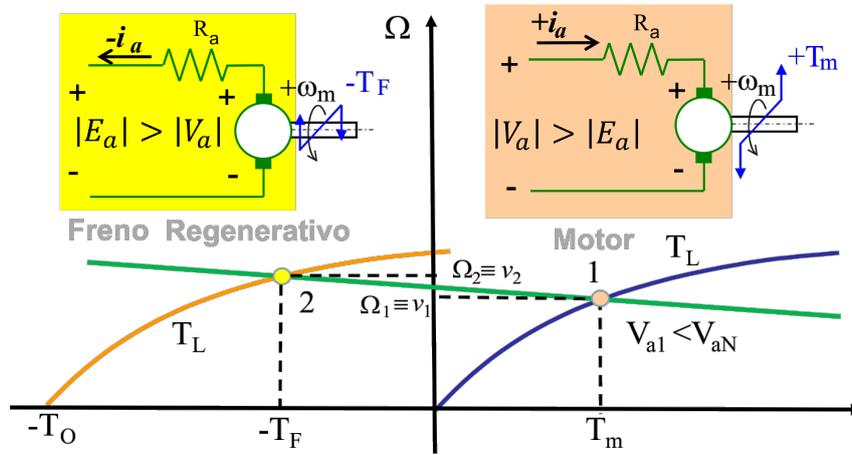
donde: ρ es la densidad del aire (1.202 Kg/m³ @ 200 m de altura), C_w es el coeficiente aerodinámico que depende de la forma de la carrocería del vehículo (aproximadamente: 0.3 para vehículos deportivos y 0.5 para vehículos familiares), A es el área neta frontal del vehículo, v_{vh} es la velocidad del vehículo y v_o es la velocidad del viento (Sistema de unidades MKS).

⁶² Si el motor este acoplado a través de una caja de velocidades r deberá ser afectado de la relación de transmisión entre el eje del motor y el eje de la rueda (ver Apéndice A).

⁶³ En los vehículos el factor de fricción μ depende de la temperatura que a su vez depende de la velocidad del vehículo.

Figura 4.19

Puntos de operación del VE.

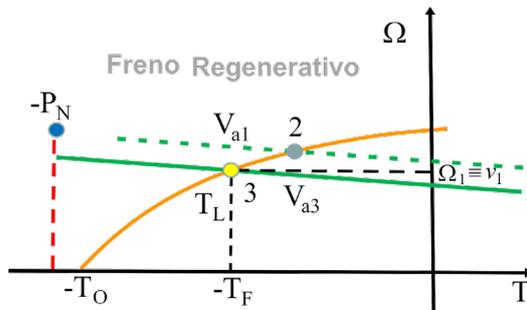


La Figura 4.19 indica los posibles puntos de operación. El punto 1 corresponde al funcionamiento como motor en donde traccionando el VE a una velocidad v_1 constante sobre el terreno horizontal. Este punto de operación se establece en la intersección de la característica del motor (trazo verde) a una determinada tensión de armadura V_{a1} (menor que el valor nominal) con la de la carga dada por (4.37) (trazo azul). Cuando el VE alcanza el plano inclinado, comienza un descenso y aparece una componente del peso en la dirección del movimiento P_d que tiende a provocar una aceleración sobre el vehículo. Manteniendo la tensión de armadura constante el nuevo estado estacionario durante el descenso se desplaza al punto 2 de operación. Este transitorio acelera al VE alcanzando la velocidad (v_2) superior a la del punto 1. El equilibrio se alcanza porque se induce un par antagónico de frenado T_F que equilibra el nuevo par externo. O sea, a velocidad de descenso se establece el siguiente equilibrio:

$$T_L = -P_d r + C_\Omega \Omega_2^2 = -T_F. \tag{4.38}$$

Figura 4.20

Cambio de punto de freno regenerativo.



Donde $P_d \times r = T_o$ es el par que produce la componente de fuerza en la dirección del movimiento. En este punto de operación se establece un freno regenerativo dado que se invierte el sentido de la corriente de armadura. La femi no cambia de signo (porque el motor sigue girando en el mismo sentido) pero su módulo supera en amplitud a la tensión de armadura. Como el VE desciende a velocidad constante su cambio de energía

potencial (por ser una carga gravitacional) se convierte en energía eléctrica que será reinyectada a las baterías que alimentan al VE.

Si el conductor quisiera conservar la velocidad v_1 durante el descenso, es necesario que reduzca la tensión de armadura aplicada ($V_{a3} < V_{a1}$) para bajar la característica $T_m-\Omega_m$ del motor, como se aprecia en el punto **3** de la Figura 4.20. En este nuevo punto la condición de operación se establece con un valor de par de frenado mayor del motor que en el punto **2** debido a que la fuerza de roce viscoso se ha reducido⁶⁴.

Ejemplo 4.10: Accionamiento en un vehículo. Freno Regenerativo

Un VE desciende a una velocidad de 40km/h por una pendiente de aproximadamente 10° de inclinación (Figura 4.18). La masa neta del vehículo (con dos pasajeros) es de aproximadamente 600kg y posee un coeficiente de roce viscoso aerodinámico $C = 0.041N/(km/h)^2$. Se determinará la potencia que se puede recuperar durante el descenso, considerando un motor de corriente continua con flujo nominal (fijo), cuyos datos son: 18,3KW (20HP), 223Nm, 785rpm @ 470V (armadura) y 48,5A (corriente de armadura a plena carga). Siendo su resistencia de armadura igual a 1,62Ω, posee un rendimiento a plena carga igual al 78%. En lo que sigue se asume que el motor está acoplado directamente al rodado de radio $r=0.4m$.

Despreciando el roce del rodado (y en ausencia de viento), el par de frenado requerido por el VE para descender a la velocidad indicada está dada por (4.38), donde la fuerza que tiende a acelerar el vehículo P_d , siguiendo la ley de Newton, es:

$$P_d = mg \sin(\alpha) = 600kg \times 9,8 \frac{m}{s^2} \times \sin(10^\circ) = 1021N.$$

El coeficiente rotacional de roce aerodinámico toma el valor,

$$C_\Omega = Cr^3 = 0.041 \times 3,6^2 \times 0,4^3 = 3,4 \times 10^{-2} \frac{Nm}{(rad/seg)^2}.$$

La fuerza de roce viscoso aerodinámico a 40km/h es:

$$F_a = Cv^2 = 0,041 \frac{N}{\left(\frac{km}{h}\right)^2} \times \left(\frac{40km}{h}\right)^2 = 65,6N.$$

Como se desprende la fuerza de roce viscoso no es lo suficientemente grande, y por lo tanto para mantener la velocidad a 40km/h, el par de frenado necesario debe ser aplicado desde el motor,

$$-T_F = (-P_d + F_a)r = -955,4N \times 0,4m = -382,16Nm.$$

La potencia mecánica desarrollada por el VE durante el descenso será:

$$P_L = (-P_d + F_a)v_{vh} = 955,4N \times \frac{40km}{3600seg} = 10,6kW.$$

Si bien esta potencia es inferior a la capacidad de potencia del motor, la cupla de frenado requerida de -382,16Nm, excede el par nominal del motor eléctrico. El convertidor limitará la corriente de armadura a su valor nominal de 48.5A, para que la máquina opere dentro del área segura.

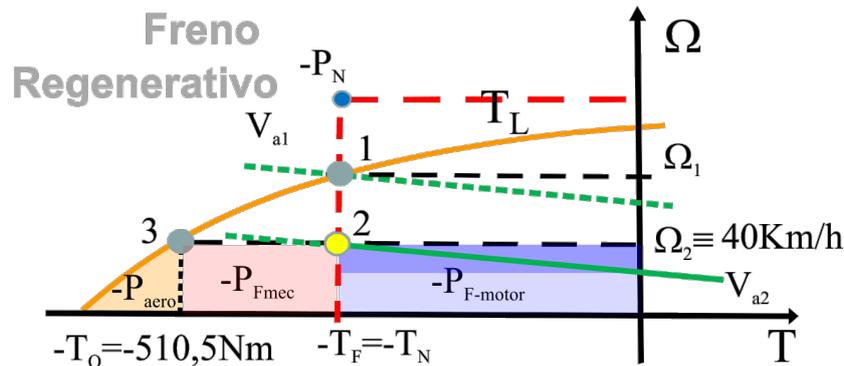
Al limitar el valor del par de frenado al nominal (223Nm), naturalmente la velocidad de descenso del VE crecerá por encima de los 40km/h, deseados. En la Figura 4.21 se indica esta

⁶⁴ La fuerza de roce viscoso contribuye al frenado del vehículo durante el descenso.

condición en el punto 1 de operación donde la característica de la carga T_L para el valor de par máximo posible del motor, requiere de una tensión de armadura V_{a1} . En este estado, toda la potencia mecánica desarrollada es regenerada por el motor.

Figura 4.21

Puntos de operación regenerativos.



La velocidad resultante surge a partir de (4.38), tomando como par de frenado el valor nominal del motor,

$$-T_N = -223Nm = -955,4N \times 0,4m + 3,4 \cdot 10^{-2} \times \Omega_1^2.$$

Despejando Ω_1 y multiplicando por el radio de la rueda, resulta que la velocidad final del VE vale,

$$v_1 = \Omega_1 r = \sqrt{\frac{-223Nm + 955,4N \times 0,4m}{3,4 \cdot 10^{-2}}} \times 0,4m \cong 27,36 \frac{m}{s} = 98,5 \frac{km}{h}.$$

Como se puede observar la velocidad resultante supera el doble del valor deseado.

Por lo tanto, para poder sostener la velocidad de descenso en 40Km/h, limitando el par de frenado del motor, es necesario aplicar un frenado adicional mecánico. La acción de frenado extra al motor introducirá una pérdida de potencia que no podrá ser recuperada en el proceso regenerativo. En esta situación la potencia neta recuperable será la diferencia de la potencia mecánica desarrollada por el VE durante el descenso menos la gastada en el freno mecánico.

El par de frenado mecánico T_{Fmec} para alcanzar la velocidad requerida, se calcula a partir de:

$$-T_{Fmec} = (-P_d + F_d)r + T_N = -955,4N \times 0,4m + 223Nm = -159,16Nm,$$

y la potencia gastada en el frenado mecánico a 40Km/h es:

$$P_{Fmec} = \frac{-T_{Fmec}}{r} v_{vh} = -\frac{159,16Nm}{0,4m} \times \frac{40km}{3600seg} = -4,421kW.$$

En la Figura 4.21 el punto 3 corresponde al par de frenado requerido por el vehículo de -382,16Nm para no superar los 40km/h ($\cong \Omega_2 = 265,4rpm$). El punto 2 corresponde a las condiciones de operación de la máquina eléctrica, establecido por el límite de su par y la velocidad Ω_2 .

El control del accionamiento ajustará el valor de tensión de armadura V_{a2} , acompañando la *femi* del motor a la velocidad Ω_2 , tal que la corriente del motor sea de 48,5A (valor nominal).

Finalmente, la potencia regenerada será la inyectada en el eje de la máquina menos las pérdidas en la resistencia de armadura,

$$P_{recarga} = (P_L - P_{Fmec}) - R_a I_N^2 = (10,6kW - 4,421kW) - 1,6\Omega \times (48,5A)^2 = 2,4kW.$$

En la Figura 4.21 se muestra el área rosada correspondiente a la cantidad de potencia gastada en el freno mecánico P_{Fmec} . La potencia gastada por el roce aerodinámico corresponde a la pequeña área en el extremo izquierdo debajo de la curva de carga (color ocre). Finalmente, el área azulada corresponde a la potencia que ingresa al eje de la máquina ($P_{F-motor}$). La zona de mayor tonalidad corresponde a la pérdida en R_a , que es un valor fijo dado que la corriente está controlada. El resto del área corresponde a la porción de potencia que se recuperará.

Como muestra el ejemplo, aun siendo el motor de potencia superior a la potencia desarrollada mecánicamente durante el descenso, no es posible recuperar la energía tomada de la batería del VE, solo es posible recuperar el 24% de esta potencia. Esta baja eficiencia se debe fundamentalmente a la limitación de par que el motor presenta.

Sin embargo, como el tiempo de descenso del VE es en un periodo corto es posible sobrecargar al motor permitiendo trabajar con un par por encima del su valor nominal. En general se permite trabajar con un 50% más del valor nominal. Las especificaciones de los fabricantes de motores indican un factor de sobrecarga (T_{max}/T_N) de 1.6 a 1.8 durante 15seg o 5seg, respectivamente, sin que se afecte las características eléctricas de la máquina⁶⁵.

Freno dinámico

Si se desconecta la tensión de armadura de un motor de continua que eleva una carga como la del Ejemplo 4.9 y se la conecta a una resistencia externa, la carga comenzará a descender y el motor frenará el descenso manteniendo la velocidad constante. En este caso estamos frente a un *frenado dinámico*. En esta condición la potencia mecánica es gastada en la *resistencia de frenado dinámico* (*dynamic break resistance*) conectada en bornes de la armadura. El freno dinámico tiene mayor aplicación cuando es necesario detener la máquina ($\Omega_m = 0$), sin necesidad de

⁶⁵ La transmisión directa entre el motor y la rueda limita la capacidad de trabajo del motor. En general existe una caja de transmisión entre el motor y el rodamiento que mejora la eficiencia de recuperación de la energía. Una caja reductora de velocidad multiplica el par del motor sobre la rueda y reduce en igual proporción la velocidad del vehículo. Para una dada potencia, la relación entre radios o número de dientes con las velocidades y los pares es:

$$\frac{r_{corona}}{r_{piñon}} = \frac{\Omega_{motor}}{\Omega_{rueda}} = \frac{T_{F-rueda}}{T_{F-motor}}$$

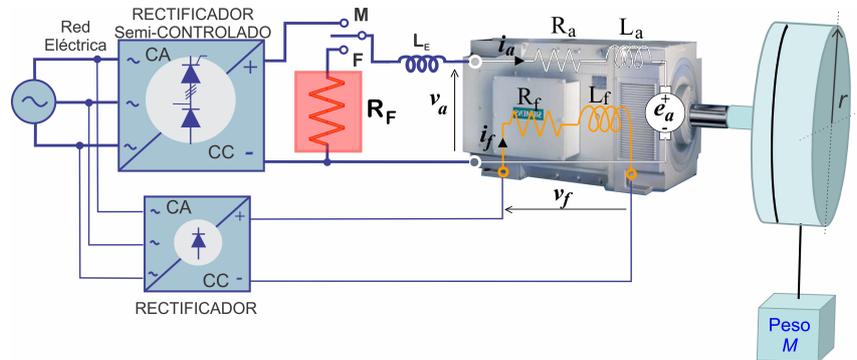
Donde r_{corona} es el radio de la corona, solidaria a la rueda, y $r_{piñon}$ es el radio del piñón, solidario al eje del motor. Por lo tanto, como $r_{corona} > r_{piñon}$, la velocidad del vehículo resultará menor a la del motor eléctrico, mientras que el par de frenado en el motor será inferior al par de frenado efectivo sobre la rueda. Eligiendo adecuadamente la relación entre engranajes, el punto de operación del motor podría ser el punto 1, en la Figura 4.21, cuya área encerrada será la potencia regenerada, mientras que la rueda operará en el punto 3 de la y el área encerrada será la potencia transferida al motor.

recuperar la energía o en convertidores que son alimentados desde la red mediante un rectificado y no permiten regenerar la energía eléctrica a la red.

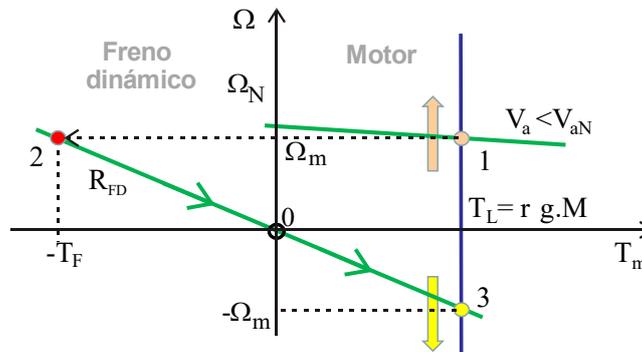
Tomando nuevamente el caso de cargas gravitacionales de la Figura 4.16. Para poder detener el ascenso de la carga es necesario desacelerar el movimiento. Para conseguirlo en forma controlada es necesario invertir el sentido de la corriente del motor para desarrollar un par de freno negativo (pasar del 1º al 4º cuadrante, Figura 4.12). En la Figura 4.22a) se muestra el accionamiento con cargas verticales al que se le ha agregado a la salida del convertidor la posibilidad de conectar una resistencia de freno dinámico a la armadura del motor. Mientras el interruptor este en la posición **M** (motor) el motor opera en el punto **1** (como se analizó en las secciones previas) y el peso asciende a la velocidad constante Ω_m . Para detener el ascenso en forma controlada se cambia el interrupto a la posición **F** (freno), el circuito de armadura se desconecta del convertidor y se conecta a la resistencia de frenado R_F . Debido a la inercia del sistema mecánico la velocidad de rotación no cambia instantáneamente por lo tanto el valor de E_a conserva su valor en el primer instante. Por lo tanto, E_a se convierte en la única fuente de tensión en el circuito de armadura y surgirá una corriente i_a de signo contrario al que tenía previo al cambio de conexión, dando origen al par de frenado T_F . Despreciando los efectos de la inductancia en el circuito de armadura, se produce un salto al punto **2** de operación como se observa en la Figura 4.22b). El valor del par instantáneo de frenado a partir de (4.27), anulando la tensión de armadura y sumando el valor de R_F a R_a ,

Figura 4.22

a) Esquema de conexionado de R_F en un rectificador controlado.



b) Puntos de operación durante el frenado dinámico.



$$T_F = \frac{K_m K_a \phi_f^2}{(R_{FD} + R_a)} \Omega_m. \quad (4.39)$$

Cuanto mayor sea el valor de R_F menor será la amplitud de la corriente de frenado y en consecuencia menor el par de frenado. A partir del punto **2** el peso que está ascendiendo se desacelerará hasta alcanzar la detención completa. En este proceso la amplitud E_a se va reduciendo con la velocidad y con ello el par de frenado siguiendo la recta que pasa por el origen, hasta que $\Omega_m=0$ ⁶⁶.

El tiempo empleado para detener el motor depende de la energía cinética acumulada en el sistema y de la capacidad de disipación de potencia. A mayor valor de R_F menor será la capacidad de disipar potencia en el circuito de armadura,

$$P_F = \frac{E_a^2}{(R_a + R_{FD})}, \quad (4.40)$$

y mayor será el tiempo necesario para detener el motor (Apéndice A).

Una vez alcanzada la detención del motor, el peso queda suspendido y en reposo. Esta condición debe mantenerse de forma mecánica mediante un freno mecánico, de lo contrario la acción del peso lo hará descender. Si el circuito de armadura permanece conectado a R_F y se libera el freno mecánico, el peso comenzará a descender aumentando la velocidad hasta encontrar un punto de equilibrio en la intersección entre la característica del motor (con V_a nula y R_F conectada) y la característica del par de la fuerza gravitatoria, punto **3** de la Figura 4.22b). El peso descende a una velocidad constante y la potencia mecánica dada por el producto $T_L \cdot \Omega_m$ es consumida en R_F , R_a y en las pérdidas mecánicas. Siendo el par impuesto por la fuerza gravitatoria independiente de la velocidad, la corriente de armadura que determina el par antagónico del motor, también será independiente de la velocidad. El circuito de armadura se convierte en un generador de corriente I_a , por lo tanto, cuanto mayor sea R_F mayor es la potencia que se puede gastar. Como la cantidad de energía acumulada es fija, dada por la altura alcanzada, cuanta más potencia se gaste más rápido se descende.

Como lo indica el punto **3** de la Figura 4.22b), durante el descenso cambia el sentido de rotación y el valor de la velocidad resulta,

$$\Omega_m = -\frac{R_{FD} + R_a}{K_m K_a \phi_f^2} T_L. \quad (4.41)$$

El sentido de la corriente no cambio respecto del ascenso, lo que si cambia es la acción antagónica de frenado, para que el movimiento sea uniforme,

$$I_F = \frac{-K_a \phi_f (-\Omega_m)}{R_{FD} + R_a} = \frac{T_L}{K_m \phi_f}. \quad (4.42)$$

Ejemplo 4.11: Freno dinámico en un montacarga

⁶⁶ La variación temporal de la velocidad se da a partir de la dinámica resultante de la máquina, como se analizará en las secciones que siguen.

El montacarga del Ejemplo 4.9 está ascendiendo con plena carga a una velocidad de 15m/min, se calculará la resistencia de frenado dinámico necesaria para detener el montacarga en un tiempo no mayor a 2,5seg. Se conoce el momento de inercia de la máquina y del tambor de arrollamiento del cable 0,09Kg^m² y 0,01Kg^m², respectivamente.

La potencia que entrega el motor durante el ascenso a plena carga a la velocidad de 15m/min (punto 1 de la Figura 4.22b), vale:

$$P_m = \frac{M_L g v_L}{\eta_{red}} = \frac{1500Kg \times 9.8m/seg^2 \times \frac{15}{60}m/seg}{0.985} = 3,7KW.$$

La velocidad de rotación del motor es,

$$\Omega_m = \frac{v_L}{r_{tamb}} \sigma = \frac{\frac{15}{60}m/seg}{0.28m} \times 67 = 59,7 \frac{rad}{seg}.$$

De los cálculos previos se desprende que el motor está trabajando dentro de su área de operación segura.

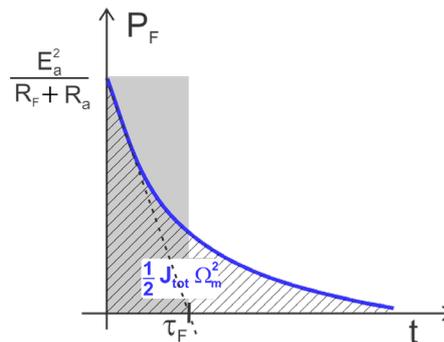
En el momento de accionar el comando de frenado se conecta a R_F cambiando el interruptor de la posición **M** a la **F**, Figura 4.22a). Despreciando la acción de la inductancia del circuito de armadura⁶⁷ y asumiendo una acción de conmutación instantánea del punto 1 se pasa súbitamente al punto 2 de operación en la Figura 4.22b). Como se analizó, dependiendo del valor de R_F será el valor del par de frenado de la máquina. Cuanto menor sea el valor de R_F mayor será la amplitud del par de frenado y viceversa.

Durante el proceso de frenado dinámico la velocidad del motor y el par de frenado decaerán exponencialmente con el tiempo hasta anularse, como se determinará en secciones posteriores.

El tiempo necesario para detener el motor está relacionado con la cantidad de energía acumulada por el montacarga y por la capacidad de disipación de potencia a través de R_F. La Figura 4.23 muestra el cambio de la potencia de frenado con el tiempo hasta detenerse el motor. El área bajo la curva es la energía cinética acumulada por el montacarga que se gastará en el circuito de armadura (sin frenos mecánicos y despreciando la porción de energía que se convierte en potencial al considerar un trayecto de desaceleración muy pequeño, respecto del recorrido total). Considerando un área rectangular equivalente de amplitud constante igual al pico inicial de potencia de frenado, queda definido un tiempo equivalente τ_F , tal que:

Figura 4.23

Gasto de la energía durante el freno dinámico.



⁶⁷ Como se analizará más adelante, la presencia de la inductancia en el circuito de armadura (propia del motor más inductancia externa) el máximo de la corriente de armadura será limitado y su crecimiento estará determinado por la constante eléctrica del circuito de armadura.

$$\Delta \text{Energía} = \frac{1}{2} J_{tot} \Omega_m^2 = \frac{E_a^2}{(R_F + R_a)} \tau_F, \quad (4.43)$$

siendo J_{tot} la inercia total reflejada al rotor de la máquina y $\frac{E_a^2}{R_F + R_a}$ es el valor de la potencia eléctrica que toma en el instante de iniciar el frenado. Por lo tanto el tiempo equivalente τ_F , resulta:

$$\tau_F = \frac{1}{2} J_{tot} \Omega_m^2 \frac{(R_F + R_a)}{E_a^2} = \frac{1}{2} \tau_\Omega. \quad (4.44)$$

Se puede comprobar que despreciando todo tipo de pérdidas por roces mecánicos $\tau_\Omega = J_{tot} \Omega_m^2 \frac{(R_F + R_a)}{E_a^2}$ es la constante de tiempo del decaimiento exponencial de la velocidad y del par inducido durante el frenado, propia del motor conectado a R_F .

Considerando que el motor prácticamente se detendrá en un tiempo igual a 4 veces τ_Ω , el tiempo de frenado real $t_{frenado}$ se tomará igual a $8 \tau_F$. Así,

$$\frac{t_{frenado}}{8} = \frac{1}{2} J_{tot} \Omega_m^2 \frac{(R_F + R_a)}{E_a^2}. \quad (4.45)$$

Habiendo fijado el tiempo de detenimiento a partir de la energía acumulada, se procede a calcular el valor de R_F considerando que la caída de tensión en R_a es despreciable tal que $V_a \cong E_a$, por lo tanto,

$$R_F \cong \frac{V_a^2}{4 J_{tot} \Omega_m^2} t_{frenado} - R_a. \quad (4.46)$$

Por otro lado, el momento de inercia total del sistema es la suma del momento de inercia del montacarga referido al eje del motor más el momento de inercia del motor y del tambor de arrollamiento. Haciendo las conversiones necesarias (ver Apéndice A),

$$J_{tot} = \frac{M g r_t^2}{\sigma^2} + J_m + J_t = \frac{1500 \text{Kg} \times 9.8 \times 0.28^2 \text{m}^2}{67^2} + 0.1 \text{kgm}^2 \cong 0.356 \text{kgm}^2.$$

La tensión de armadura necesaria para operar en el punto 1 es:

$$V_a = R_a \frac{P_L}{K_T \Omega_m} + K_E \Omega_m = 4,5 \Omega \times \frac{3,7 \text{KW}}{3,943 \frac{\text{Nm}}{\text{A}} \times 59,7 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}} + 4,1 \text{Vseg} \times 59,7 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} = 315,5 \text{V}.$$

Finalmente,

$$R_F \cong \frac{V_a^2}{4 J_{tot} \Omega_m^2} t_{frenado} - R_a = \frac{315,5^2}{4 \times 0,356 \text{kgm}^2 \times \left(\frac{59,7 \text{rad}}{\text{seg}}\right)^2} \times 2,5 \text{seg} - 4,5 \Omega = 44,5 \Omega.$$

Considerando despreciables las pérdidas mecánicas del motor, entonces $K_T \cong K_E$. Por lo tanto, el par de frenado resultante en el punto 2, toma el valor:

$$T_F = -K_T I_F = -\frac{K_T^2 \Omega_m}{R_{FD} + R_a} = -\frac{3,943^2 \times 59,7 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}}{49 \Omega} = -18,9 \text{Nm}.$$

En la práctica el frenado dinámico no es una acción de parada. El frenado dinámico y la fricción detendrán la rotación del motor, pero no impedirá que el rotor comience a girar en sentido contrario.

Una vez detenido el montacarga es necesario mantenerlo en reposo mediante un freno mecánico. Para esta acción se emplea una zapata de frenado accionada mediante un electroimán.

Servo accionamiento de continua

Modelo dinámico del motor con excitación independiente

Hasta aquí se analizó el comportamiento de los accionamientos como variadores de velocidad funcionado en estado estacionario en modo motor y en frenado regenerativo o dinámico, sin analizar el comportamiento dinámico del accionamiento. Para entender cómo cambia la velocidad de la máquina o cualquier parámetro eléctrico frente a perturbaciones en la carga mecánica o cambios de referencia, es imprescindible trabajar con el modelo dinámico representado por (4.23) y (4.25).

A partir de aquí se pueden reescribir representando cada una de las variables eléctricas y mecánicas por un valor de estado estacionario más una variación del punto de trabajo, de la forma,

$$V_a + \tilde{v}_a(t) = R_a(I_a + \tilde{i}_a(t)) + L_a \frac{d(I_a + \tilde{i}_a(t))}{dt} + (E_a + \tilde{e}_a(t)). \quad (4.47)$$

$$T_m + \tilde{T}_m(t) = J \frac{d(\Omega_m + \tilde{\omega}_m(t))}{dt} + B(\Omega_m + \tilde{\omega}_m(t)) + T_L + \tilde{T}_L(t). \quad (4.48)$$

Las variables en mayúsculas indican su valor de estado estacionario o punto de reposo como se ha discutido en las secciones previas. En minúsculas se representan las variaciones alrededor del punto de operación (reposo) donde permitirá obtener el modelo lineal de interés para el análisis del comportamiento dinámico.

Por lo tanto:

$$\tilde{v}_a(t) = R_a \tilde{i}_a(t) + L_a \frac{d\tilde{i}_a(t)}{dt} + \tilde{e}_a(t). \quad (4.49)$$

$$\tilde{T}_m(t) = J \frac{d\tilde{\omega}_m(t)}{dt} + B\tilde{\omega}_m(t) + \tilde{T}_L(t). \quad (4.50)$$

Simultáneamente: $\tilde{e}_a(t) = K_E \tilde{\omega}_m(t)$ y $\tilde{T}_m(t) = K_T \tilde{i}_a(t)$.⁶⁸ considerando que el flujo de campo se mantiene constante ya sea en un motor de campo bobinado o de imán permanente.

Aplicando transformación de Laplace al sistema de ecuaciones y agrupando términos, resulta:

$$V_a(s) = (R_a + sL_a)I_a(s) + E_a(s). \quad (4.51)$$

$$T_m(s) = (B + sJ)\Omega_m(s) + T_L(s). \quad (4.52)$$

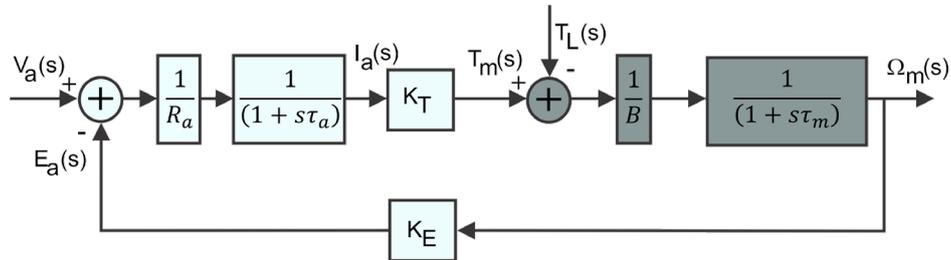
Este sistema de ecuaciones lineales representa el comportamiento dinámico de la máquina de continua en conexión independiente cuyo diagrama en bloques se presenta en la Figura 4.24. De este diagrama podemos identificar un sistema de realimentación propio de la máquina a

⁶⁸ Dado que la variable 't' se emplea para indicar el tiempo a la variación del par en el tiempo queda indicada en mayúsculas.

través de K_E . Esta realimentación a través de la *femi* es la que permite a la máquina poseer una muy buena regulación de la velocidad.

Figura 4.24

Diagrama en bloques dinámico del motor-carga con excitación independientes.



Aplicando las herramientas de control lineal la velocidad queda en función superpuesta de la tensión de armadura manteniendo el par de carga sin variaciones ($T_L(s)=0$) y el par de carga y la velocidad manteniendo nula las variaciones de tensión en la armadura ($V_a(s)=0$). De la Figura 4.24. la velocidad resulta (suprimimos la variable s por simplicidad de anotación):

$$\Omega_m(s) = \frac{G_{Va}}{s^2 \frac{\tau_a \tau_m}{(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B})} + s \frac{\tau_a + \tau_m}{(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B})} + 1} V_a(s) - \frac{-G_{TL}(1 + s\tau_a)}{s^2 \frac{\tau_a \tau_m}{(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B})} + s \frac{\tau_a + \tau_m}{(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B})} + 1} T_L(s). \quad (4.53)$$

Siendo;

$G_{Va} = \frac{K_T}{(R_a B + K_E K_T)}$: la ganancia de estado estacionario de la velocidad respecto de la tensión de armadura sin variación de carga ($T_L(s)=0$),

$G_{TL} = \frac{R_a}{(R_a B + K_E K_T)}$: la ganancia de estado estacionario de la velocidad respecto de los cambios de par de carga sin variaciones de tensión de armadura ($V_a(s)=0$),

$\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$: es definida como la constante de tiempo impuesta por el circuito de armadura y

$\tau_m = \frac{J}{B}$: es definida como la constante de tiempo del sistema mecánico.

Es común en las máquinas de potencia encontrar que τ_a varíe entre 10ms a 100ms considerando la impedancia completa en el circuito de armadura (resistencias de la máquina más el convertidor asociado y en particular la presencia del inductor serie para disminuir el ripple sobre la corriente de armadura, introducida por la conmutación del convertidor). Mientras que τ_m contiene toda la inercia de la carga asociada al rotor de la máquina y el roce viscoso de las bancadas del sistema. Dependiendo de la potencia del accionamiento, el orden de magnitud de esta constante es de centenares de milisegundos para servo motores o en trenes de laminación, a segundos en arrolladores de papel o montacargas empleados en minería.

Las raíces del denominador de (4.53) determinan la dinámica propia del motor, de modo que se puede plantear la siguiente igualdad mediante sus raíces explícitas,

$$s^2 \frac{\tau_a \tau_m}{\left(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B}\right)} + s \frac{\tau_a + \tau_m}{\left(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B}\right)} + 1 = s^2 (\tau'_a \tau'_m) + s(\tau'_a + \tau'_m) + 1. \quad (4.54)$$

donde $\frac{1}{\tau_a}$ y $\frac{1}{\tau_m}$ son las raíces del polinomio. Por lo tanto, se pueden plantear las siguientes igualdades:

$$\tau'_a \tau'_m = \frac{\tau_a \tau_m}{\left(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B}\right)} \quad y \quad \tau'_a + \tau'_m = \frac{\tau_a + \tau_m}{\left(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B}\right)} \quad (4.55)$$

Teniendo en cuenta que $\tau_a \ll \tau_m$ entonces se puede considerar que $\tau_a + \tau_m \cong \tau_m$. La realimentación interna de la máquina tenderá a acercar las raíces del lazo directo del diagrama de la Figura 4.24. Si aun así la dinámica mecánica de la máquina resulta uno o más ordenes de magnitud mucho más lenta que la eléctrica, por lo tanto también se puede considerar que $\tau'_a + \tau'_m \cong \tau'_m$. De modo tal que se pueden aproximar de la forma:

$$\tau'_m \cong \frac{\tau_m}{\left(1 + \frac{K_E K_T}{R_a B}\right)} \quad y \quad \tau'_a \cong \tau_a \quad (4.56)$$

La función de transferencia de la velocidad respecto de la tensión de armadura sin variación de carga se expresa:

$$G_V = \frac{\Omega_m}{V_a} \Big|_{TL=0} = \frac{G_{Va}}{(s\tau'_m + 1)(s\tau'_a + 1)} \quad (4.57)$$

Ejemplo 4.12: Respuesta de velocidad con cambio de tensión

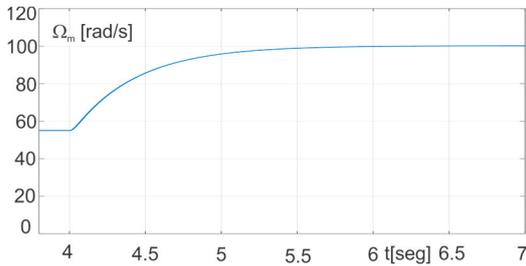
Un variador de velocidad accionado por un rectificador monofásico de dos cuadrantes actúa sobre un motor de: 10HP, 1750RPM, V_a/I_a 240V/37A V_f/I_f 240V/2,18A. La carga es una cinta transportadora que impone un par independiente de la velocidad y cuya inercia total del sistema es de 0,5Kgm², con un coeficiente de fricción viscoso $B = 10^{-3}$ Nms. Para suavizar el ripple de corriente de armadura el motor se conecta mediante un inductor externo de 20mH con una resistencia de 0.05Ω. Sumado a la inductancia propia de la máquina de 3mH y 1Ω de armadura, la constante eléctrica $\tau'_a \cong 23$ ms. Mientras que a partir de las características del motor $\tau'_m \cong 413$ ms.

La Figura 4.25 muestra la respuesta transitoria de la velocidad y el par del motor, frente a un escalón de amplitud sobre la tensión de armadura. La velocidad del motor aumenta aproximadamente en un 100% como se aprecia en la Figura 4.25a) mientras que en la Figura 4.25b) se observa el cambio de par necesario sobre el motor para poder acelerar la máquina, considerando que el par de carga permanece constante. En el instante que se produce el salto de tensión mostrado en la Figura 4.25c), el crecimiento del par motor se establece con la velocidad impuesta por la constante τ'_a , mientras la velocidad del motor crece el par de aceleración se va desvaneciendo con la constante de tiempo τ'_m . Como las constantes temporales están desacopladas los efectos temporales se presentan en intervalos bien diferenciados. La Figura 4.25d) muestra en la escala de tiempo menor el cambio inicial de la corriente de armadura, proporcional al par motor, hasta alcanzar un valor pico aproximadamente el doble de la corriente de estado estacionario.

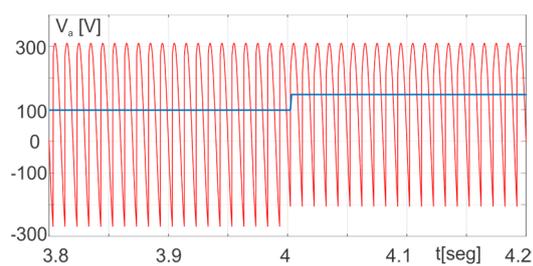
Figura 4.25

Respuesta temporal frente a un escalón de tensión de armadura de:

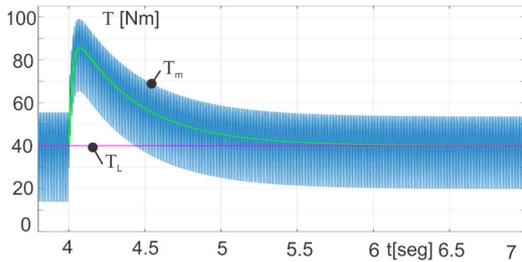
a) *la velocidad,*



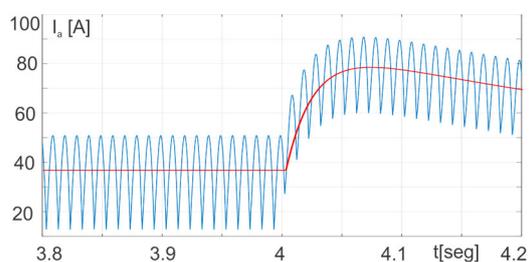
c) *tensión de armadura*



b) *par inducido,*



d) *corriente de armadura.*



Como se aprecia en la forma de onda de la tensión y la corriente de armadura, así como en el par motor, el ripple producido por la acción de la conmutación a frecuencia de la red del rectificador. Sus amplitudes dependen del ángulo de disparo del convertidor. También se indican los valores medios (V_a en trazo azul, T_m en trazo verde e I_a en trazo rojo) a la cual responde el sistema debido a la alta inercia.

Respuesta de la velocidad por perturbación de carga

La función de transferencia entre la velocidad respecto del par manteniendo sin variación la tensión de armadura, toma la forma:

$$G_T = \frac{\Omega_m}{T_L} \Big|_{V_a=0} = \frac{-G_{TL}(1+s\tau_a)}{(s\tau'_m+1)(s\tau'_a+1)} \cong \frac{-G_{TL}}{(s\tau'_m+1)} \tag{4.58}$$

El signo negativo indica el comportamiento en dirección opuesta de la velocidad frente a la perturbación del par. Las constantes de tiempo τ_a y τ'_a se consideraron aproximadamente iguales en (4.56), por lo tanto se puede cancelar el cero y el polo eléctrico de (4.58), resultando una dinámica netamente mecánica.

Ejemplo 4.13: Respuesta temporal de velocidad por cambio de par de carga

Retomando el variador de velocidad del Ejemplo 4.12 y manteniendo la alimentación de armadura con tensión constante, se presenta un súbito cambio en el valor del par de carga, como se presenta en la Figura 4.16 en línea magenta. Al aparecer en la carga un salto positivo de par súbito, la velocidad disminuye alcanzando un nuevo estado estacionario según (4.58). Como se

observa el par motor crece conforme decrece la velocidad en el tiempo con la constante τ'_m . Debido a la buena regulación natural que presenta el motor, el cambio de 10Nm en el par de carga produce un pequeño cambio de aproximadamente -8.8 rad/s.

Lazos cerrados de control

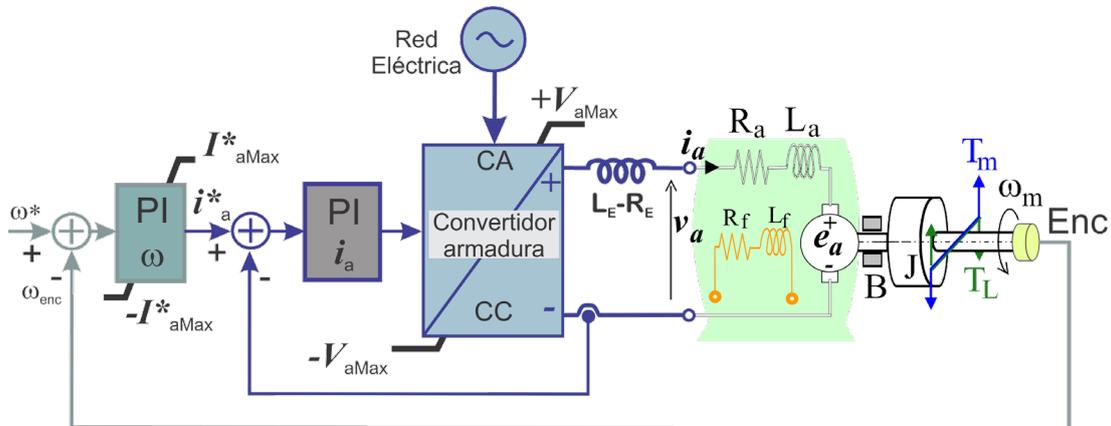
La acción de un servomecanismo requiere de lazos de realimentación de las variables para seguir sus valores de referencia (*set-point*). En general en motores de continua con excitación independiente se ejerce control de lazo cerrado interno sobre la corriente de armadura, equivalente al par del motor, juntamente con un lazo intermedio de la velocidad de rotación y al que puede sumarse un lazo más externo sobre la posición del movimiento. También en las máquinas de campo bobinado se puede incorporar un lazo de control sobre la excitación de la máquina. En la Figura 4.26 se presenta un esquema de control de lazo cerrado sobre un motor de continua con excitación independiente, en el que se considera el lazo interno de corriente y un lazo externo de velocidad. Todo lazo cerrado de control emplea un controlador que ajusta la acción sobre el motor a partir del error presente entre la medición de la variable a controlar respecto de su referencia. Comúnmente los controladores empleados en estos lazos son del tipo proporcional-integral (PI)⁶⁹.

Como se observa en la Figura 4.26 la salida del controlador de velocidad (PI- ω) es la referencia para el control de corriente mediante el controlador de corriente (PI- i_a). El objetivo del lazo de corriente es tener una acción rápida de control sobre la dinámica de la fuente de alimentación. Toda perturbación proveniente de la fuente y de la *femi* de la máquina son rápidamente corregidas sin esperar a la respuesta y corrección del lazo de la velocidad. También actúa como un limitador de corriente ante cualquier acción que demanda una alta corriente, proporcionando un control de la aceleración sobre cargas que poseen muy alta inercia. Cualquier variación del error de velocidad, ya sea por un escalón de la referencia de velocidad o un cambio de la carga mecánica se refleja en un cambio de la referencia de corriente i_a^* . Para que el lazo de corriente sea efectivo su respuesta de control debe ser diseñada más rápido que el lazo de velocidad para que las acciones no se superpongan o acoplen entre ellos. La introducción de un lazo interno diseñado adecuadamente mejora la respuesta global del control acelerando la respuesta del motor frente a perturbaciones respecto al diseño sin el lazo interno.

⁶⁹ El controlador PI genera una señal de actuación que resulta de sumar una señal proporcional al error más una señal integral del error.

Figura 4.26

Esquema de control de velocidad y de corriente de armadura.



Los controladores reales presentan limitación de actuación natural cuando las señales de error toman valores muy altos. En el caso del PI- ω impone un valor de referencia máximo de corriente ($|I_{aMax}^*|$) de modo de proteger al accionamiento en general. Mientras que el controlador PI- i_a limitará su acción de control a través del convertidor CA – CC que posee una tensión de acción máxima disponible $|V_{aMax}|$ sobre el circuito de armadura.

Control de lazo cerrado de la velocidad

El control de velocidad brinda una sustancial mejora en la regulación frente a cambios en el valor de referencia y/o frente a cambios sobre la carga mecánica, proporcionando mayor precisión sobre la velocidad. En lo que sigue se considera que el convertidor electrónico de actuación de la Figura 4.26 (sin importar la tecnología), se resume en una ganancia (K_C) entre la señal de comando del convertidor (V_C) y la amplitud de tensión de armadura V_a .

El esquema de control de velocidad de un motor con excitación independiente (sin el lazo interno de corriente) se presenta en la Figura 4.27. Donde G_V y G_T son las funciones de transferencias del motor dadas por las expresiones (4.57) y (4.58), respectivamente. Para el análisis siguiente se considerará el controlador de velocidad como una ganancia K_ω así como la función de transferencia del generador taquimétrico o encoder de medición de velocidad K_{enc} . Aplicando las herramientas de control lineal los cambios de la velocidad en función de las variaciones de tensión y par de carga resulta:

$$\Omega_m(s) = \frac{K_\omega K_C G_V}{1 + K_{enc} K_\omega K_C G_V} V_a(s) + \frac{G_T}{1 + K_{enc} K_\omega K_C G_V} T_L(s). \quad (4.59)$$

Cambio de referencia

Considerando que las variaciones de par de carga son nulas, e introduciendo el resultado (4.57) la función de transferencia de la velocidad respecto de la referencia se expresa:

$$G_{\Omega} = \left. \frac{\Omega_m}{\Omega^*} \right|_{T_L=0} = \frac{K_{\omega} K_C G_{Va}}{s^2(\tau'_a \tau'_m) + s(\tau'_a + \tau'_m) + 1 + K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va}} \tag{4.60}$$

Operando algebraicamente se puede expresar,

$$G_{\Omega} = \frac{G_{\Omega 0}}{\left[s^2 \left(\frac{\tau'_a \tau'_m}{(1 + K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va})} \right) + s \frac{(\tau'_a + \tau'_m)}{(1 + K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va})} + 1 \right]} \tag{4.61}$$

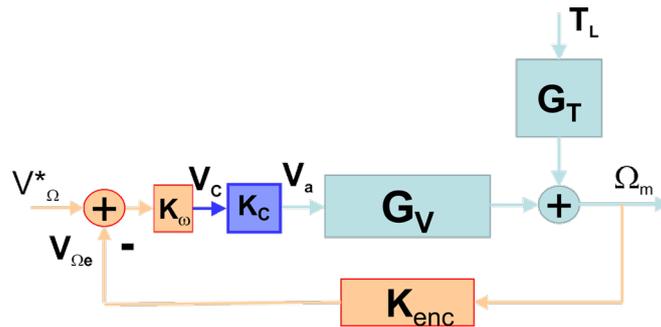
donde

$$G_{\Omega 0} = \frac{K_{\omega} K_C G_{Va}}{1 + K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va}} \tag{4.62}$$

es la ganancia de estado estacionario.

Figura 4.27

Esquema de control de velocidad.



Si el controlador posee un efecto integrador, la ganancia K_{ω} tiende a un valor elevado pudiéndose cumplir que $K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va} \gg 1$, por lo tanto la ganancia de estado estacionario se puede aproximar al valor,

$$G_{\Omega 0} \approx \frac{1}{K_{enc}} \tag{4.63}$$

El polinomio denominador de (4.61) puede ser expresado en función de las nuevas raíces del sistema realimentado, $\frac{1}{\tau''_a}$ y $\frac{1}{\tau''_m}$, de modo que:

$$s^2 \left[\frac{\tau'_a \tau'_m}{(1 + K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va})} \right] + s \frac{(\tau'_a + \tau'_m)}{(1 + K_{enc} K_{\omega} K_C G_{Va})} + 1 = s^2(\tau''_a \tau''_m) + s(\tau''_a + \tau''_m) + 1 \tag{4.64}$$

Si el sistema sostiene un comportamiento dominante en la dinámica mecánica, es posible considerar que la suma $\tau''_a + \tau''_m \cong \tau''_m$. De este modo se puede plantear las siguientes aproximaciones:

$$\tau''_m \cong \frac{\tau'_m}{1+K_{enc}K_\omega K_C G_{Va}} \quad \text{y} \quad \tau''_a \cong \tau'_a, \quad (4.65)$$

nuevamente asumiendo una gran ganancia del controlador $\tau''_m \approx \frac{\tau'_m}{K_{enc}K_\omega K_C G_{Va}}$.

Se desprende de este resultado que la respuesta temporal dada por la nueva constante de tiempo mecánica acelera la corrección de la velocidad frente al cambio de la referencia respecto del caso sin lazo de control. Por otro lado la constante τ''_m se reduce con el aumento de K_ω .

En la práctica el por la acción integral del controlador PI, se elimina el error de estado frente al escalón de referencia. Su diseño de la forma:

$$K_\omega(s) = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s}, \quad (4.66)$$

se ajusta las constante $k_{p\omega}$ y $k_{i\omega}$ dependiendo de la respuesta de velocidad deseada.

Ejemplo 4.14: Respuesta de la velocidad con lazo de realimentación

Sobre el variador del Ejemplo 4.12 se emplea un control proporcional de velocidad cuyos valores de ganancias son: $K_{enc} = 1$, $k_{p\omega} = 5$ y $K_C = 197$. De los datos del motor $G_{Va} \cong 1/1,1$ y $\tau'_m \cong 413\text{ms}$.

En la Figura 4.28a) se muestra en trazo azul la aplicación de un escalón de 10rad/s sobre la referencia de velocidad, mientras la carga mecánica del motor se mantiene constante. Debido a que el controlador es solamente proporcional, existe un error de estado estacionario de aproximadamente 8rad/s sobre la velocidad en el eje. Para aumentar la velocidad se induce un par de aceleración como se muestra en la Figura 4.28b) que se desvanece conforme la velocidad alcanza el nuevo valor de estado estacionario. Con el trazo magenta se presenta el par de carga y en rojo el valor medio del par inducido en el motor⁷⁰. De modo comparativo con el cambio de velocidad sin lazo cerrado de control, el tiempo de establecimiento de la velocidad es una fracción de segundos, mientras que sin el lazo de control experimenta un tiempo de 2seg aproximadamente (Figura 4.25). La respuesta de lazo cerrado con control proporcional solamente presenta un pequeño sobre paso de la velocidad. Esto indica que las constantes de tiempo τ''_a y τ''_m están en el mismo orden de valor, por lo tanto, las nuevas raíces del sistema resultan complejas conjugadas. El incremento en el valor de la ganancia $k_{p\omega}$ reduce significativamente el error de estado estacionario, pero por otro lado provoca la saturación de la tensión máxima que el convertidor puede entregar (saturación del actuador). En este caso se produce un retardo de respuesta por la pérdida del control hasta que la señal de control se reduzca. Es por esta razón que la acción integral es imprescindible para reducir el error de estado estacionario con una ganancia proporcional reducida.

⁷⁰ En la Figura 4.28b) y d) se muestra en color azul el par pulsante instantáneo T_m inducido en el motor que resulta de la acción del rectificador controlado.

Ejemplo 4.15. Diseño del lazo con PI

Se considera sobre el Ejemplo 4.14 un controlador PI, a partir de considerar la ganancia de lazo con realimentación unitaria. Siendo $K_{enc} = 1$ del diagrama de la Figura 4.27 y tomando el controlador de (4.66), la ganancia de lazo resulta:

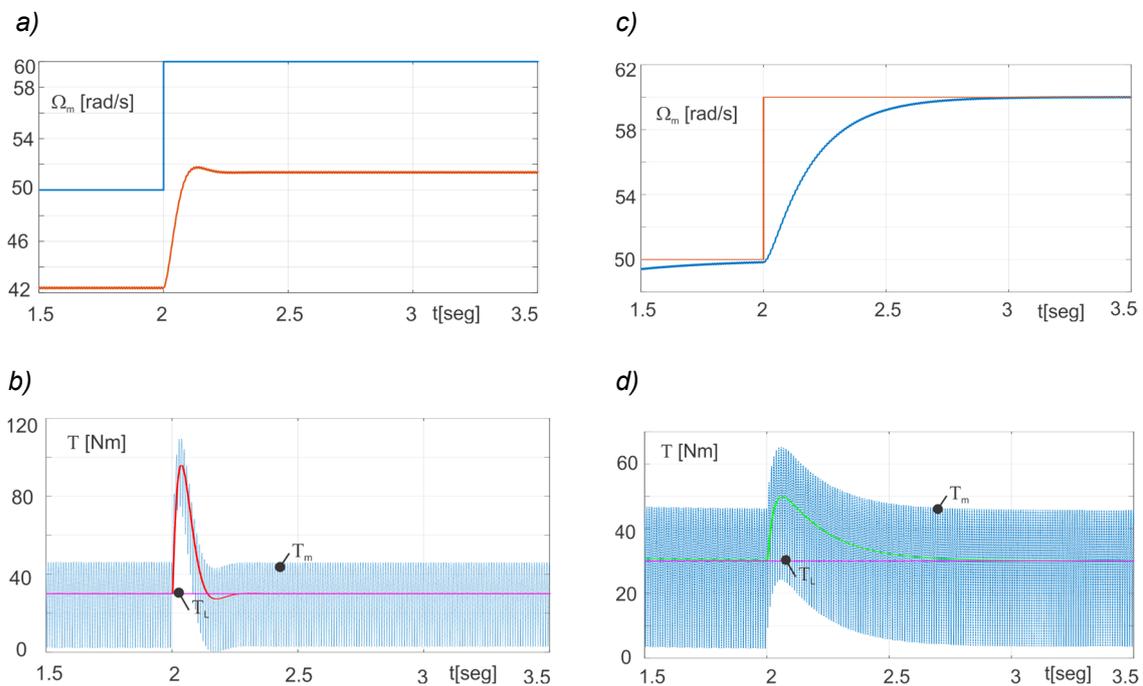
$$G_{\omega lazo} = k_{i\omega} \frac{(s^{k_{p\omega}}/k_{i\omega} + 1)}{s} \frac{G_{Va}}{(s\tau'_m + 1)(s\tau'_a + 1)} \tag{4.67}$$

Figura 4.28

Respuestas de la velocidad (a y c) y el par (b y d) frente a un escalón de referencia de velocidad con par de carga constante;

Control proporcional: $k_{pw}=5$,

Controlador PI: $k_{pw} = 1.1$ y $k_{i\omega}/k_{pw} = 1/\tau'_m$.



Haciendo coincidir el cero del PI con el polo mecánico e igualando la ganancia proporcional del PI con la inversa de G_{Va} , resulta una frecuencia de corte de lazo cerrado $\omega_c = 1/\tau'_m$. De este modo las ganancias del PI toman los valores: $k_{p\omega} = 1,1$ y $k_{i\omega}/k_{p\omega} = 1/\tau'_m$.

La Figura 4.28c) y d) muestra los resultados temporales de la velocidad y el par frente al escalón de referencia. Se observa una respuesta más rápida que sin el control de velocidad y la acción integral corrige el error de estado estacionario. Además se aprecia que el par máximo necesario para la aceleración es aproximadamente un 40% inferior que con un control puramente proporcional. Naturalmente, la disminución del par de aceleración disponible provoca una lenta aceleración y por lo tanto un tiempo de establecimiento es mayor que sin la acción integral pero aun así es la mitad del tiempo necesario sin el lazo de velocidad.

Como se aprecia en el primer instante de la respuesta temporal del par inducido, existe un transitorio impuesto por la dinámica eléctrica del motor. Frente al súbito escalón de la referencia

de velocidad la componente proporcional del PI impone un escalón sobre la tensión de armadura y la corriente estará limitada por la inductancia L_a .

Cambio en la carga mecánica

Considerando nulas las variaciones de referencia V^*_Ω y tomando el controlador de la velocidad solo proporcional de ganancia K_ω , de la Figura 4.27 la velocidad frente al cambio de T_L puede expresarse como:

$$\Omega_m = G_T T_L - \Omega_m K_{enc} K_\omega K_C G_V, \quad (4.68)$$

con G_V y G_T dadas por las expresiones (4.57) y (4.58), respectivamente.

La transferencia entre la velocidad con cambios de par de carga ($V^*_\Omega = 0$) y conservando (4.65), resulta:

$$G_T = \left. \frac{\Omega_m}{T_L} \right|_{V^*_\Omega=0} \approx \frac{G_{T0}}{(s\tau''_m + 1)}, \quad (4.69)$$

$$\text{con } G_{T0} = \frac{G_{TL}}{1 + K_{enc} K_\omega K_C G_V a}.$$

Ejemplo 4.16. Perturbación de par

Sobre el motor del Ejemplo 4.14 y empleando el diseño del controlador PI para el lazo de velocidad se produce una perturbación que súbitamente eleva el valor de par de carga en 10Nm. La Figura 4.29 muestra la perturbación sobre la velocidad manteniendo la referencia en 50rad/seg y el par motor desarrollado con el lazo cerrado de velocidad. En la Figura 4.29a) se muestra la perturbación de carga y el par motor resultante. La respuesta temporal de la velocidad de la Figura 4.29b), se puede analizar en dos tramos hasta alcanzar en nuevo estado estacionario. En el transitorio inicial se establece un descenso de la velocidad por efecto del salto del par de carga, que tendería a un valor inferior de estado estacionario si no existiera un lazo de control. El segundo intervalo transitorio el controlador corrige esta caída hasta alcanzar la velocidad de referencia.

Durante la primera etapa puede considerarse que el controlador reacciona solo con su parte proporcional, por lo tanto la función de transferencia que gobierna el cambio de la velocidad puede ser relacionada a la expresión (4.69) cuya constante de tiempo puede aproximarse a

$$\tau''_m \cong \frac{\tau'_m}{1 + K_{enc} K_P \omega K_C G_V a}. \quad (4.70)$$

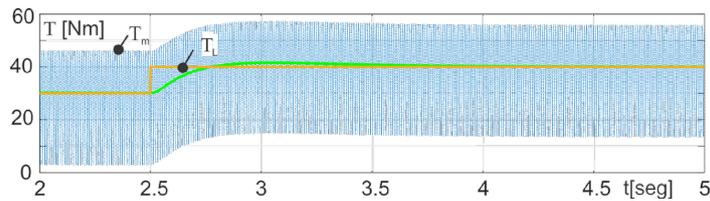
De acuerdo con los valores del Ejemplo 4.14, $K_{enc} = 1$, $k_{p\omega} = 1,1$, $K_C = 197$, $G_{Va} \cong 1/1,1$ y $\tau'_m \cong 413\text{ms}$, resulta:

$$\tau''_m \cong \frac{413\text{ms}}{1 + 197} = 2,085\text{ms}.$$

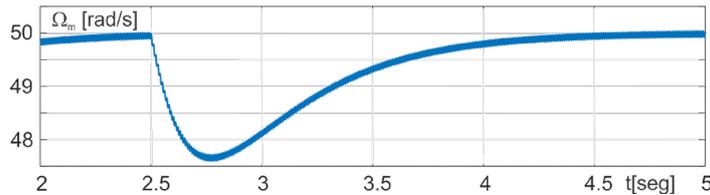
Este valor es un orden de magnitud inferior a la constante eléctrica $\tau'_a \cong 23\text{ms}$, por lo tanto las condiciones (4.65) no se están cumpliendo para este caso.

Figura 4.29

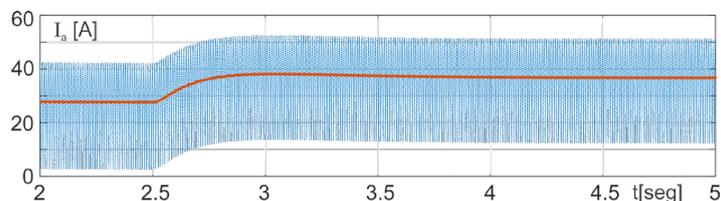
a) Escalón de carga de 30Nm a 40Nm y par motor



b) Respuesta del control de velocidad sobre 50rad/seg de referencia,



c) corriente de armadura que se corresponde con el par motor.



Es así como la respuesta de la velocidad de la Figura 4.29b) desciende con un orden de magnitud mayor al calculado y además la respuesta temporal del par inducido medio (trazo verde) de la Figura 4.29a) y por consiguiente la corriente media de armadura (trazo marrón) de la Figura 4.29c). Ambas presentan un pequeño sobre paso lo que podría atribuirse a una respuesta de segundo orden crítica, equivalente a la superposición de las constantes de tiempo mecánica y eléctrica del transitorio total.

Control de lazo cerrados combinados.

Para analizar el lazo de control combinado de la Figura 4.26, es necesario resolver el lazo de corriente interno de armadura en primer lugar. La realimentación de la corriente se presenta en un punto intermedio dentro del lazo propio del motor. La Figura 4.30a) muestra el lazo de corriente de armadura que actúa sobre el motor a través del convertidor de ganancia K_c . Para desarrollar la función de transferencia entre la corriente de referencia I_a^* (preveniente del lazo externo) y la corriente de armadura, se replantea el diagrama de bloques del motor introduciendo la realimentación interna del motor (mediante la f_{em}) desde la corriente I_a . G_v sigue siendo la función de transferencia del motor dada por (4.57) considerando las variaciones de par externo nulo.

Por lo tanto, a partir del diagrama en bloques la realimentación interna del motor se puede reducir a través de la función de transferencia entre la corriente de armadura y la tensión de armadura, de la forma:

$$\frac{I_a}{V_a} = \frac{1}{R_a} \frac{(1+s\tau_m)}{\left(1+\frac{K_E K_T}{R_a B}\right)(1+s\tau'_a)(1+s\tau'_m)}, \quad (4.71)$$

donde τ'_m y τ'_a están dadas por (4.56).

Las frecuencias a la cual se producen las variaciones en el control de corriente son muy superiores a las frecuencias correspondientes a las variaciones mecánicas del motor, por lo tanto en altas frecuencias $s\tau_m \gg 1$ y $s\tau'_m \gg 1$, por lo tanto se puede hacer la siguiente aproximación,

$$\frac{I_a}{V_a} \cong \frac{1}{R_a} \frac{s\tau_m}{\left(1+\frac{K_E K_T}{R_a B}\right)s\tau'_m(1+s\tau'_a)} = \frac{1}{R_a} \frac{\tau_m}{\left(1+\frac{K_E K_T}{R_a B}\right)\tau'_m(1+s\tau'_a)} \approx \frac{1}{R_a(1+s\tau'_a)}, \quad (4.72)$$

Siendo $\tau'_m \cong \frac{\tau_m}{\left(1+\frac{K_E K_T}{R_a B}\right)}$ y $\tau'_a \cong \tau_a$.

Así, en el rango de frecuencias donde se considera el control de la corriente, las variaciones de la realimentación interna del motor son extremadamente más lentas que las de I_a , no interactuando con el lazo de corriente. Bajo esta suposición el diagrama se reduce como el indicado en la Figura 4.30b). Una vez reducido esta etapa es posible determinar la función de transferencia entre la corriente de referencia e I_a , tomando un lazo con realimentación unitaria⁷¹, resulta:

$$G_I = \frac{I_a}{I_a^*} = \frac{\frac{K_{ia} K_C}{R_a}}{\left(1+\frac{K_{ia} K_C}{R_a}\right)\left(1+\frac{s\tau'_a}{\frac{K_{ia} K_C}{R_a}}\right)} \quad (4.73)$$

Considerando a K_{ia} una ganancia de alto valor para el rango de frecuencias muy por debajo del ancho de banda del lazo de control de corriente $\frac{K_{ia} K_C}{R_a} \gg 1$. Además, en el rango de frecuencias del control de velocidad la dinámica del lazo de corriente se hace despreciable dado $\frac{s\tau'_a}{\frac{K_{ia} K_C}{R_a}} \ll 1$.

1. Bajo estas consideraciones (4.73) se reduce a una transferencia unitaria $I_a/I_a^* = 1$.

En la Figura 4.31 se presenta el lazo de velocidad con el de corriente incorporado. La función de transferencia resulta:

$$G_{\Omega I} = \frac{\Omega_m}{\Omega^*} \Big|_{T_L=0} = \frac{G_{\Omega 0}^{(I)}}{s\tau'''_m + 1}, \quad (4.74)$$

donde $G_{\Omega 0}^{(I)} = \frac{K_\omega K_T}{B + K_{enc} K_\omega K_T}$ y $\tau'''_m \cong \frac{\tau'_m}{1 + \frac{K_{enc} K_\omega K_T}{B}}$.

Si se considera a K_ω un controlador PI la ganancia de estado estacionario resulta igual que en lazo de velocidad sin control de corriente $G_{\Omega 0} \approx \frac{1}{K_{enc}}$.

Ejemplo 4.17: Control de velocidad con lazo de corriente.

Sobre el accionamiento del Ejemplo 4.13 se implementó un lazo combinado de corriente y velocidad. Se diseña un controlador proporcional integral para el lazo de corriente,

⁷¹ En la práctica se emplea un transductor o medidor de corriente que se traduce en una tensión proporcional.

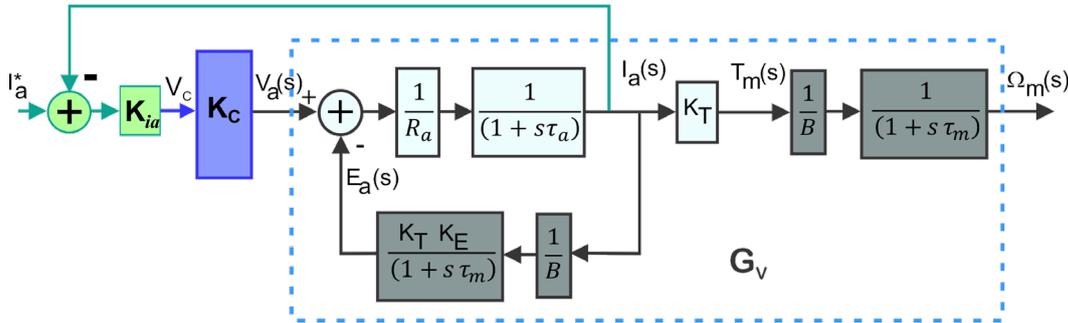
$$K_{ia}(s) = k_{PIa} + \frac{k_{iIa}}{s}. \quad (4.75)$$

Siguiendo el diagrama de bloques de la Figura 4.30b), la ganancia de lazo toma la forma,

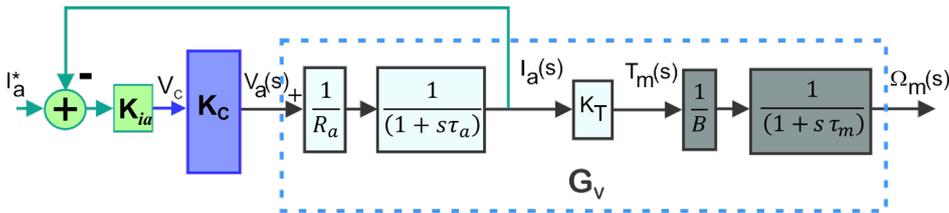
$$G_{Ilazo} = k_{iIa} \frac{\left(\frac{k_{PIa}}{k_{iIa}} + 1\right)}{s} \frac{K_C}{R_a(1+s\tau_a)}. \quad (4.76)$$

Figura 4.30

a) Lazo de control de corriente.



b) Lazo de control de corriente reducido.



Ubicando el cero introducido por el PI en la posición del polo, la ganancia de lazo resulta en una transferencia puramente integral. La ganancia de lazo alcanza el 0db (unitaria) cayendo con 20db/dec. La frecuencia a la cual $|G_{Ilazo}| = 1$, corresponde a la frecuencia de corte de la función de transferencia $G_l(s = -j\omega_{cl})$. Para el control de corriente se tomó un ancho de banda suficientemente alto de aproximadamente $6 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$. Por lo tanto,

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{k_{iIa}}{k_{PIa}} = \frac{\frac{1}{23} \cdot 10^3 \text{ rad}}{s}, \text{ y}$$

$$\omega_{cl} = \frac{k_{iIa} K_C}{R_a} = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{s}.$$

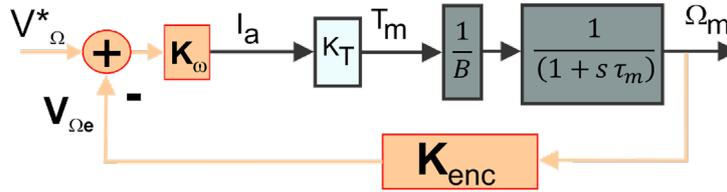
De aquí resultan las constantes del PI- i_a : $k_{PIa}=0,7$ y $k_{iIa}=30,43$.

Para el lazo de velocidad es necesario diseñar el PI- ω de la Figura 4.31. Se simplifica el diseño tomando el coeficiente de roce viscoso despreciable y utilizando realimentación unitaria ($K_{enc}=1$) de modo que la ganancia de lazo de la velocidad resulta,

$$G_{\Omega \text{ lazo}} = \frac{K_T k_{i\omega}}{J} \frac{\left(\frac{k_{P\omega}}{k_{i\omega}} + 1\right)}{s^2}, \quad (4.77)$$

Figura 4.31

Diagrama de lazo cerrado de velocidad con control de corriente incorporado.



Donde J_{tot} es el momento de inercia total del sistema mecánico. Como se observa en este caso, aparece un polo doble en el origen que impone una fase de -180° a bajas frecuencias. Por lo tanto se diseñará el cero del PI- ω tal que introduzca un adelanto de fase suficiente para que a la frecuencia a la cual $|G_{\Omega|lazo}| = 1$, presente un margen de fase positivo (MF) y de suficiente valor:

$$\left| \frac{K_T k_{i\Omega} \left(\frac{s \frac{k_{p\Omega}}{k_{i\Omega}} + 1}{s^2} \right)}{J} \right|_{s=j\omega_c} = 1, \quad (4.78)$$

$$\angle \left(\frac{K_T k_{i\Omega} \left(\frac{s \frac{k_{p\Omega}}{k_{i\Omega}} + 1}{s^2} \right)}{J} \right) \Bigg|_{s=j\omega_c} = -180^\circ + MF_{s=j\omega_c}. \quad (4.79)$$

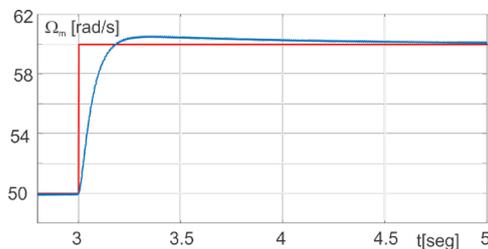
Eligiendo una frecuencia de corte de 240 rad/s y un margen de fase de 90° resultan los siguientes valores de $k_{p\Omega} = 7$ y $k_{i\Omega} = 7$.

La Figura 4.32 muestra la respuesta temporal de la velocidad y el par motor frente a un escalón en la referencia de velocidad, donde se aprecia una performance de la velocidad muy superior al comparar con los resultados de los ejemplos previos.

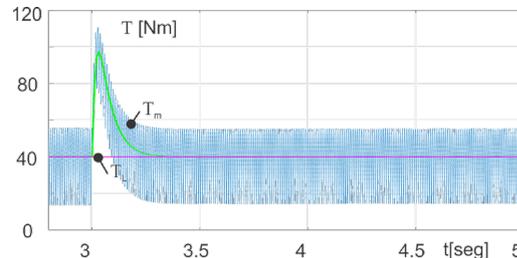
Figura 4.32

Respuesta temporal frente a un escalón de referencia con lazos combinados:

a) de la velocidad,



b) del par inducido sin variación de carga.



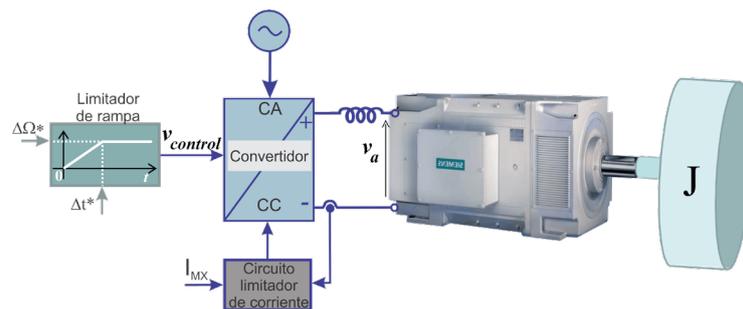
La respuesta temporal presenta un ligero sobre paso de la velocidad concluyendo que el sistema con control combinado resulta en un sistema de segundo orden y no de primer orden como se supuso en el análisis.

Limitación de corriente

En los accionamientos con cargas que poseen alta inercia, como pueden ser las centrifugadoras, es necesario limitar o controlar la corriente frente a un cambio súbito de la referencia de velocidad. De este modo se evitan elevados valores de corriente en la máquina y/o en el convertidor, que provocan la desconexión de la máquina por la acción de protectores por sobre corrientes.

Figura 4.33

Variador de velocidad con limitador de rampa.



Como se desarrolló previamente mediante el lazo cerrado de control de corriente de armadura es posible establecer un límite natural de corriente del accionamiento. Sin embargo en variadores de velocidad sin lazos de control es necesario limitar la corriente a través de una rampa en la referencia de velocidad o rampa aceleradora como se muestra en la Figura 4.33. Como se indica el comando del variador se determina la amplitud de la referencia de velocidad ($\Delta\Omega^*$) y el tiempo Δt^* permitido para el cambio de la referencia.

Si el tiempo de cambio de la velocidad Δt^* es lo suficientemente lento como para considerar que la dinámica propia del motor (constante de tiempo del sistema mecánico) es despreciable, entonces se puede considerar que la rampa de velocidad de referencia aplicada $v_{control}$ sobre la armadura, será seguida por la velocidad del motor.

De la expresión dinámica mecánica, despreciando el roce viscoso y suponiendo una carga T_L independiente de la velocidad, el par del motor debe aportar un par constante de aceleración adicional dado por $J \frac{\Delta\Omega_m}{\Delta t} = cte.$, de modo que:

$$T_m = J \frac{\Delta\Omega_m}{\Delta t^*} + T_L \quad (4.80)$$

Por lo tanto, el par inducido será constante con el tiempo y también la corriente de armadura al valor determinado por el escalón de velocidad en el tiempo Δt^* determinado. Con esto se limita el valor del par y con ello el valor de I_a en función del momento de inercia del sistema.

Sin la acción de este límite de corriente el circuito limitador incorporado en el convertidor de la Figura 4.33, protegerá las llaves del convertidor y desconectará al motor del convertidor, inhibiendo la acción sobre los semiconductores de potencia. Este circuito está para

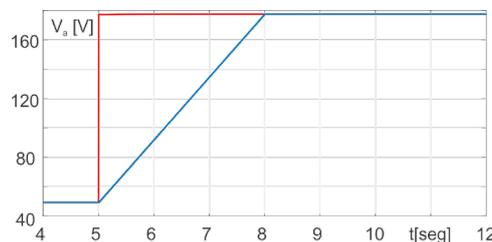
proteger de eventuales acciones perturbadoras de carga que hagan incrementar la corriente de forma excesiva.

Ejemplo 4.18: Limitador de aceleración

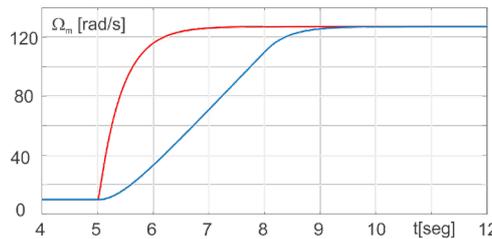
Sobre el accionamiento del Ejemplo 4.12 se le aplica un escalón de referencia al convertidor tal que la velocidad del motor cambie de 10 rad/s a 130rad/s con un par de carga constante de 40Nm. En la Figura 4.34a) se presenta comparativamente la tensión de armadura frente a un escalón abrupto y una rampa con 3s de crecimiento. Como se determinó en el Ejemplo 4.12 $\tau'_m \cong 413ms$ y como se observa en la respuesta al escalón de V_a tanto la velocidad Figura 4.34b), como el par motor Figura 4.34c) (ambos en trazos rojos) responden a la constante mecánica, siendo la eléctrica de mucho menor orden. Se observa que el par alcanza un valor de aproximadamente 160Nm, equivalente a 145A de corriente. La máquina se acelera estableciéndose la velocidad en un tiempo aproximadamente de 2 segundos. Cuando el escalón de referencia V_a es limitado mediante la rampa de 3s se observa en trazo azul el crecimiento limitado de la velocidad. También el par inducido se presenta limitado a un valor de aproximadamente de 60Nm (54A de armadura). La diferencia entre el par inducido y el de carga, durante la aceleración corresponde al termino $J \frac{\Delta\Omega_m}{\Delta t}$.

Figura 4.34

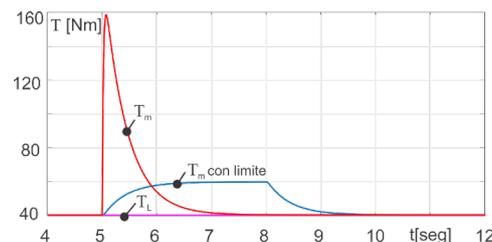
a) Rampa de V_a ,



b) Cambio de la velocidad,



c) Limite del motor.



¿Por qué la respuesta del par no es un escalón como el predicho (teóricamente)? En el instante inicial de aplicación de la rampa a V_a , la velocidad conserva su valor y así E_a . Despreciando la dinámica eléctrica del motor, ni bien la dinámica mecánica responde, la velocidad comienza a crecer hasta alcanzar el régimen de crecimiento lineal que acompaña a la rampa de V_a . En el par se percibe este ‘acomodamiento’ en un crecimiento exponencial del par de aceleración hasta alcanzar el valor de 60Nm esperado. Cuando la rampa de V_a termina ocurre nuevamente un acomodamiento de la velocidad hasta que alcanza el valor de referencia y con ello el par se desvanece al valor de carga con la constante de tiempo mecánica del motor. Como el tiempo empleado para acomodar la velocidad es fijado por τ'_m , cuanto mayor es el valor del tiempo empleado en la rampa (Δt) menor será este intervalo de acomodación.

Efectos sobre el control ante saturaciones

La limitación de la corriente puede ser ejercida fijando un límite o saturación en el controlador PI- ω del lazo de velocidad de la Figura 4.26. Pero esta acción es inconveniente para el control de velocidad porque la actuación se satura provocando una pérdida del control y un retardo en el establecimiento de la velocidad. Igual condición provoca el convertidor electrónico de potencia cuando la acción de control requiere de una corrección muy rápida sobre la salida a controlar. El convertidor es el actuador por excelencia y podría suceder que intentar corregir rápidamente una perturbación o un cambio de referencia, se alcance su tensión media máxima posible, saturando la actuación. Ante esta situación, nuevamente se pierde el control del motor hasta que las variables se acomoden naturalmente.

Cuando se satura el controlador, en especial con integración del error como es el PI, la etapa integradora queda con un valor que es necesario contrarrestar. Para que naturalmente el controlador encuentre su zona lineal de operación es necesario que la señal de error se haga negativa, para ello la velocidad debe superar al valor de referencia. Suele ocurrir que la salida alcanza un valor muy superior saturando al integrador nuevamente con signo contrario. Así se origina un ciclo oscilatorio que perdura hasta que el controlador ingresa a su zona de operación lineal. Este fenómeno denominado ‘*windup*’ es necesario evitarlo con el reinicio del integrador mediante un circuito ‘*anti-windup*’.

CAPÍTULO 5

Accionamientos de CA

Introducción

La gran mayoría de las aplicaciones de accionamientos de corriente alterna (CA) emplean máquinas de inducción trifásica con rotor de jaula de ardilla. Para poder hacer un buen desarrollo del capítulo sobre el funcionamiento de los accionamientos inmersos en aplicaciones específicas y la interacción con la electrónica de potencia asociada, inicialmente se hará un breve desarrollo del principio de funcionamiento de las máquinas asincrónicas.

La máquina de inducción (MI) genera en el estator, un campo que rota a una velocidad impuesta por la frecuencia de excitación eléctrica. Este campo magnético *induce* sobre el rotor (en general la parte móvil) fuerzas que provocan el par motor de movimiento. Su principio de funcionamiento es equivalente a la de un transformador de tensión por el cual se transfiere potencia desde un arrollamiento comúnmente llamado primario, a otro comúnmente llamado secundario. En este sentido la máquina de inducción transfiere potencia eléctrica desde el estator (*primario*) y a través del entrehierro de la máquina al rotor (*secundario*) que se convierte en potencia mecánica. Este concepto hace al comportamiento de la MI muy diferente al de la máquina de continua. En un motor de continua la conversión electromecánica se produce inyectando potencia eléctrica en el inducido o rotor, y con la presencia de un campo magnético estático, se convierte en mecánica. La potencia fluye solo por el rotor. Sin embargo, en el desarrollo del capítulo se invocará a similitudes con la máquina de continua para dar un mejor entendimiento de la MI.

Se comenzará haciendo un repaso del principio de funcionamiento de la MI desarrollando el principio de campo rotante y la interacción que se produce en el rotor de la máquina. Luego poder abordar a un circuito equivalente por fase del motor en estado estacionario, a partir del cual se puede obtener la característica par-velocidad del motor. Además, se podrá determinar a través de los parámetros que definen el comportamiento del motor el modo de poder controlar la velocidad y/o el par del motor.

Principio de funcionamiento del motor de inducción

Campo Rotante

Así como en una máquina de continua el campo (estático) en el entrehierro constituye el componente esencial para su funcionamiento, en la máquina de alterna también requiere de un campo magnético, pero no estático, sino que rote físicamente en el entrehierro de la máquina.

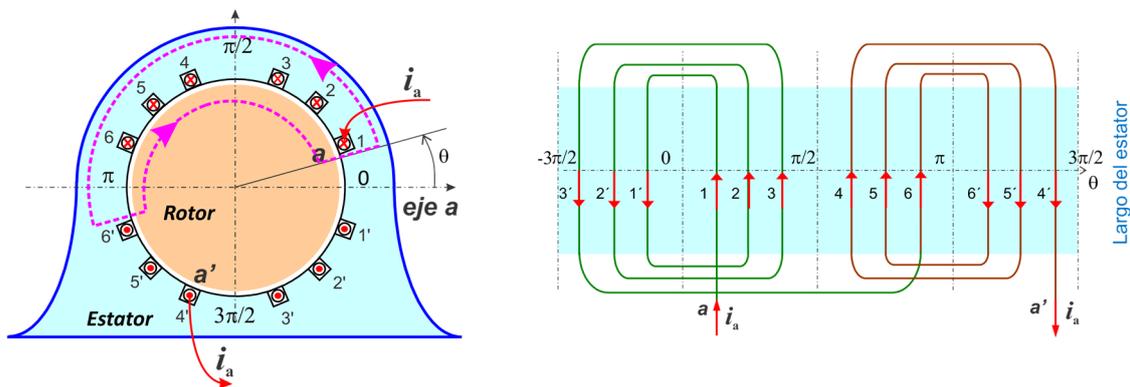
En la Figura 5.1 se observa un corte transversal del MI compuesto del estator (parte fija del motor) donde se aloja un arrollamiento o bobinado distribuido de una fase en la periferia para una máquina de dos polos. El rotor o parte móvil de la máquina que se considerará un cuerpo ferromagnético homogéneo y en lo que sigue, se centrará el análisis en las características constructivas y electro-magnéticas del estator prescindiendo de las del rotor. En la Figura 5.1a) se muestran las ranuras de 1 a 6 y de 1' a 6' en las que se alojan los conductores o un paquete de conductores del bobinado. En la Figura 5.1b) se representa al estator en forma desplegada a lo largo y ancho con el bobinado constituido por dos paquetes. Cada uno de ellos está formado a la vez por tres bobinas, ubicadas en las ranuras 1-1' a 3-3', para un paquete, y ubicadas en las ranuras 6-6' a 4-4', para el segundo paquete. Ambos paquetes se conectan en serie a través de los extremos ubicados en las ranuras 3' y 6, mientras que los extremos de alimentación **a** y **a'** están ubicados en las ranuras 1 y 4', respectivamente. Considerando una corriente i_a que ingresa por el extremo **a** circulará por todos los conductores de acuerdo con los sentidos indicados hasta la salida en el extremo **a'**. En la Figura 5.1a) se representa el ingreso y el egreso de la corriente en las ranuras respectivas.

Figura 5.1

Bobinado de una fase sobre el estator de una máquina de dos polos:

a) *vista frontal del estator,*

b) *despliegue del estator.*



La circulación de corriente por un conductor establece una intensidad de campo (H) a su alrededor. Siguiendo la regla de la mano derecha la circulación de corriente sobre el arrollamiento de la Figura 5.1a) se establecerá un campo sobre el 'eje **a**' de derecha a izquierda, que se cierra por el circuito magnético formado por el rotor, el estator y el entrehierro entre ambos. Para

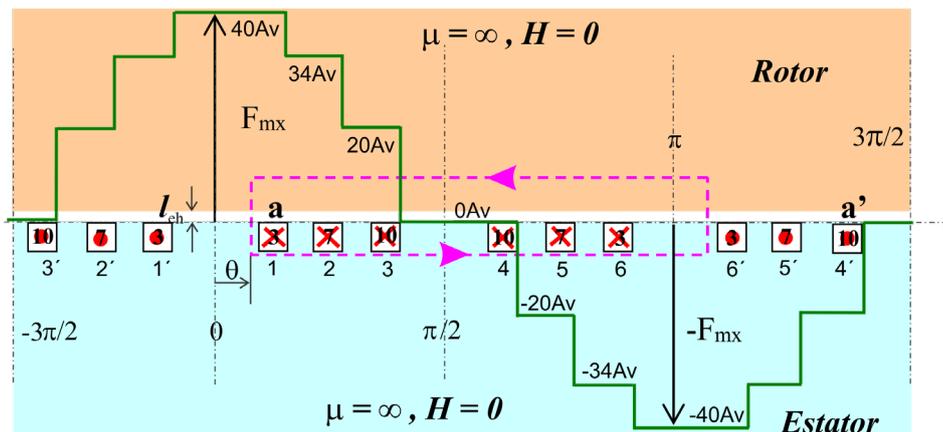
determinar cómo se distribuye H a lo largo de todo el entrehierro se aplica la ley de Ampere sobre una integral de trayectoria cerrada que encierre a todas las fuentes de campo H , definida como fuerza magnetomotriz (F_{mm}),

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = F_{mm}(\theta) = \sum i \cdot n(\theta). \tag{5.1}$$

Siendo $\vec{H} \cdot d\vec{l}$ el producto escalar entre el vector de intensidad de campo en un diferencial de longitud de la trayectoria, $n(\theta)$ es la cantidad de conductores atravesados por la corriente i en función de la posición del entrehierro. Dada la distribución del arrollamiento en una cantidad de ranuras finitas, la F_{mm} debe ser calculada para valores de ángulos θ discretos. El cálculo a través de (5.1) se realiza eligiendo un camino cerrado que agrupe siempre la mitad del total de ranuras del estator como se indica en la Figura 5.1a) con líneas punteadas, para un ángulo θ . A modo de ejemplo, en cada una de las ranuras se diferencié el número de conductores alojados, tal que las ranuras: 1-1' y 6-6' alojan 3 conductores; 2-2' y 5-5', 7 conductores; 3-3' y 4-4', 10 conductores.

Figura 5.2

Distribución discreta de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro de la máquina.



En la Figura 5.2 se representa en forma desplegada el estator y el rotor en una vista frontal para describir el cálculo de F_{mm} . También aquí se observa el camino cerrado elegido que incluya a las ranuras desde 1 a 6. Asumiendo que el material ferromagnético del estator y del rotor poseen una permeabilidad magnética tendiendo a infinito, la intensidad de campo H en el medio ferromagnético es nula. Dada la permeabilidad del aire en el entrehierro de longitud l_{eh} , el valor de la intensidad de campo (H_{eh}) será distinto de cero. Siguiendo la trayectoria del camino elegido el entrehierro es atravesado dos veces, por lo tanto la integral cerrada (5.1) (siguiendo la Figura 5.2) resulta,

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2H_{eh}(\theta)l_{eh}, \tag{5.2}$$

donde el valor de H_{eh} depende de la posición θ . La posición de la trayectoria elegida, Figura 5.2, agrupa el número máximo de conductores atravesados por la corriente que ingresa en las ranuras. De acuerdo con la sumatoria a la derecha de (5.1) resulta el valor de intensidad de campo

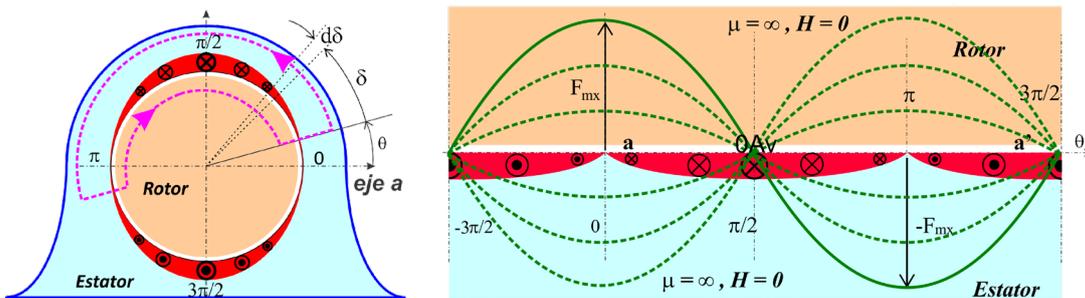
máximo posible. Asumiendo una corriente de 1A, la fuerza magnetomotriz máxima $F_{mx} = 40Av$. Desplazando el camino de integración tal que se encierren las ranuras 2 a 6', los conductores ubicados en 6' son recorridos por la corriente en sentido opuesto a los ubicados de 2 a 6, de modo que el valor de $F_{mm} = 34Av$. Tomando la trayectoria cerrada sobre las ranuras 3 a 5', las los amper-vueltas de las ranuras 6' y 5' se restan de los amper-vuelta sobre las ranuras 3 a 6. Resulta un valor de $F_{mm} = 20Av$. Así siguiendo hasta dar una vuelta completa por la periferia del estator. En cada camino (integral) elegido el número de conductores encerrados no cambia, lo que introduce la variación con θ de la F_{mm} resultante es el sentido de la corriente. De este modo la F_{mm} cambia en forma escalonada como se representa en la Figura 5.2, y con ello el valor de H_{eh} proporcional a través de la reluctancia del entrehierro. Finalmente, a posición del máximo valor de flujo o intensidad de campo para la fase establece el 'eje a', $\theta = 0$ y $\theta = \pi$ y el flujo resulto nulo en $\theta = \pi/2$ y $\theta = 3\pi/2$.

Figura 5.3

Distribución sinusoidal del arrollamiento para la fase a.

a) *Vista periférica,*

b) *Distribución de la Fmm en el entrehierro.*



Si se incrementa el número de ranuras se podría considerar una distribución de vueltas más continua a lo largo del entrehierro y con ello la F_{mm} tenderá a una función continua (ideal) con θ . Así, tomando una densidad sinusoidal de conductores,

$$n(\delta) = \frac{N}{2} \sin(\delta), [n^\circ \text{ de conductores / rad}] \quad 0 < \theta < \pi \quad (5.3)$$

con N el número máximo de densidad de conductores del arrollamiento estatórico como se representa en la Figura 5.3a). En $\theta = 0$ y $\theta = \pi$ la densidad de conductores es nula, mientras que en $\theta = \pi/2$ y $\theta = 3\pi/2$ la densidad es máxima. Bajo esta distribución la sumatoria del lado derecho de (5.1) se convierte en una integral con el ángulo δ , a partir de la posición θ como punto inicial del camino cerrado elegido que agrupa la mitad del arrollamiento total. Por lo tanto,

$$H_{eh}(\theta) \cdot 2 \cdot l_{eh} = fmm_a(\theta) = i_a \int n(\delta) \cdot d\delta. \quad (5.4)$$

Introduciendo (5.3) en (5.4) la fuerza magnetomotriz toma una forma continua. Si se asume además una corriente en función del tiempo, la F_{mm} toma la expresión en función del espacio y del tiempo,

$$fmm_a(\theta, t) = i_a(t) \cdot N \cos(\theta), \quad (5.5)$$

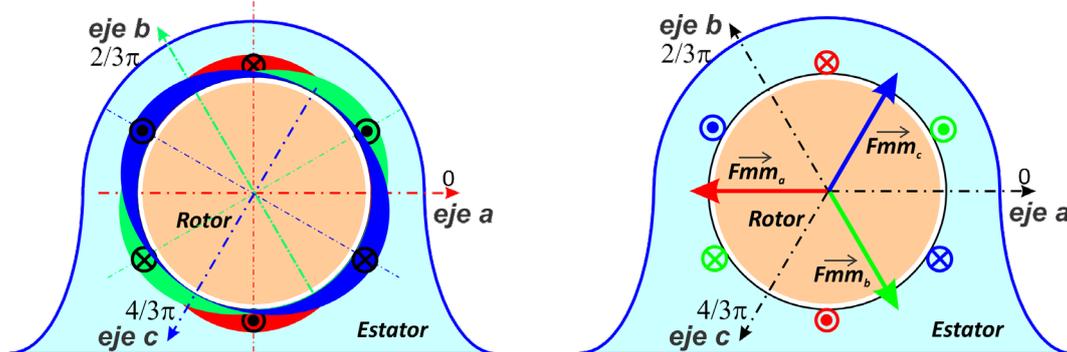
En la Figura 5.3b) se representa la fuerza magnetomotriz con su máximo positivo Fmx en $\theta = 0$, su máximo negativo $-Fmx$ en $\theta = \pi$ y sus valores nulos en $\theta = \pi/2$ y $\theta = 3\pi/2$. Si la corriente cambia en el tiempo de forma sinusoidal, las amplitudes máximas cambian con la ley sinusoidal de la corriente alternando su signo como se representa con líneas punteadas en la Figura 5.3b) para algunos instantes de tiempo.

Figura 5.4

Distribución sinusoidal de bobinados para máquinas de 2 polos.

a) *Bobinados por fases.*

b) *Representación de las Fmm por fase*



Insertando dos arrollamientos estatóricos más con iguales características que el anterior pero desplazados de forma equidistantes entre sí, se ubican los ejes de las fases restantes donde se establecen las fmm s máximas respectivas en a $2\pi/3$ radianes uno respecto de la otra como se representa en la Figura 5.4.

De este modo se configura en el entrehierro tres fmm s con distribución cosenoidal a lo largo del entrehierro cuyos valores máximos se dan sobre los ejes: 'a', 'b' y 'c' para las fases a, b y c respectivamente para una máquina de un par de polos (dos polos). Para una máquina de 'p' pares de polos los ejes de las fmm s se multiplican por los pares de polos, de modo que los ángulos entre ellos resultan ' $2\pi / 3p$ ',

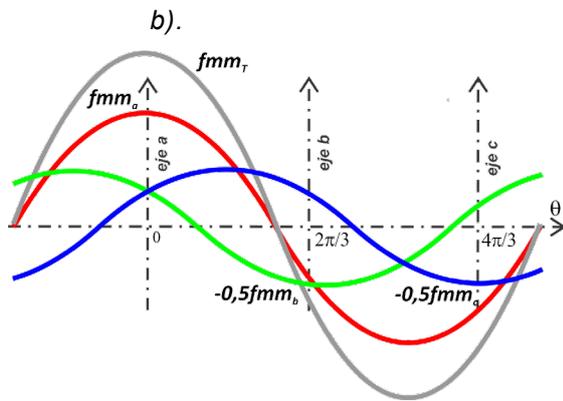
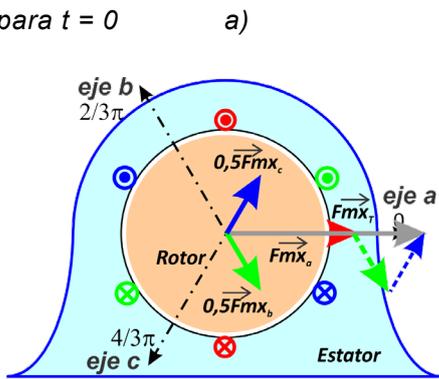
$$\begin{aligned} fmm_a(\theta, t) &= i_a(t) \frac{N}{2} \cos(\theta), \\ fmm_b(\theta, t) &= i_b(t) \frac{N}{2} \cos\left(\theta + \frac{12}{p} \pi\right), \\ fmm_c(\theta, t) &= i_c(t) \frac{N}{2} \cos\left(\theta + \frac{14}{p} \pi\right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Las tres fuerzas magnetomotrices tienen una ubicación fija en el espacio del entrehierro que depende del número de polos de la máquina. La cantidad de polos de una máquina es par, por lo tanto el espacio del estator duplica, triplica o cuadruplica la distribución de la Figura 5.4 si la máquina es de 4 polos, 6 polos o 8 polos, respectivamente.

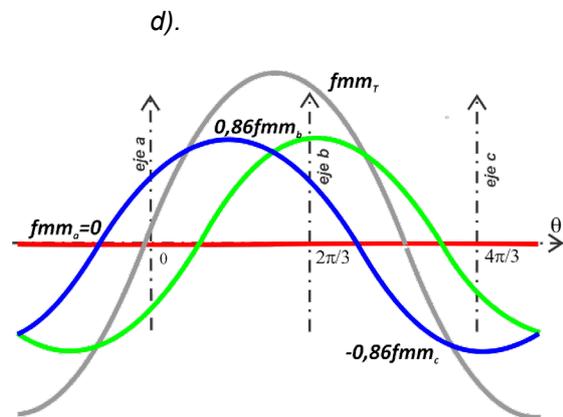
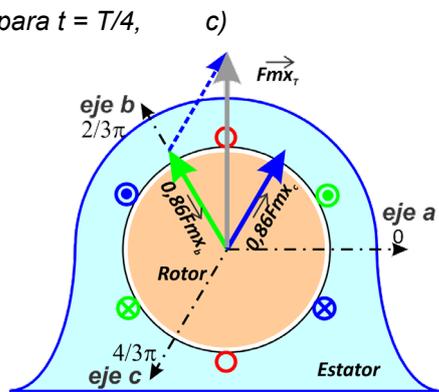
Figura 5.5

Rotación del campo resultante en cuatro instantes diferentes;

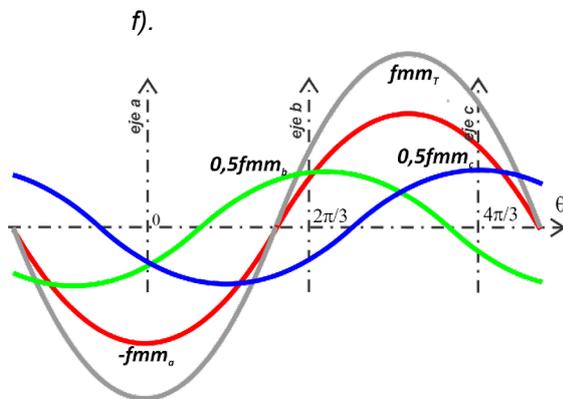
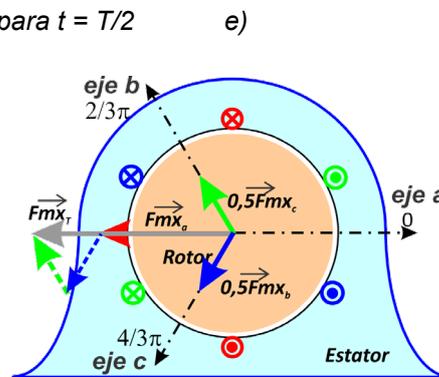
para $t = 0$



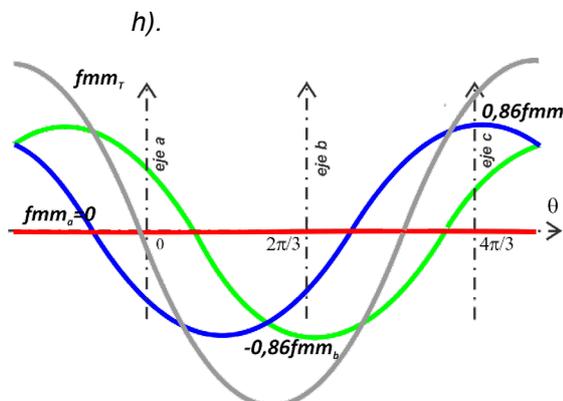
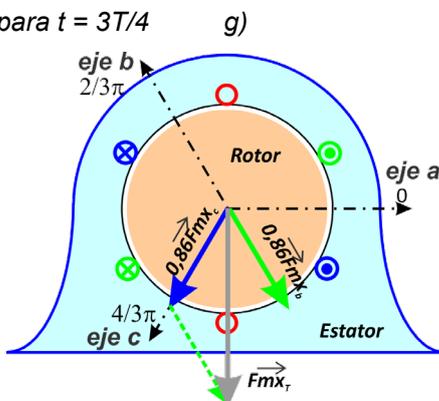
para $t = T/4$,



para $t = T/2$



para $t = 3T/4$



Cada una de las fmm_s de (5.6) se pueden representar a través de un *vector fijo* cuya dirección se ubica en su respectivo eje, y su amplitud es proporcional a la corriente aplicada al bobinado. La Figura 5.4b) muestra el estado de los tres vectores \overrightarrow{Fmm}_a , \overrightarrow{Fmm}_b y \overrightarrow{Fmm}_c producidas por una misma corriente constate que se inyectan en los respectivos arrollamientos de acuerdo con la indicación de ingreso y egreso de la corriente. Las tres fmm_s distribuidas a lo largo del entrehierro conviven en el mismo espacio, por lo tanto, la fuerza magnetomotriz total se obtiene sumando los tres vectores. En este caso particular en la que los arrollamientos están excitados con la misma corriente y dada la ubicación geométrica equidistante de los vectores, el flujo total o fmm total resultante a lo largo de todo el entrehierro es nula.

Si en cambio los tres arrollamientos son alimentados con corrientes trifásicas balanceadas y equilibradas,

$$\begin{aligned} i_a(t) &= I \cos(\omega t), \\ i_b(t) &= I \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right), \\ i_c(t) &= I \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right), \end{aligned} \quad (5.7)$$

tal que, $i_a(t)$, $i_b(t)$ e $i_c(t)$ se aplica a las fases '**a**', '**b**' y '**c**', respectivamente con una pulsación eléctrica $\omega = 2\pi/T$. Dado que las amplitudes de las fmm_s son función del valor de la corriente sobre la fase correspondiente, las amplitudes máximas de los vectores \overrightarrow{Fmm}_a , \overrightarrow{Fmm}_b y \overrightarrow{Fmm}_c dependen de la amplitud de la corriente que toman en un dado tiempo. Para un dado instante las amplitudes de las tres fmm_s son diferentes, por lo tanto, la suma es diferente de cero.

En la Figura 5.5 se presenta la distribución de fuerza magnetomotriz total ($fmm_t(t, \theta)$) para cuatro instantes de tiempo diferentes, dentro de un periodo de la frecuencia de excitación. La Figura 5.5a) corresponde a $t = 0$. En ese instante de tiempo las corrientes toman los valores: $i_a = I$ e $i_b = i_c = -I/2$ de modo que $|\overrightarrow{Fmm}_a| = I \cdot N = Fmx$ y $|\overrightarrow{Fmm}_b| = |\overrightarrow{Fmm}_c| = -\frac{Fmx}{2}$.

Como se demuestra (ver Apéndice B) el módulo de la suma de los tres vectores de fmm_s resulta $|\overrightarrow{Fmx}_T| = \frac{3}{2}Fmx^{72}$ ubicado en la dirección positiva del '**eje a**'. En la Figura 5.5b) se observa para $t = 0$, cómo se distribuyen las fmm_s a lo largo de θ dadas por (5.6) y excitadas con (5.7) cuyos valores máximos de cada una está ubicado en la posición fija de sus ejes. La contribución de todas ellas da como resultado la fmm_t con una distribución cosenoidal, cuyo máximo en este instante se ubica en $\theta = 0$, de acuerdo con las representaciones vectoriales.

En la Figura 5.5c) se presenta el estado de las fmm_s pasado un cuarto de periodo de la red ($t = T/4$). En este instante las corrientes de (5.7) toman los valores: $i_a = 0$, $i_b = \sqrt{3}/2$ e $i_c = -\sqrt{3}/2$, de modo que, $|\overrightarrow{Fmm}_a| = 0$, $|\overrightarrow{Fmm}_b| = \sqrt{3}/2 Fmx$ y $|\overrightarrow{Fmm}_c| = -\sqrt{3}/2 Fmx$. Haciendo la suma vectorial en este instante de tiempo, el módulo del vector total no cambia de amplitud $|\overrightarrow{Fmx}_T| = \frac{3}{2}Fmx$, en cambio su ubicación se desplazó en una dirección en cuadratura con el '**eje a**'. En

⁷² Las proyecciones de \overrightarrow{Fmm}_b y \overrightarrow{Fmm}_c en la dirección de \overrightarrow{Fmm}_a se suman a esta última. Mientras que las componentes verticales se anulan entre si.

la Figura 5.5d) la suma de las distribuciones espaciales de cada fmm_s determina una nueva distribución espacial total desplazada en $\pi/2$ radianes, respecto del instante de tiempo anterior.

Para $t = T/2$ las fmm_s cambian de signo respecto a los correspondientes en $t = 0$ resultando $|\overrightarrow{Fm\dot{x}_T}| = 3/2 Fm\dot{x}$ y en sentido contrario como se muestra en las Figura 5.5e) y f). Finalmente en las Figura 5.5g) y h) se presenta la ubicación de la fmm_t cuando $t = 3T/4$.

Del análisis previo se desprende que la fmm_t posee una distribución espacial cosenoidal que se desplaza en el entrehierro rotando a una velocidad angular ω_s , denominada velocidad de sincronismo del *campo rotante*. Como se desarrolló, en la máquina de dos polos el tiempo que emplea el campo en dar una vuelta (o recorrer 2π radianes) coincide con el periodo de la frecuencia de alimentación. Si se duplica el número de polos, el campo rotará π radianes en un periodo de la frecuencia de excitación, reduciéndose la velocidad ω_s a la mitad. Por lo tanto, para una máquina de ' p ' pares de polos, resulta:

$$\omega_s = \frac{\omega}{p}. \quad (5.8)$$

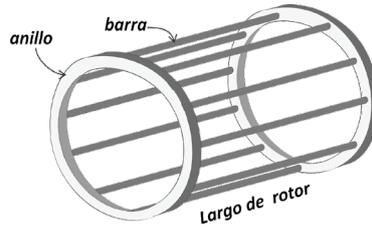
En conclusión, la distribución sinusoidal de tres arrollamientos espaciados con ejes equidistantes y excitados con corrientes trifásicas sinusoidales balanceadas y equilibradas, producen una distribución sinusoidal total de fmm en el entrehierro que rota a velocidad sincrónica con la frecuencia de excitación.

Inducción sobre rotor de jaula de ardilla

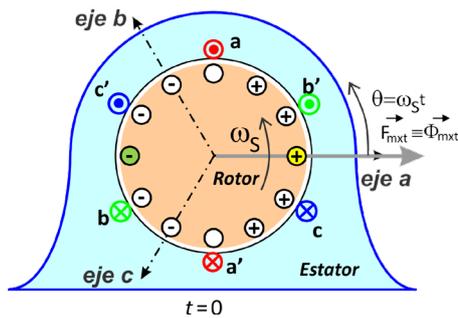
Hasta aquí se analizó la generación del campo rotante sin atender su interacción con el rotor de la máquina. De modo similar al inducido o rotor de la máquina de continua, en el rotor de la máquina de inducción se produce la conversión electromagnética. El rotor de la MI está formado por barras conductoras en cortocircuito, que por su aspecto es denominado rotor *jaula de ardilla* como se observa en la Figura 5.6a). Se observan un conjunto de barras longitudinales cortocircuitadas en los extremos por dos anillos conductores en los extremos. En la figura se omite por claridad, el apilamiento de chapas ferromagnéticas que dan el anclaje al rotor o eje mecánico del motor con las barras del rotor.

Figura 5.6

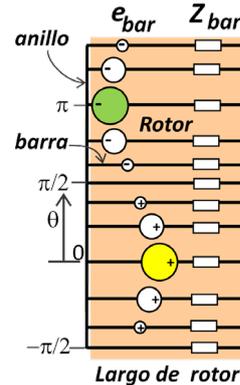
a) Rotor jaula de ardilla.



b) Campo rotante sobre las barras del rotor



c) Tensiones inducidas sobre las barras rotor.



En primera instancia se considera la ausencia de uno de los anillos de cortocircuito del rotor de modo que un extremo de las barras queda abierto. En esta condición y estando el rotor en reposo, la presencia de un campo rotante en el entrehierro provisto por el estator de la máquina inducirá sobre cada una de las barras del rotor una *femi*. Siguiendo el concepto de tensión inducida por movimiento vista en el Capítulo 4, en este caso la *femi* sobre cada barra toma la expresión,

$$e_{bar}(\theta) = lr\omega_S\phi_S(\theta), \tag{5.9}$$

siendo l y r la longitud y radio del rotor, respectivamente y $\phi_S(\theta) = \Phi_{mx} \cos(\theta)$ es la distribución de flujo cosenoidal para un instante de tiempo dado, producido por el bobinado estatorico. Si el vector de flujo gira a la velocidad sincrónica ω_S la posición del valor máximo (Φ_{mx}) dependerá del instante de tiempo observado. En la Figura 5.6b) se muestra la posición del vector de *fmm* o flujo en el entrehierro para el instante de tiempo $t = 0$. En este instante el vector a traviesa dos barras del rotor, una ubicada en $\theta = 0$ y la otra ubicada en $\theta = \pi$, por lo tanto, en cada una de ellas se induce la máxima tensión de movimiento posible, de valor:

$$E_{bar} = k\omega_S\Phi_{mx}. \tag{5.10}$$

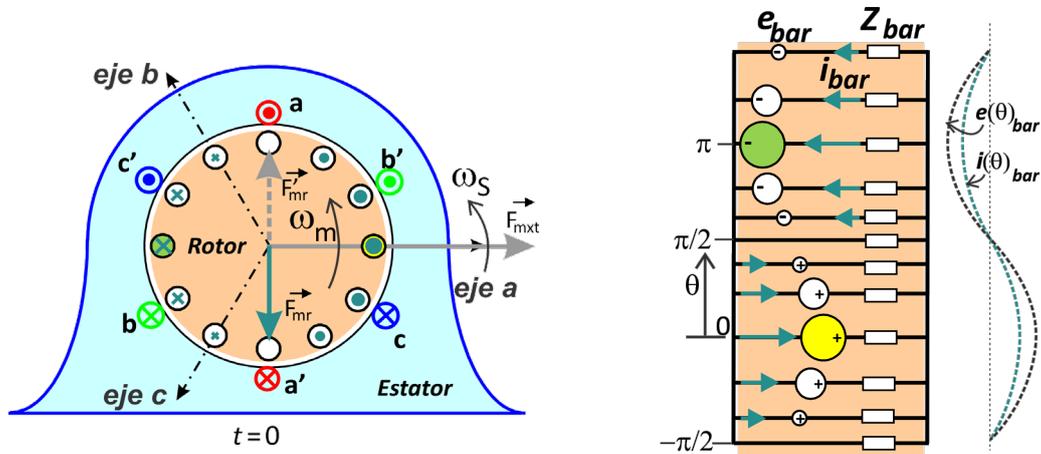
Como lo indica la Figura 5.6b) el signo en cada una de ellas es opuesto, siguiendo la regla de la mano derecha, de modo que la tensión en la barra ubicada en $\theta = 0$ es positiva y negativa en la barra ubicada en $\theta = \pi$. Aplicando la regla a las demás barras resulta que, todas aquellas ubicadas a la derecha de una línea hipotética perpendicular a la dirección del campo, se inducirán tensiones con signos positivos, y las ubicadas a la izquierda se inducirán

tensiones con signo negativo. En la Figura 5.6c) se muestra el rotor de modo desplegado a lo ancho de θ y a lo largo del rotor. Como el flujo en el entrehierro posee una distribución sinusoidal, la amplitud sobre cada barra es proporcional a la amplitud del flujo para la posición de la barra, en ese instante de tiempo. Así, se establece una distribución de *femis* sinusoidal en fase con el flujo del entrehierro. En particular sobre las barras ubicadas en $\pi/2$ y $-\pi/2$, las tensiones son nulas porque el flujo en este instante es nulo. Conforme el vector de flujo $\vec{\Phi}_{mx}$ se desplace en el tiempo, la amplitud máxima de *femi* se corre de barra en barra siguiendo al movimiento del flujo.

Figura 5.7

a) Vector de *Fmm* rotorico para $t=0$,

b) Distribución sinusoidal de corrientes sobre las barras del rotor.



Si las barras de la jaula están cortocircuitadas en ambos extremos se forman circuitos cerrados entre barras, donde cada una de ellas posee una fuente $e_{bar}(\theta)$ en serie con la impedancia Z_{bar} de la propia barra. Asumiendo en principio que la impedancia de las barras es puramente resistiva aparece una corriente por las barras en fase con la tensión inducida y proporcional al valor de $e_{bar}(\theta)$. Se establece una distribución de corrientes sinusoidal por la periferia del rotor que interactúa con el flujo dando origen a una fuerza magnética en cada barra y con ello un par motor resultante. Dado el grado de libertad del rotor, comienza a girar en el sentido del campo rotante. La velocidad que alcanza el rotor en estado estacionario (ω_m) es ligeramente inferior a la velocidad sincrónica. Esta diferencia de velocidades es llamada *velocidad de resbalamiento* y el valor que toma debe ser el necesario para que en estado estacionario se induzca una *femi*, que a su vez establezca una corriente por las barras suficiente para establecer un par motor que equilibre al par antagónico mecánico. De este modo las corrientes por cada barra toman el valor,

$$i_{bar}(\theta) = \frac{k\omega_{res}\phi_S(\theta)}{R_{bar}} \quad (5.11)$$

donde R_{bar} es la resistencia física de la barra del rotor. La distribución de corriente por las barras del rotor da origen a un flujo rotorico que se puede representar con un nuevo vector de fmm rotorica ($\vec{Fm_r}$). La Figura 5.7a) muestra la ubicación de $\vec{Fm_r}$ en cuadratura con $\vec{Fm_x}$.

Tomando como analogía al transformador, sobre el bobinado estático (primario) debe reflejarse una corriente equivalente del rotor que produzca una fmm opuesta a la rotorica ($\vec{Fm_r}$) para que el flujo neto en el entrehierro sea igual a $\vec{\Phi}_{m_x}$ que es el establecido cuando el rotor está a circuito abierto (Figura 5.6b).

Sin embargo, y tal como ocurre en un transformador, una pequeña porción del flujo producido por la corriente rotorica no es concatenado por el arrollamiento del estator (o primario) introduciendo un flujo disperso en el rotor. Esto se representa por una componente reactiva en la impedancia de la barra Z_{bar} que introduce un retraso de la corriente inducida en las barras del rotor respecto de la $e_{bar}(\theta)$. De modo que el valor máximo $\vec{Fm_r}$ en el rotor se retrase más de 90° respecto de la $\vec{Fm_x}$, como se observa en la Figura 5.8a) para $t = 0$. El flujo disperso del rotor no es compensado completamente desde el estator, originando desde el estator el vector \vec{F}'_{mr} de módulo menor al valor de \vec{F}_{mr} , cuya diferencia es \vec{F}_{dr} (flujo disperso del rotor a través de un vector equivalente de fmm). Por lo tanto, la compensación parcial desde el estator provoca un flujo neto en el entrehierro \vec{F}_{eh} , de amplitud ligeramente menor a la $\vec{Fm_x}$, y retrasado un pequeño ángulo.

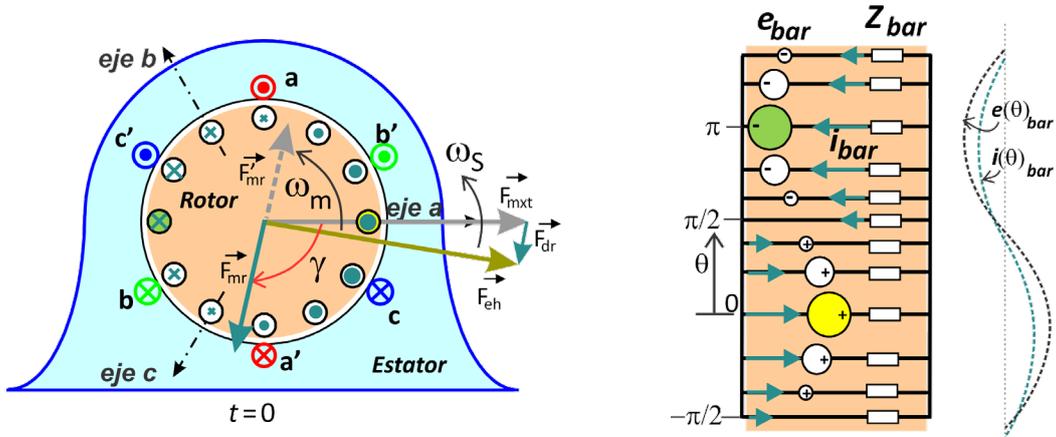
A la derecha de la Figura 5.8a) se representa la distribución (en función del espacio) de la corriente inducida sobre las barras en atraso respecto de la tensión inducida. La posición del flujo estático produce las máximas amplitudes de $femi$ en las barras ubicada en $\theta = 0$ y en $\theta = \pi$. Sin embargo, la amplitud de máxima corriente sobre esas barras aparecerá un tiempo después. En la Figura 5.8b) se muestra la composición de flujos para $t = T/4$, donde las amplitudes máximas de $femi$ se dan sobre las barras ubicadas en $\theta = \pi/2$ y en $\theta = -\pi/2$. Siendo la reactancia de dispersión rotorica igual independiente de la posición del flujo estático la corriente rotorica conserva la fase en atraso y con ello las fases entre las fmm s presentes.

Como se indicó la presencia del resbalamiento entre las velocidades es esencial para el funcionamiento de la máquina de inducción. Como los campos inducidos en el rotor gira a la velocidad de resbalamiento en el interior del rotor, como marco de referencia de velocidad. Pero a la vez este marco de referencia (el rotor) gira a la velocidad ω_m . Por lo tanto, los campos de rotor giran a la velocidad sincrónica ω_S desde el estator.

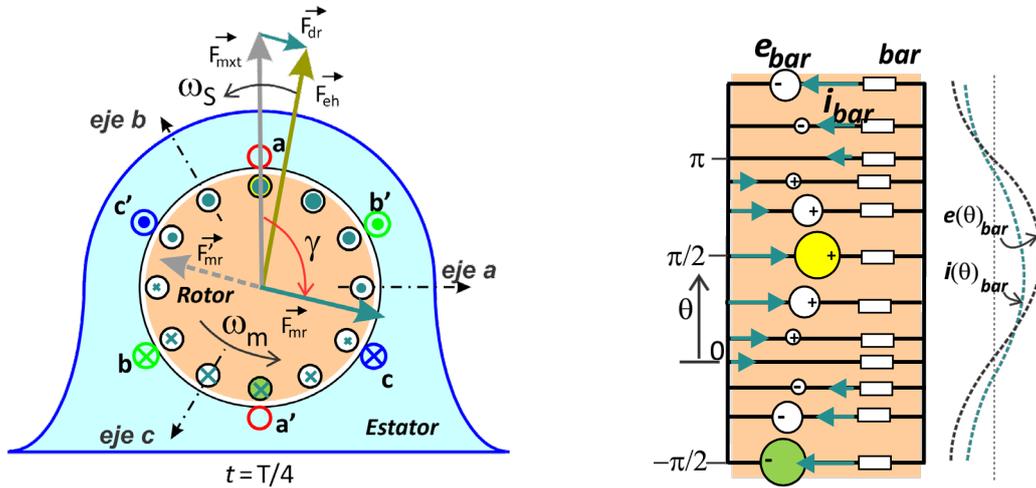
Figura 5.8

Campo neto rotante en el entrehierro para:

a) $t = 0$



b) $t = T/4$.



Circuito equivalente por fase

La presencia del campo rotante en el entrehierro induce una tensión sobre los arrollamientos estáticos de cada fase, que puede determinarse a través de la Ley de Faraday-Lenz⁷³,

$$e_{fase} = -\frac{d\lambda}{dt}, \quad (5.12)$$

donde λ es el flujo concatenado por el arrollamiento distribuido definido en (5.3), tal que:

$$\lambda(\delta) = \phi_{eh}(\theta) \frac{N}{2} \sin(\delta). \quad (5.13)$$

⁷³ La *femi* corresponde al movimiento relativo entre el arrollamiento (fijo) y el flujo rotante.

Por lo tanto, tomando el flujo del entrehierro neto como una función cosenoidal con $\theta = \omega_s t$ e integrando la densidad de conductores, como se distribuye en la Figura 5.3a), el flujo concatenado en la fase toma la expresión⁷⁴,

$$\Lambda = \phi_{ehmx} \cos(\omega_s t) \int_0^{\pi} \frac{N}{2} \sin(\delta) d\delta = N\phi_{ehmx} \cos(\omega_s t). \quad (5.14)$$

Aplicando este resultado en (5.11) y teniendo en cuenta que en una máquina de dos polos el valor de la velocidad de sincronismo coincide con la pulsación eléctrica de excitación⁷⁵, la *femi* en la fase toma la expresión,

$$-\frac{d\Lambda}{dt} = e_{fase} = N\omega\phi_{ehmx} \sin(\omega t). \quad (5.15)$$

La tensión por fase es una función sinusoidal con el tiempo cuyo valor eficaz resulta proporcional a la frecuencia f de excitación y al máximo valor de flujo en el entrehierro,

$$E_{eh} = 4,44Nf\phi_{ehmx}. \quad (5.16)$$

Asumiendo estado estacionario el rotor gira a una velocidad Ω_m inferior a la velocidad del campo rotante Ω_s , estableciéndose un resbalamiento entre las velocidades, definido por

$$s = \frac{\Omega_s - \Omega_m}{\Omega_s}, \quad (5.17)$$

siendo la diferencia de velocidades $\Omega_{res} = \Omega_s - \Omega_m$ la velocidad de resbalamiento.

La alimentación de la MI se realiza aplicando un sistema trifásico de tensiones balanceado y equilibrado. La corriente resultante sobre el estator es la composición de dos componentes una correspondiente al flujo neto en el entrehierro, denominada corriente de magnetización (I_m) más una componente que refleja la corriente inducida sobre el rotor (I_r), como se observa en el circuito equivalente por fase de la Figura 5.9. Además, el circuito del estator se compone de una resistencia R_e correspondiente a la resistividad de los conductores del arrollamiento estático en serie con una inductancia L_e que representa el flujo disperso que no es concatenado por el circuito del rotor. El flujo del entrehierro induce una *femi*, dada por (5.12), que se representa mediante una inductancia denominada de magnetización⁷⁶ L_m , de modo que se puede expresar la siguiente relación,

$$L_m I_m = N\phi_{ehmx}. \quad (5.18)$$

Si bien físicamente el rotor está construido por barras en cortocircuito, la distribución espacial de las tensiones y corrientes inducidas es equivalente a tres hipotéticas fases con arrollamientos en corto circuito de igual número de polos que en el estator. Así, se puede asociar a cada fase del estator con una fase equivalente en el rotor.

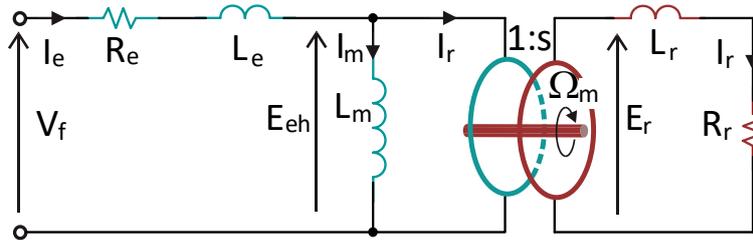
⁷⁴ El arrollamiento distribuido en una máquina de dos polos está formado como se mostró en la Figura 5.1b) que físicamente está alojado sobre toda la circunferencia del estator. De este modo, el flujo concatenado es el flujo que atraviesa la mitad del arrollamiento del estator. En una máquina con mayor número de polos el arrollamiento estático correspondiente a un par de polos está distribuido ubicado solo en un sector de la circunferencia total del estator.

⁷⁵ En una máquina de más pares de polos la *femi* de cada arrollamiento es proporcional a los pares de polos de modo que el valor eficaz resulta proporcional a la pulsación eléctrica e independiente del número de polos.

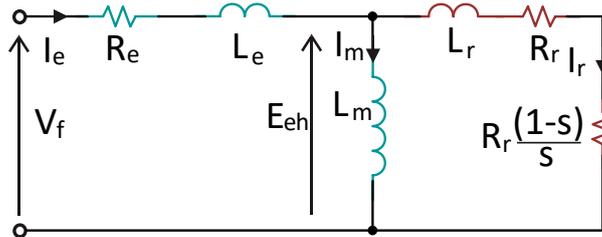
⁷⁶ Equivalente a la inductancia de magnetización de un transformador.

Figura 5.9

a) Circuito equivalente por fase.



b) circuito equivalente con el rotor reflejado a estator.



En la Figura 5.9. se representa el acoplamiento magnético entre el arrollamiento estático y el rotorico para una fase, de modo similar al circuito equivalente de un transformador. El circuito equivalente del rotor se resume en una resistencia R_r correspondiente a la resistencia de las barras en serie con una inductancia L_r que representa el flujo disperso⁷⁷ en las barras del rotor.

De igual modo que en el estator, la tensión E_r corresponde a la femi sobre un arrollamiento equivalente por fase con distribución sinusoidal en el rotor, atravesado por el campo en el entrehierro girando a la velocidad de resbalamiento Ω_{res} . Tomando un número de vueltas equivalentes e igual al de estator, el flujo concatenado en términos de la densidad devueltas toma el valor,

$$\lambda(\delta) = \phi_{eh}(\omega_{res}t) \frac{N}{2} \sin(\delta). \tag{5.19}$$

Nuevamente por tratarse de una máquina de dos polos inducidos sobre el rotor, la integral del arrollamiento equivalente ente 0 y $\pi/2$ radianes. Luego aplicando (5.12) se obtiene el valor de E_r ,

$$E_r = 4,44Nf_r\phi_{ehmx}, \tag{5.20}$$

donde f_r es la frecuencia eléctrica inducida sobre las barras del rotor.

Multiplicando y dividiendo (5.17) por los pares de polos, el resbalamiento resulta igual al cociente entre la frecuencia inducida en el rotor respecto a la de estator,

$$s = \frac{\Omega_{res}}{\Omega_s} = \frac{f_r}{f}. \tag{5.21}$$

Dado que el resbalamiento de una MI en estado estacionario es del 1,5% al 2% aproximadamente, la frecuencia inducida en el rotor es muchísimo menor a la frecuencia de alimentación del

⁷⁷ Flujo que no se concatena en el arrollamiento estático y que produce un flujo neto en el entrehierro ligeramente menor al producido por el estator.

motor. Por lo tanto el circuito de estado estacionario por fase de la Figura 5.9a) se presenta como el circuito de un transformador donde la relación entre tensiones de primario y secundario se establece a través de las frecuencias de estator y la inducida en el rotor.

Al igual que en un transformador existen pérdidas de potencia en el núcleo por efectos de la inducción de corrientes parásitas en el laminado y la característica de histéresis del material ferromagnético. Dado que estas pérdidas de potencias son proporcionales a la amplitud del flujo y de la tensión sobre los arrollamientos, se representan mediante una resistencia en paralelo con la inductancia de magnetización. Sin embargo, como la frecuencia en el rotor es extremadamente baja las pérdidas en el núcleo del rotor pueden ser despreciadas. Por otro lado, en el camino magnético del estator a la frecuencia de red son más significativas. Sin embargo, y a diferencia del transformador, el volumen involucrado es reducido con lo cual, frente a la potencia nominal del eje del motor, las pérdidas magnéticas sobre el estator no son consideradas, por lo tanto no son incluidas en el circuito equivalente.

Circuito completo desde estator

De la Figura 5.9a), el módulo de la corriente por el rotor toma el valor:

$$I_r = \frac{E_r}{\sqrt{R_r^2 + (2\pi f_r L_r)^2}} \quad (5.22)$$

Haciendo el cociente entre (5.16) y (5.20) se establece la relación de transformación entre las *femis* estática y rotórica,

$$\frac{E_{eh}}{E_r} = \frac{f}{f_r} = \frac{1}{s} \quad (5.23)$$

Introduciendo (5.23) en (5.22) y operando algebraicamente la amplitud de la corriente rotórica resulta como el cociente entre la *femi* del estator y el módulo de una impedancia equivalente del rotor reflejada al estator,

$$I_r = \frac{E_{eh}}{\sqrt{\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 + (2\pi f L_r)^2}} \quad (5.24)$$

La impedancia reflejada está compuesta de una reactancia inductiva equivalente rotórica a la frecuencia de alimentación del motor ($2\pi f L_r$) y una resistencia equivalente que depende del resbalamiento del motor ($\frac{R_r}{s}$). Esta resistencia puede expresarse como la suma de la resistencia propia del rotor más una resistencia equivalente, tal que:

$$\frac{R_r}{s} = R_r + R_r \frac{(1-s)}{s} \quad (5.25)$$

Finalmente, la Figura 5.9b) muestra el circuito equivalente por fase visto desde el estator que permite describir el funcionamiento del motor de inducción operando en estado estacionario.

Carga mecánica

La resistencia equivalente,

$$R_{eje} = R_r \frac{(1-s)}{s}, \quad (5.26)$$

depende de R_r y del resbalamiento del motor, por lo tanto, representa el estado de carga mecánica en el eje del motor.

Para visualizar este concepto se pueden analizar dos situaciones de operación extremas. La primera es durante el arranque de la máquina. Cuando se aplican las tensiones nominales a la frecuencia nominal, el campo rotante se establece inmediatamente a la velocidad sincrónica. Sin embargo, estando el motor en reposo y debido a la inercia mecánica que el motor posee la rotación inicial es nula, en consecuencia, el resbalamiento es unitario ($s = 1$). En esta condición la R_{eje} es nula y la corriente I_r toma un valor muy alto porque solo está limitada por R_r y ωL_r que son impedancias muy pequeñas en comparación con el valor de R_{eje} en condiciones nominales de operación. La segunda condición extrema es el estado de giro en 'vacío' o sin carga en el eje. Suponiendo que todos los roces mecánicos son despreciables el giro del rotor se produce sin necesidad de par motor, por lo tanto, no es necesario inducir una corriente rotórica que de origen a un par. Si la corriente por el rotor es nula, significa que no es necesario inducir una *femi* en las barras del rotor. Así, no es necesario que exista una velocidad relativa o de resbalamiento entre el rotor y el campo, por lo tanto, la velocidad del eje tiende a la velocidad de sincronismo. En este caso el resbalamiento tiende a anularse ($s = 0$) resultando R_{eje} tendiendo a infinito y con ello una corriente rotórica nula.

El valor de R_{eje} intermedio entre estos extremos corresponde a un estado de carga nominal cuyo resbalamiento generalmente se encuentra entre el 1,5% y el 2% y con ello la resistencia equivalente toma un valor que refleja el estado de carga mecánico.

Par motor en el MI

El par motor generado por una máquina eléctrica de cualquier naturaleza puede ser expresado de forma proporcional al producto vectorial entre los flujos magnéticos interactuantes del estator y del rotor en el entrehierro,

$$\vec{T}_m \propto \vec{\Phi}_s \times \vec{\Phi}_r = \Phi_s \Phi_r \sin \gamma. \quad (5.27)$$

A través de la ley de Hopkinson, los flujos magnéticos son proporcionales a las $Fmms$ tal que para la MI, $\vec{\Phi}_s \equiv \vec{F}_{mxt}$ y $\vec{\Phi}_r \equiv \vec{F}_{mr}$. Suponiendo que la inductancia de dispersión en el rotor es despreciable (Figura 5.7) ambos flujos están en cuadratura resultando un máximo producto vectorial o máximo par, siendo $\gamma = \pi/2$. En cambio ante la presencia de flujo disperso en el rotor, se produce un corrimiento de fase relativo entre ambos flujos (Figura 5.8). La Fm_r es proporcional a la corriente rotórica, por lo tanto, el módulo del par motor resultante es proporcional al flujo máximo estático y a la corriente máxima del rotor, siguiendo la expresión

$$T_m = \Phi_{mx} K_m I_r \sin \gamma, \quad (5.28)$$

donde γ es el ángulo entre los flujos interactuantes. En estado estacionario el ángulo es ligeramente mayor a $\pi/2$, dependiendo del flujo disperso de rotor.

En condiciones transitorias como es el arranque de la máquina la dispersión del flujo rotorico es muy grande provocando un aumento de γ mayor al valor de estado estacionario generando una disminución muy significativa del par de arranque disponible. Este efecto propio de la MI la hace muy diferente a las características de arranque de un motor de continua.

Característica par-velocidad

Si bien la expresión (5.28) establece el vínculo entre el flujo y la corriente de modo análogo a la máquina de corriente continua, para poder establecer la relación entre el par motor y la velocidad del motor se empleará el circuito equivalente por fase.

Considerando que las pérdidas mecánicas son despreciables, la potencia desarrollada en la R_{eje} corresponde a la potencia mecánica disponible en el eje. Por lo tanto,

$$P_{mec} = 3I_r^2 R_r \frac{(1-s)}{s}. \quad (5.29)$$

Para determinar el valor de la corriente rotorica y expresarla a partir de la tensión de fase del motor, es conveniente emplear el teorema de Thevenin en terminales de la inductancia de magnetización⁷⁸. En general se cumple en los MI de altas potencias que la impedancia de magnetización es mucho mayor que la suma de la impedancia de dispersión estática y la resistencia del arrollamiento,

$$|j\omega L_m| \gg |R_e + j\omega L_e|, \quad (5.30)$$

por lo tanto se puede plantear las siguientes aproximaciones:

$$V_{th} \cong V_f, \quad (5.31)$$

y

$$Z_{th} \cong R_e + j\omega L_e, \quad (5.32)$$

siendo V_{th} y Z_{th} la tensión e impedancia de Thevenin, respectivamente.

Bajo estas aproximaciones la corriente de rotor puede expresarse como,

⁷⁸ La tensión de Thevenin resulta de desconectar el circuito de rotor (reflejado al estator) sobre el circuito de la Figura 5.9b), y calcular la tensión en terminales de la impedancia de magnetización,

$$V_{th} = \frac{V_f}{\sqrt{R_e^2 + [\omega(L_e + L_m)]^2}} j\omega L_m$$

La impedancia de Thevenin resulta de pasivar la tensión de fase y calcular la impedancia vista desde la inductancia de magnetización,

$$Z_{th} = \frac{(R_e + j\omega L_e)(j\omega L_m)}{R_e + j[\omega(L_e + L_m)]}$$

$$I_r \cong \frac{V_f}{\sqrt{(R_e + \frac{R_r}{s})^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2}} \quad (5.33)$$

El par motor se puede expresar como la potencia en el eje dividido la velocidad del motor, por lo tanto

$$T_m = \frac{P_m}{\Omega_m} \quad (5.34)$$

Reemplazando (5.31) en (5.29) y siendo $\Omega_m = (1 - s)\Omega_s$, el par motor resulta,

$$T_m \cong \frac{3}{\Omega_s} \frac{V_f^2}{\{(R_e + \frac{R_r}{s})^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2\}} \frac{R_r}{s} \quad (5.35)$$

Como se desprende no resulta una relación directa entre el par y la velocidad sobre el eje del motor, sino que es a través del resbalamiento.

Considerando que todos los parámetros involucrados en la expresión son constantes, una característica típica en función de s se presenta en la Figura 5.10. En el rango de valores para $0 < s < 1$ la máquina funciona como motor. Se identifican valores específicos como es el par de arranque (T_a) del motor para $s = 1$ y el valor nulo del par para $s = 0$. En este rango de s la característica puede dividirse en dos regiones. Una región de alto resbalamientos ($s < 1$) hasta alcanzar un valor máximo de par (T_{Max}) y una región de muy pequeños resbalamientos ($s \ll 1$) donde la velocidad tiende a valores cercanos a la de sincronismo, con pares mucho menores al máximo y que será la región de operación nominal del MI.

Arranque

En el arranque del motor la velocidad de campo se establece en forma inmediata, sin embargo debido a la inercia mecánica del rotor, la velocidad del eje en es nula en un primer instante tal que $s = 1$ y de (5.35) se determina el valor del par de arranque disponible y su dependencia con los parámetros del motor,

$$T_a = \frac{3}{\Omega_s} \frac{V_f^2}{(R_e + R_r)^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2} R_r \quad (5.36)$$

Las barras de la jaula de ardilla son diseñadas para condicionar las características de par y corriente de arranque a través de su resistencia y reactancia de dispersión⁷⁹. Considerando en (5.36) que la impedancia reactiva de dispersión posee mayor amplitud que las resistencias, $\omega(L_r + L_e) \gg (R_e + R_r)$, por lo tanto el valor de par T_a se reduce a:

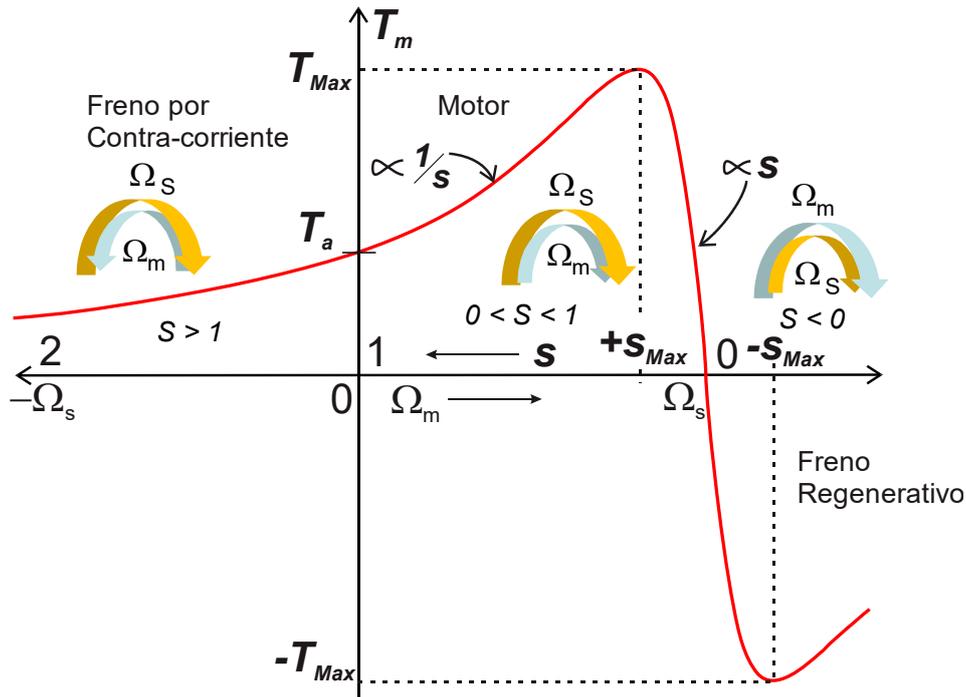
$$T_a \cong \frac{3}{\Omega_s} \frac{V_f^2}{[\omega(L_r + L_e)]^2} R_r \quad (5.37)$$

Se desprende que la capacidad de par de arranque de una MI es fuertemente gobernada por la impedancia de dispersión de la máquina y la resistencia de las barras del rotor R_r .

⁷⁹ Es equivalente a un transformador con su secundario en corto circuito. Se establece una corriente muy grande de carácter prácticamente inductiva impuesta por la dispersión de los arrollamientos.

Figura 5.10

Característica par-velocidad con parámetros constantes.



Aceleración

A medida que el motor comienza a girar se ingresa a la zona de altos resbalamientos donde el motor se está acelerando hasta alcanzar la velocidad de estado estacionario. La relación de par (5.35), se puede expresar como:

$$T_m \cong \frac{3}{\Omega_s} I_r^2 \frac{R_r}{s}, \tag{5.38}$$

Donde I_r está dado por (5.33).

Si bien $s < 1$ en este transitorio se puede considerar que la impedancia total del circuito,

$$\sqrt{\left(R_e + \frac{R_r}{s}\right)^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2}, \tag{5.39}$$

cambia lentamente con s y con ello el módulo de I_r , manteniéndose en un valor muy alto y poco variable. Así, de (5.38), el par motor comienza a crecer inversamente proporcional al resbalamiento.

Operación nominal

Cuando la máquina alcanza su condición de operación cercana a la nominal, la velocidad del rotor es muy próxima a la de sincronismo y $s \ll 1$. En esta región el valor que toma R_r/s prevalece ampliamente sobre los términos de la impedancia (5.39). Aplicando esta consideración el par resulta aproximadamente proporcional al resbalamiento,

$$T_m \cong \frac{3}{\Omega_s} \frac{V_f^2}{R_r} s. \quad (5.40)$$

El estado de carga del motor debe garantizar operar en la región de pequeños resbalamientos donde surge una relación proporcional entre el par motor y s .

Par máximo

Del análisis previo sobre el comportamiento del par con el resbalamiento y de acuerdo con la Figura 5.10, se presenta un punto de par máximo para un dado valor de resbalamiento.

Diferenciando (5.35) respecto de s e igualando a cero se determina el valor de par máximo. Por lo tanto,

$$\frac{dT_m}{ds} = \frac{3V_f^2 R_r}{\Omega_s s^2} \frac{[-R_e^2 - [\omega(L_r + L_e)]^2 + \frac{R_r}{s^2}]}{\left[\left(R_e + \frac{R_r}{s} \right)^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2 \right]^2} = 0, \quad (5.41)$$

de esta condición resulta el valor de resbalamiento para la cual el par es máximo,

$$s_{Max} = \pm \frac{R_r}{\sqrt{R_e^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2}}. \quad (5.42)$$

Reemplazando (5.42) en (5.35) resultan dos valores posibles de pares máximos,

$$T_{Max} \cong \pm \frac{3}{2\Omega_s} \frac{V_f^2}{\left\{ \pm R_e + \sqrt{R_e^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2} \right\}} \quad (5.43)$$

La presencia de ambos signos es función del modo de operación de la máquina de inducción. En la región de operación como motor el resbalamiento y el par máximo, toman signos positivos (Figura 5.10). En las máquinas de alta potencia es posible establecer que $R_e \ll \omega(L_r + L_e)$, de modo que (5.42) se reduce al valor,

$$s_{Max} \cong \pm \frac{R_r}{[\omega(L_r + L_e)]}, \quad (5.44)$$

y el par máximo se reduce a,

$$T_{Max} \cong \pm \frac{3}{2\Omega_s} \frac{V_f^2}{\omega(L_r + L_e)}. \quad (5.45)$$

Generación. Freno regenerativo

Cuando el rotor de la máquina es impulsado externamente a una velocidad superior⁸⁰ a la velocidad de sincronismo ($\Omega_m > \Omega_s$), el resbalamiento es negativo. De la característica (5.35) el signo del par desarrollado por la máquina cambia de signo ingresando en el modo de operación como generador. El par toma la característica antagónica al par externo o mecánico impulsor. En general este modo de operación se presenta como freno regenerativo en la región donde $0 > s > -$

⁸⁰ Denominada velocidad supersincrónica

s_{Max} . De acuerdo con (5.43) para $-s_{Max}$ el módulo del par máximo de frenado es ligeramente mayor al del par máximo positivo.

Freno por contra-corriente

En ciertas aplicaciones se requiere detener la máquina a través de una maniobra denominada de ‘*contra-corriente*’ o ‘*plugging*’. Este método de frenado consiste en invertir súbitamente el sentido de giro del campo rotante a través de invertir la secuencia de alimentación de las fases del estator mediante llaves inversoras. Debido a la inercia de la máquina la velocidad del rotor sigue girando con el sentido previo a la inversión de fases, provocando que cambie el signo de la velocidad de rotación del eje respecto a la actual del campo rotante. Como se muestra en la Figura 5.10 en esta maniobra la máquina ingresa en la zona donde el resbalamiento es mayor a la unidad.

Característica de par-velocidad en operación nominal

La condición de pequeños resbalamientos es la región de operación de la máquina de inducción, donde se establece el máximo aprovechamiento de la máquina. Retomando la expresión (5.40), multiplicando y dividiendo por Ω_s , y teniendo en cuenta (5.8) resulta,

$$T_m \cong \frac{3}{\Omega_s^2} \frac{V_f^2}{R_r} \Omega_{res} \quad (5.46)$$

donde se establece una relación proporcional entre la velocidad de resbalamiento y el par motor a partir de la velocidad de sincronismo o de vacío. Expresando la velocidad en función del par motor se puede invertir la relación, haciendo una analogía con la característica par-velocidad el motor de corriente continua⁸¹ como se muestra en la Figura 5.11. En las cercanías de las condiciones nominales de trabajo ($\Omega_N - T_N$), de (5.46) se puede despejar la velocidad del motor Ω_m , tal que,

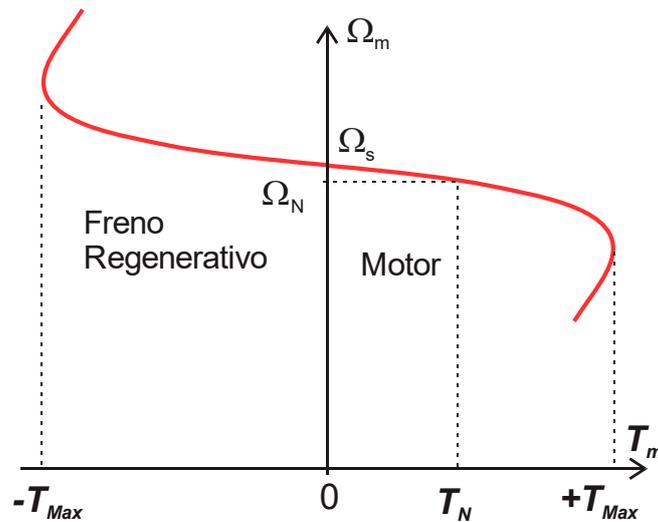
$$\Omega_m \approx \Omega_s - \frac{\Omega_s^2}{3} \frac{R_r}{V_f^2} T_m, \quad (5.47)$$

esta relación es análoga a la expresión de velocidad en función del par desarrollada para el motor de corriente continua con excitación independiente. Donde Ω_s puede ser considerada como la velocidad de vacío equivalente a la del motor de continua y el factor que multiplica a T_m la regulación del motor. Como se verá más adelante se puede considerar esta relación aproximadamente válida hasta cargas iguales a $1,5T_N$.

⁸¹ La expresión par velocidad de una máquina de continua con excitación independiente $\Omega_m = \Omega_o - KT_m$

Figura 5.11

Característica par-velocidad para muy bajos resbalamientos.



Corriente rotorica

A diferencia de una máquina de corriente continua en la MI no existe una relación directa entre el par inducido y el módulo de la corriente del rotor. Solo puede ser considerado aproximadamente proporcional en la región de pequeños resbalamientos.

Del circuito equivalente de la Figura 5.9b) se desprende que durante el arranque del motor (debido al resbalamiento cercano a la unidad), la impedancia rotorica resulta muy pequeña ($R_{eje} = 0$) y predominante en el paralelo con la reactancia de magnetización. Por lo tanto, se puede considerar $I_e \cong I_r$ y teniendo en cuenta (5.31) para $s = 1$, la amplitud de la corriente de arranque del motor toma la expresión,

$$I_a \cong \frac{V_f}{\sqrt{(R_e + R_r)^2 + [\omega(L_e + L_r)]^2}} \quad (5.48)$$

En general puede alcanzar entre 6 a 8 veces la corriente nominal del motor. En algunos diseños de las máquinas puede considerarse que $R_e + R_r \ll \omega(L_e + L_r)$, lo que permite interpretar que las reactancias de dispersión son los parámetros del motor que tienen mayor peso en el límite de la amplitud durante el arranque. Bajo esta suposición,

$$I_a \cong \frac{1}{(L_e + L_r)} \left(\frac{V_f}{\omega} \right) \quad (5.49)$$

Los aumentos de inductancia de dispersión son deseables para reducir la amplitud de la corriente en el arranque, sin embargo esto va en desmedro de la capacidad en el par de arranque del motor⁸².

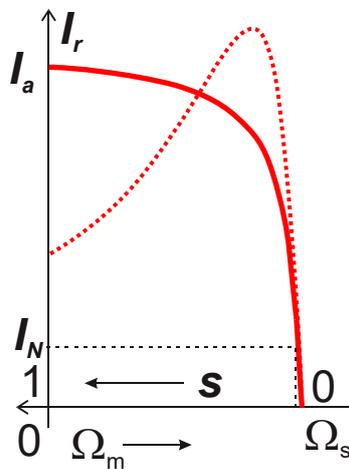
⁸² En la práctica los parámetros de resistencia e inductancia de dispersión en el rotor se controlan en forma constructiva de la jaula de ardilla. En general existen tres tipos de jaulas; las de una única barra empleados en la construcción de motores estándares, las de doble jaulas de ardilla o las de gran reactancia (o barras profundas) que permiten aumentar el par de arranque y reducir la corriente de arranque.

Conforme el resbalamiento decrece pero aún en valores ‘altos’ ($s < 1$), la corriente rotorica dada por (5.33) cambia su amplitud en forma suave como se observa en la Figura 5.12, en trazo continuo (en trazo punteado se compara la variación del par con el resbalamiento de acuerdo con (5.35)). En las cercanías de muy bajos resbalamientos ($s \ll 1$) la corriente decae muy rápidamente hasta alcanzar el valor nominal (I_N) para un resbalamiento nominal (s_N). En esta condición de operación la impedancia del rotor está fuertemente impuesta por el valor R_r / s , y se puede aproximar a:

$$I_r \cong \frac{V_f}{R_r} s. \tag{5.50}$$

Figura 5.12

Corriente rotorica vs velocidad, durante el arranque.



La corriente rotorica y de forma similar al par motor dada por (5.40), resultan proporcionales al resbalamiento. Concluyendo que en condiciones de operación nominales o en un entorno a este, donde el resbalamiento es muy pequeño, el par se considera proporcional a la corriente del rotor, similar a la característica de un motor de corriente continua.

Ejemplo 5.19. Electrobomba

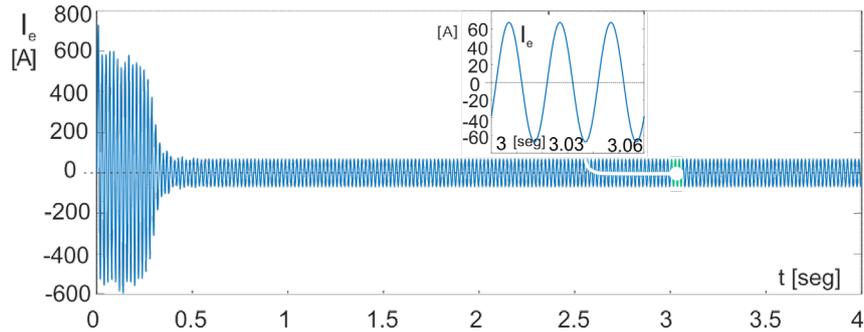
Una electrobomba es accionada por un motor de inducción de: 37kW (50HP), 380V_{lrms}, 50Hz y 4 polos. La característica de carga de la bomba centrífuga sigue la ley: $25 + 5,8 \cdot 10^{-5} n^2$ [Nm], donde la velocidad esta expresada en vueltas por minuto (rpm). Mediante simulación se observarán las variables eléctricas y mecánicas en función del tiempo, durante el arranque de la electrobomba hasta llegar a su régimen de trabajo.

La Figura 5.13 muestra las corrientes de estator (I_e), de rotor (I_r) y la tensión de una de las fases del motor (V_{fase}) durante un tiempo de 4 seg, después de aplicar en forma directa la tensión y frecuencia nominal al motor. Durante un tiempo inferior a medio segundo se considera el transitorio de arranque y luego la electrobomba ingresa en su régimen de operación nominal. Como se aprecia en las Figura 5.13a) y Figura 5.13b) ambas corrientes toman un valor de aproximadamente 10

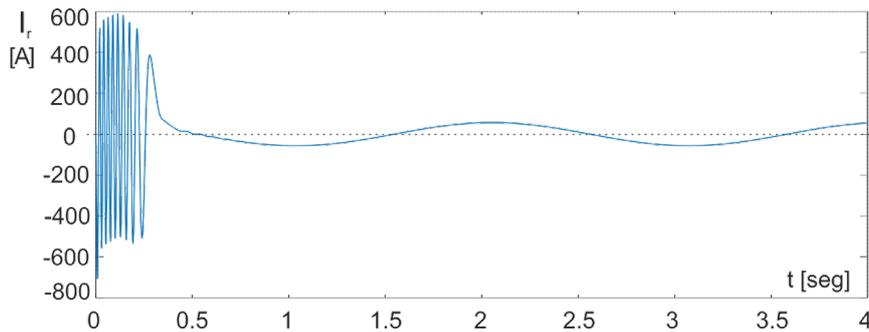
veces su valor nominal que se sostienen durante este transitorio. A medida que la velocidad crece se observa que ambas amplitudes de corrientes se reducen bruscamente finalización así el transitorio y alcanzando sus valores nominales. Un proceso similar se aprecia en la frecuencia inducida sobre el rotor, como se observa sobre I_r . al inicio del arranque la frecuencia sobre el rotor es próxima a 50Hz, cayendo bruscamente al valor de régimen operativo $f_r = s \times f \approx 0,5Hz$.

Figura 5.13

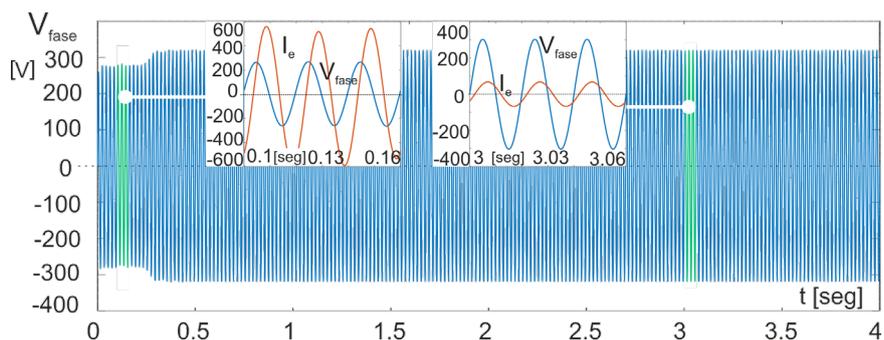
a) *Corriente estática.*



b) *Corriente rotorica.*



c) *Tensión en una fase.*



En la Figura 5.13c) muestra la tensión en una de las fases del motor. Como se aprecia durante el transitorio, aparece una caída de tensión ocasionada por la gran amplitud de la corriente de arranque sobre la impedancia serie⁸³ de la línea que alimenta al motor. Esta caída de tensión

⁸³ En general la impedancia serie de la línea que alimenta la electrobomba tiene carácter inductivo. Las características específicas de esta impedancia principalmente es función de la longitud de la red, de las etapas transformadoras de tensión y la potencia instalada.

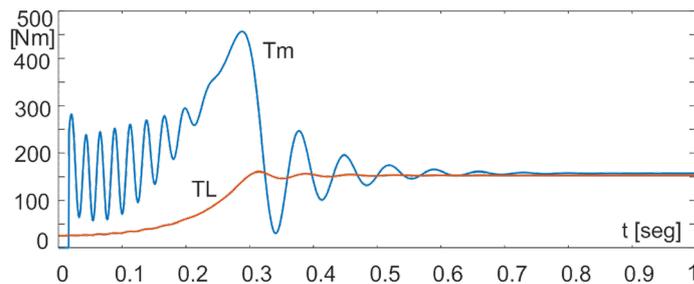
desmejora la calidad del servicio a otras cargas vecinas, por lo tanto, puede ser muy nociva para la instalación una respuesta con esta naturaleza. En la Figura 5.13c) se resaltan dos intervalos de tiempos, correspondientes a tres ciclos de la frecuencia de 50Hz, donde se observa la fase relativa entre la tensión y la corriente estática. En el primer intervalo de tiempo que va desde 100mseg a 160mseg (durante el arranque) se observa claramente la gran amplitud de la corriente y sobre todo presenta un atraso de aproximadamente 90° respecto de la tensión de fase. Se corrobora el carácter reactivo del motor durante el arranque como se desprende de análisis previo. Durante este transitorio la demanda de potencia reactiva a la red es muy alta, exigiendo extremadamente los valores de potencia instalada. Luego en el intervalo de 3seg a 3,06seg la máquina ya está en régimen y no solo la amplitud de la corriente se reduce a su valor nominal, sino que también la tensión recupera el valor correspondiente. El factor de potencia alcanza un valor por encima de 0.86, correspondiente a la demanda natural de una máquina de inducción.

En las Figura 5.14 muestran los transitorios de las variables mecánicas desde el arranque hasta el estado estacionario. En la Figura 5.14a) se ve la evolución del par motor (T_m) y el par de carga (T_L). Durante el arranque de la electrobomba T_L va creciendo con el cuadrado de la velocidad, mientras que T_m toma un valor superior que permite la aceleración. Cuando se alcanza el estado estacionario T_L es aproximadamente 150Nm y T_m es ligeramente superior para vencer el roce mecánico. En la Figura 5.14b) se ve la velocidad de la electrobomba (n_m) y el resbalamiento del motor (s). Como se puede apreciar el resbalamiento se va reduciendo conforme la velocidad de la electrobomba crece. Después de medio segundo del arranque la velocidad alcanza su valor de trabajo nominal (cercana a la de sincronismo) y s se aproxima al 1%.

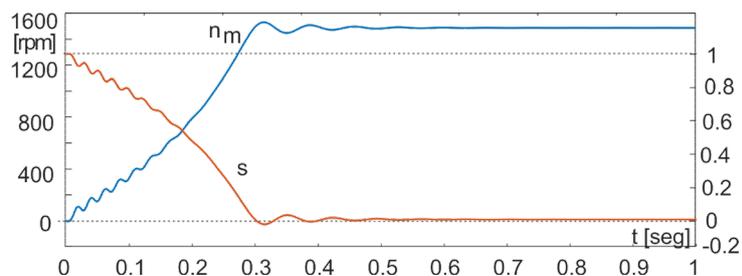
Figura 5.14

Evolución en el arranque de la electrobomba;

a) par motor y de carga.



b) velocidad y resbalamiento del motor.



El comportamiento dinámico oscilatorio que se observa de la electrobomba Figura 5.14 no es posible identificarla con el modelo estático empleado. El modelo dinámico para responder a este comportamiento requiere de una representación en el acoplamiento entre los flujos estatórico y rotorico del motor.

Potencia y rendimiento

Para el tratamiento de la potencia que maneja el motor y su rendimiento es conveniente emplear el teorema de Thevenin sobre el circuito de la Figura 5.9b), empleando los resultados dados en (5.31) y (5.32). Como la corriente de magnetización en un MI suele ser alta, entre un 20% a un 40% de la corriente nominal, se agrega una rama en paralelo que represente esta componente de corriente, resultando el circuito por fase aproximado como se presenta en la Figura 5.15, donde $V_{th} \cong V_f$, $R_{th} \cong R_e$ y $X_{th} \cong X_e$.

La potencia en el eje $P_{mec} = T_m \Omega_m$ proviene del estator y es transferida a través del entrehierro, del circuito equivalente la potencia en el entrehierro vale,

$$P_{eh} = T_m \Omega_s = 3I_r^2 R_r + 3I_r^2 R_r \frac{(1-s)}{s}. \quad (5.51)$$

El primer término corresponde a la potencia gastada en la resistencia de las barras rotoricas y el segundo la potencia en el eje. Haciendo el cociente entre la expresión (5.29) y (5.51) se determina el rendimiento del rotor,

$$\frac{P_{mec}}{P_{eh}} = \eta_{eh} = 1 - s. \quad (5.52)$$

La expresión indica que el aumento del resbalamiento produce un aumento de la potencia de perdida en las barras del rotor y no es transferida al sistema mecánico. Se desprende que un punto de operación estable con alto resbalamiento ($s < 1$) desmejora el rendimiento de la máquina, el calentamiento que se produce en esta condición de trabajo acorta la vida útil de la máquina o alcanza un deterioro permanente que la saca de función⁸⁴.

Despreciando las pérdidas en el núcleo ferromagnético de la máquina y empelando el circuito de la Figura 5.15, la potencia eléctrica que toma el motor desde el estator será:

$$P_e = 3I_e^2 R_e + P_{eh} \cong 3I_r^2 R_e + P_{eh} = 3I_r^2 \left(R_e + \frac{R_r}{s} \right). \quad (5.53)$$

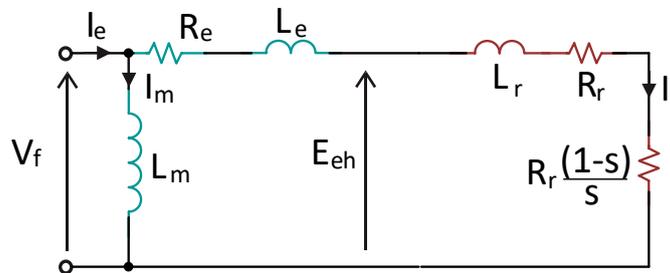
Para el tratamiento de la eficiencia total del motor se debe mencionar que en la práctica existen pérdidas de potencia mecánicas producidas en el eje del motor que no son posibles de modelar eléctricamente y que en caso de ser consideradas están incluidas dentro de la potencia dada por (5.29). Las pérdidas mecánicas son difíciles de ponderar y considerando operaciones

⁸⁴ No se debe perder de vista que la amplitud de corriente crece excesivamente con el aumento de s (Figura 5.12) y también desmejora el factor de potencia debido a los altos valores de reactancia resultantes.

en condiciones cercanas a las nominales de diseño de la máquina serán despreciadas frente a la potencia del eje⁸⁵.

Figura 5.15

Circuito equivalente simplificado.



El rendimiento total es el cociente entre la potencia mecánica (5.29) y la potencia dada en (5.53),

$$\frac{P_{mec}}{P_e} = \eta_e = \frac{R_r \frac{(1-s)}{s}}{\left(R_e + \frac{R_r}{s}\right)} = \frac{(1-s)}{\left(\frac{R_e}{s} + 1\right)} \quad (5.54)$$

El rendimiento está definido básicamente por el resbalamiento de la máquina. En general suele cumplirse que R_e es mayor o igual a R_r con lo cual el rendimiento de la máquina resulta menor a η_{eh} .

Ejemplo 5.20. Determinación de componentes del MI

A partir de la información otorgada por el fabricante de un MI de 50HP, se identificarán los elementos del circuito aproximado de la Figura 5.15. El motor de: $P_N = 37kW$, $n_N = 1480rpm$, 50Hz, $V_N / I_N: 380V / 67A$, $I_a / I_N = 7$, $T_N = 239Nm$, $T_a / T_N = 2,2$, $T_{máx} / T_N = 2,7$, $\eta_e(@100\% \text{ de carga}) = 92,6\%$ y el factor de potencia ($\cos\theta @100\% \text{ de carga}$) = 0,85.

El diagrama fasorial correspondiente al circuito por fase simplificado y considerando un estado nominal de carga sobre el motor se observa en la Figura 5.16. A partir aquí y de la corriente nominal (de estator) y el factor de potencia, se pueden identificar en forma aproximada la corriente rotórica y la de magnetización, mediante las siguientes relaciones:

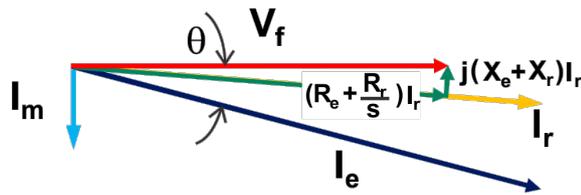
$$I_{rN} \approx I_{eN} \cos \theta = 67A \times 0,85 = 56,95A$$

$$I_m \approx I_{eN} \sin \theta = 67A \times 0,52678 = 35,3A .$$

⁸⁵ Además, existen pérdidas que se denominan *pérdidas adicionales* vinculadas a la geometría del estator y la distribución de flujo no sinusoidal que presenta armónicos.

Figura 5.16

Diagrama fasorial del circuito aproximado por fase del MI.



Siendo la velocidad nominal de 1480rpm y la frecuencia de alimentación de 50Hz, se desprende rápidamente que la velocidad de sincronismo más cercana superior es 1500rpm, que corresponde a una máquina de 4 polos. Por lo tanto, el resbalamiento a velocidad nominal toma el valor,

$$s_N[\%] = \frac{1500-1480}{1500} \cdot 100 = 1,33\%,$$

En condiciones nominales y para máquinas con diseños adecuados puede considerarse que la corriente rotórica está predominantemente determinada por la resistencia R_r/s dado que las caídas de tensión en las reactancias de dispersión y la R_e son despreciables. El valor de R_r se puede determinar a partir de (5.51) conociendo el par nominal de la máquina.

$$R_r = \frac{T_N \Omega_s}{3 I_r^2} s_N = \frac{239Nm \times \pi \times 50Hz}{3 \times (56,95A)^2} \times 0,0133 = 0,051\Omega.$$

El cálculo de la resistencia estática R_e se podría realizar a partir de (5.54) habiendo obtenido un valor de R_r . Sin embargo, el valor del rendimiento dado por el fabricante del motor contempla pérdidas de la resistencia de los arrollamientos del estator, las pérdidas electromagnéticas en el núcleo más las pérdidas mecánicas del MI. El resultado sería un valor de R_e mayor al que realmente posee la máquina. Por lo tanto, tomando la expresión (5.54) si se considera $R_e \approx R_r$ el rendimiento dará un valor inferior a η_{eh} y superior al dato provisto por el fabricante.

Bajo la consideración previa se determinan las componentes reactivas del circuito. Conociendo el par de arranque de la máquina y suponiendo que la resistencia de las barras del rotor no cambia de valor durante el arranque⁸⁶, de (5.36) se puede despejar la suma de las impedancias reactivas de dispersión,

$$\omega(L_r + L_e) = \sqrt{\frac{3}{\Omega_s} \frac{V_f^2}{T_a} R_r - (R_e + R_r)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{(380V)^2}{\pi \times 50 \times (2,2 \times 239Nm)}} \times 0,051\Omega - (2 \times 0,051\Omega)^2 = 0,28\Omega.$$

Por lo tanto, $L_e + L_r = 8,93 \cdot 10^{-4}H$.

La inductancia de magnetización se obtiene a partir del valor de corriente de magnetización,

⁸⁶ En máquinas con rotor de doble jaula de ardilla o de barras profundas los valores de resistencia rotórica cambian con el resbalamiento.

$$\omega L_m = \frac{V_f}{I_m} = \frac{380V}{\sqrt{3} \times 35,3A} = 6,21\Omega,$$

tal que $L_m = 1,978 \cdot 10^{-2}H$.

Habiendo estimado todos los parámetros eléctricos del motor se puede determinar el resbalamiento donde se cumple el valor máximo de par, a través de (5.42),

$$s_{Max}(\%) = \frac{R_r}{\sqrt{R_e^2 + [\omega(L_r + L_e)]^2}} 100 = \frac{0,051\Omega}{\sqrt{(0,051\Omega)^2 + (0,28\Omega)^2}} \times 100 = 17,9\%.$$

Es de interés estimar cual es el factor de potencia en el arranque del motor. Del circuito de la Figura 5.15 y asumiendo que $j\omega L_m \gg R_e + R_r + j\omega(L_e + L_r)$, la impedancia por fase durante el arranque, vale:

$$Z_a \cong (R_e + R_r) + j[\omega(L_r + L_e)] \approx (2 \times 0,051\Omega) + j0,28\Omega = 0,298e^{-j70^\circ} \Omega.$$

Por lo tanto el factor de potencia en el arranque viene dado por la fase de Z_a , $FP_a = \cos(70^\circ) \cong 0,34$.

Cambio de la característica par-velocidad del MI

El circuito equivalente de estado estacionario permitió determinar la característica par-velocidad del MI, mostrando cuales son los parámetros eléctricos involucrados. La posibilidad de variación de estos parámetros permite realizar cambios en la característica del MI y con ello controlar la velocidad del motor. En lo que sigue se presentan dos de las técnicas posibles de acción sobre los MI con jaula de ardilla para variar la velocidad.

Control de velocidad por tensión

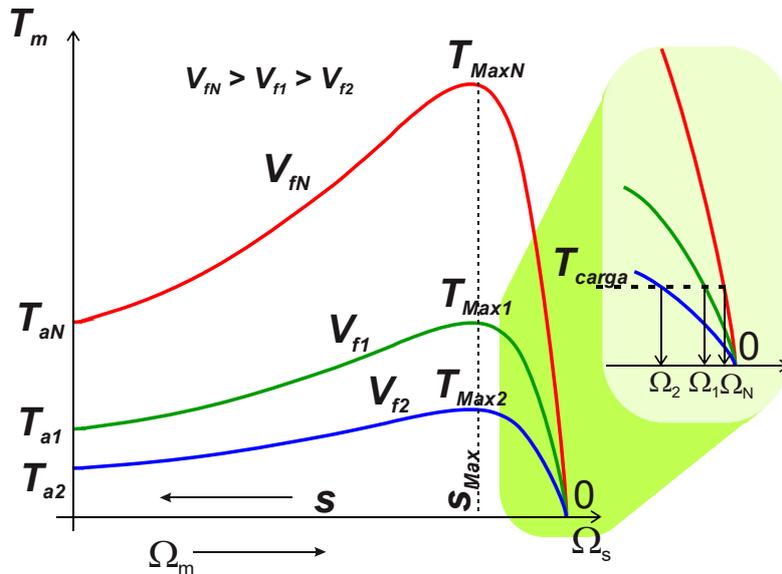
El cambio de la tensión de alimentación por debajo de su valor nominal⁸⁷ se puede cambiar la característica par velocidad del MI y cambiar la velocidad de forma inmediato. Si bien la característica del par-velocidad dada en (5.35) no explicita la velocidad del motor, es posible observar los cambios de la característica con la tensión de fase, observando los cambios de los valores extremos de dicha característica. La Figura 5.17 muestra la característica par-velocidad para tres valores de tensión de fase, $V_{IN} > V_{I1} > V_{I2}$. Como la frecuencia de excitación no cambia, todas tienen la misma velocidad de sincronismo.

⁸⁷ La tensión de fase nominal es la de diseño por la cual la máquina puede operar con corrientes y flujos nominales. Dado que los circuitos magnéticos para el diseño de la máquina trabajan con un flujo extremo, por encima del cual se ingresa en una zona de saturación del material ferromagnético. Superar el valor de tensión por encima del 10% de su valor nominal para la frecuencia de trabajo podría saturar el circuito magnético. Como consecuencia la amplitud de la corriente de la máquina crece por encima del valor nominal, produce excesivo calentamiento en los arrollamientos del estator y además se introducción armónicos por la fuerte alinealidad magnética.

De (5.43) y (5.36) el par máximo y el par de arranque, respectivamente, son proporcionales al cuadrado V_f , por lo tanto la reducción de la amplitud de la tensión provoca un decaimiento más que proporcional sobre estos valores, mientras que el resbalamiento $s_{Máx}$, es independiente del valor de la tensión.

Figura 5.17

Características par-velocidad para tres valores de tensiones de fase.



El rango de interés sobre el cambio de la velocidad está en la región entre la velocidad de vacío (sincronismo) y la correspondiente al resbalamiento máximo. En la Figura 5.17 se amplifica la región indicándose las velocidades resultantes asumiendo un par de carga (T_{carga}) independiente con la velocidad.

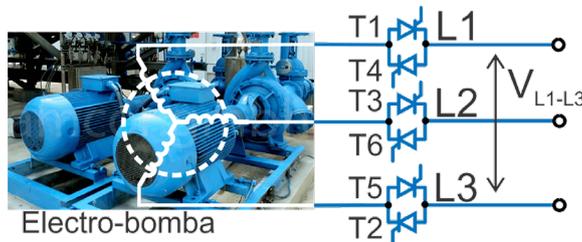
En general el resbalamiento para el par máximo esta entre el 10% al 15%, con lo cual el rango de variación de velocidades posibles con cambio de tensión se limita aproximadamente a un rango menor al 10% respecto de la velocidad nominal sin que el resbalamiento exceda las pérdidas rotoricas. Esta técnica de control es usada en aplicaciones que no requieran gran par de carga, así como también es útil para evitar arranques directos de modo de reducir la amplitud de la corriente de arranque. Esta acción denominada 'arranque suave' (*soft-start*) limita la corriente y el par de arranque evitando grandes esfuerzos mecánicos, caídas de tensión y excesiva potencia reactiva demanda desde la red. Las aplicaciones para las cuales se hace necesario limitar el estrés mecánico y eléctrico en el arranque es muy diverso, desde cintas transportadoras, acoplamientos mecánicos mediante correas (como en sopladores), bombas centrifugas (electrobombas) y más aplicaciones.

Ejemplo 5.21. Arranque suave por tensión

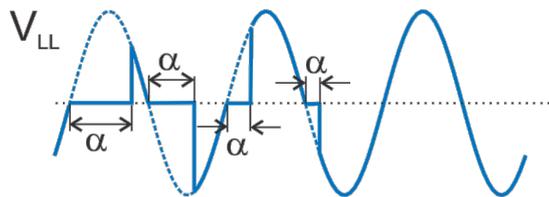
El arranque directo (AD) de una electrobomba provoca un efecto nocivo que es el *efecto de ariete* o *golpe de ariete* sobre la tubería. Para evitar este problema mecánico y simultáneamente reducir la demanda de potencia reactiva durante el arranque, se utiliza un arrancador suave (AS). El arrancador suave se implementa a través de la conexión de tiristores en antiparalelo por cada fase en serie entre la red y el motor, como se presenta en la Figura 5.18a). La acción sincronizada de los ángulos de disparo sobre los tiristores, recortan las tensiones de línea aplicada al motor de modo que su amplitud crezca en un tiempo determinado y en forma continua desde un valor mínimo de tensión de arranque hasta el valor nominal. En la Figura 5.18b) se indica el cambio del disparo de fase en sincronismo con la tensión de línea. Para que resulte en un sistema balanceado y equilibrado de tensiones se debe seguir la secuencia de disparo de T₁ a T₆ en forma consecutiva.

Figura 5.18

a) Arrancador suave por control de fase.



b) Tensión de línea V_{LL} con arranque suave.

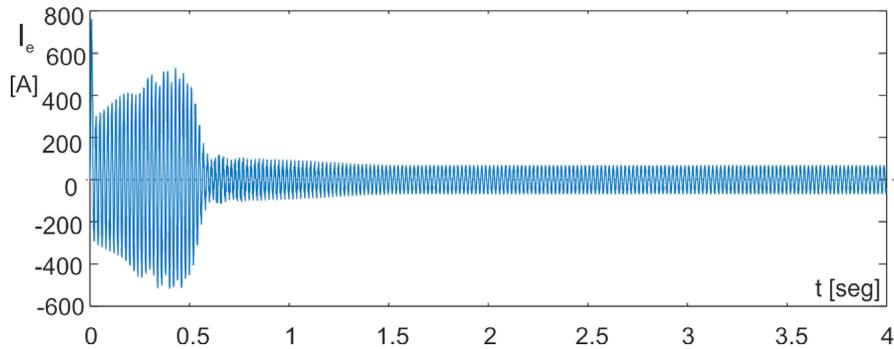


La Figura 5.19 muestra las variables eléctricas resultantes cuando se aplica un control de fase a través de una rampa que comienza con un ángulo de disparo de 130° y se reduce hasta 40° durante 1,5 seg, sobre la electrobomba del Ejemplo 5.1. En las Figura 5.19a) y Figura 5.19b) se observan las corrientes de estator y de rotor, respectivamente. Se aprecia que inicialmente ambas corrientes toman un valor inferior al caso de arranque directo. En el ejemplo actual no se hace un control de corriente, solo se incrementa la tensión de línea conforme se reduce el ángulo de disparo durante el transitorio del arranque. La amplitud de corriente crece a partir del valor inicial manteniéndose por debajo de los valores de arranque directo.

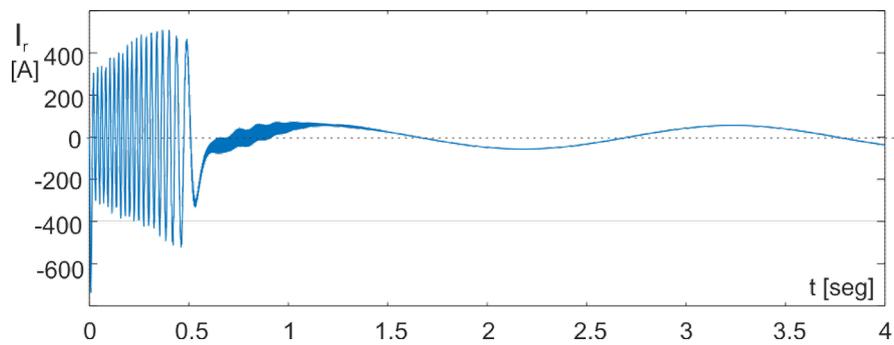
Figura 5.19

Variables eléctricas con arranque suave:

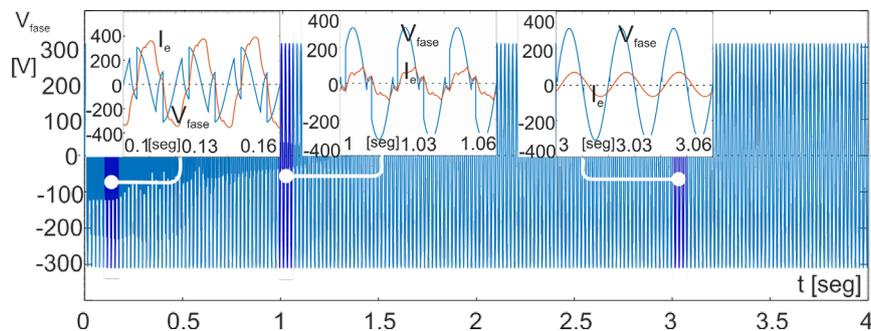
a) *Corriente estatórica.*



b) *Corriente rotorica,*



c) *Tensión sobre una de las fases.*



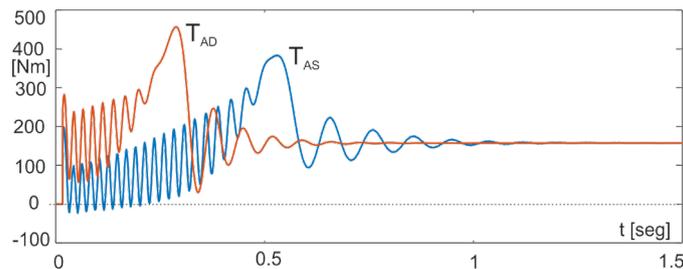
En la Figura 5.19c) se presenta una tensión de fase resultante aplicada al motor. En tres ventanas de tiempo, durante tres ciclos de red, se puede observar cómo va cambiando la forma de la tensión de fase al aplicada al motor y la corriente de línea durante. En el primer intervalo (entre 100ms y 160ms) la corriente estatórica posee una amplitud varias veces superior a la nominal y también puede inferirse que la componente fundamental de corriente está atrasada con la tensión en un valor cercano a 90° . Debido al control del ángulo de disparo la tensión de fase no es exactamente sinusoidal, sino que resulta recortada conforme con el control de disparo de los tiristores. En el segundo intervalo (entre 1s y 1,06s) se observa que la tensión de fase se aproxima más a la tensión sinusoidal y la corriente demanda por el motor se reduce significativamente cercana a su valor estado estacionario. También se observa una mejora en la fase de

la corriente respecto de la tensión. Finalmente, en el tercer intervalo (entre 3s y 3,06s) la electrobomba está en régimen con la tensión de fase sinusoidal al igual que la corriente de estator.

Para poder interpretar como el AS consigue eliminar el golpe de ariete se compara el par motor desarrollado durante el arranque AD con AS, como se presenta en la Figura 5.20. Se observa que el par T_{AS} reduce significativamente su valor de arranque respecto al par T_{AD} , reduciendo los esfuerzos mecánicos iniciales.

Figura 5.20

T_{DA} Par motor con arranque directo, T_{AS} par motor con arranque suave.



En AS el cambio de la tensión sigue una rampa de crecimiento en el tiempo, por lo tanto, demora el tiempo en que la electrobomba alcanza su régimen de trabajo respecto del AD.

Control de velocidad por frecuencia y tensión

A partir del principio de funcionamiento del MI, la frecuencia de alimentación es el parámetro que directamente modifica la característica par-velocidad y con ello la velocidad del MI. Como se presentó en (5.47), con pequeños resbalamientos, se puede expresar la velocidad en función del par motor de modo proporcional donde la velocidad de sincronismo fija el límite o velocidad de vacío. Aplicando la relación (5.8), la velocidad del motor con resbalamientos muy pequeños se puede reescribir en función de la frecuencia de alimentación f como:

$$\Omega_m \approx \frac{2\pi}{p} f - \frac{(2\pi)^2 R_r}{3p^2} \frac{f^2}{V_f^2} T_m. \quad (5.55)$$

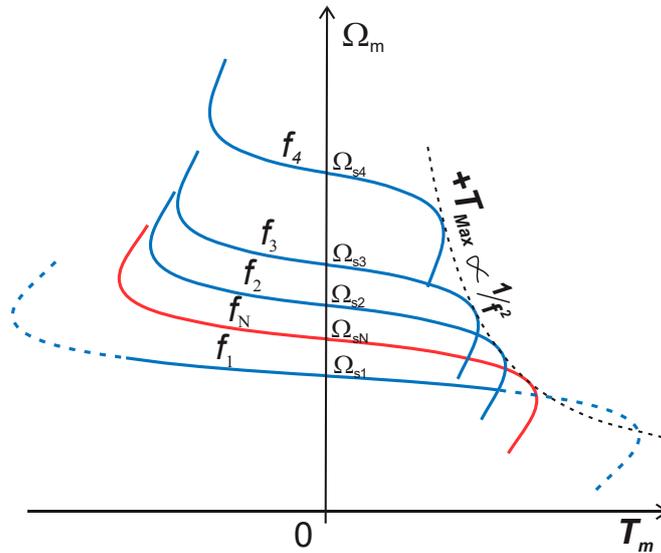
El primer término determina la velocidad de vacío en función de la frecuencia de excitación. Manteniendo el resto de los parámetros constantes, el factor que multiplica al par depende con el cuadrado de la frecuencia. Por otro lado podemos expresar el par máximo del motor dado por (5.45) en función de la frecuencia de alimentación,

$$T_{Max} \cong \pm \frac{3p}{8\pi^2} \frac{V_f^2}{(L_e + L_r) f^2}. \quad (5.56)$$

Resultando inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia.

Figura 5.21

Variación de las características par-velocidad para diferentes frecuencias ($f_1 < f_N < f_2 < f_3 < f_4$) manteniendo la tensión nominal.



La Figura 5.21 muestra varias características resultantes para diferentes valores de frecuencia de excitación al motor, manteniendo la tensión de alimentación igual al valor nominal. Las frecuencias f_2 , f_3 y f_4 corresponden a valores mayores al nominal f_N . Mientras que la frecuencia f_1 corresponde a un valor inferior a f_N . Como se desprende de este conjunto de características par-velocidad la variación de la frecuencia por encima o por debajo del valor nominal permite un rango muy amplio de velocidades posibles. El motor puede operar a velocidades inferiores o superior a su velocidad nominal.

Como se muestra en la Figura 5.21, la reducción de la frecuencia por debajo de la nominal provoca el aumento del par máximo. Considerando la expresión de la f_{em} en el estator (5.16) y teniendo en cuenta el circuito de la Figura 5.9b) para muy bajos resbalamientos, las caídas de tensión sobre las impedancias estatóricas pueden ser consideradas despreciable frente a la f_{em} , por lo tanto (5.16) puede aproximarse a,

$$V_f \cong 4,44Nf\phi_{ehN}. \tag{5.57}$$

Si se reduce la frecuencia y se mantiene el valor de tensión V_f fijo a su valor nominal, entonces el flujo en el entrehierro tenderá a crecer por encima de su valor de diseño nominal, con el riesgo de saturar el núcleo de la máquina y deteriorar la respuesta del par motor.

Es necesario que el flujo en el entrehierro se conserve en su valor nominal. Por esta razón la reducción de la frecuencia por debajo del valor nominal se debe acompañar con la reducción del módulo de la tensión para poder mantener la amplitud del flujo constante. Por lo tanto, para frecuencias por debajo del valor nominal se mantiene el cociente,

$$\frac{V_{fN}}{f_N} = K_f \cong 4,44N\phi_{ehN} = cte. \tag{5.58}$$

Esta técnica se denominada 'V/F' constante o de flujo constante.

Manteniendo esta relación constante (5.55) resulta:

$$\Omega_m \approx \frac{2\pi}{p} f - \frac{R_r}{3p^2} \frac{4\pi^2}{K_f^2} T_m = \frac{2\pi}{p} f - \frac{1}{K_m} T_m, \quad (5.59)$$

siendo $K_m = \frac{3p^2}{4\pi^2 R_r} \left(\frac{V_f}{f}\right)^2$.

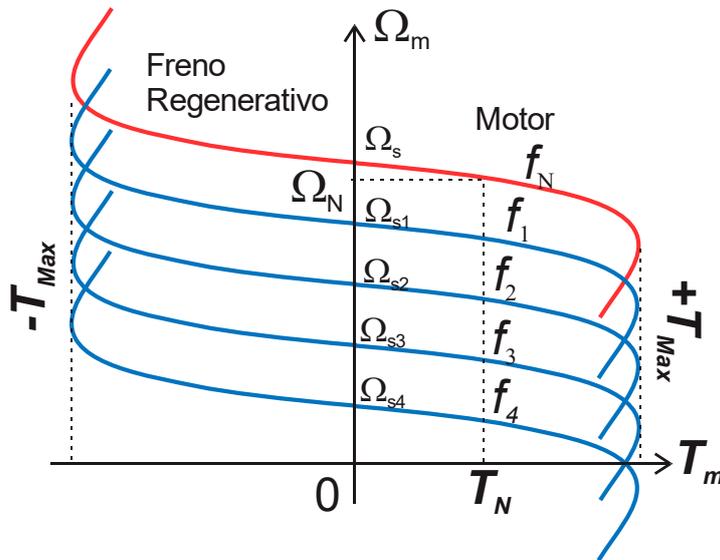
Por otro lado, manteniendo la relación V/F, de (5.56) se desprende que,

$$T_{Max} \cong \pm \frac{3p}{8\pi^2} \frac{1}{(L_r + L_e)} K_f^2 = cte. \quad (5.60)$$

De modo que la reducción de la frecuencia siguiendo la estrategia V/F permite cambiar la característica par-velocidad del motor, como se representan en la Figura 5.22, para cuatro frecuencias inferiores a la nominal (f_1 a f_4). Las características conservan la regulación para muy bajos resbalamientos y el par máximo, independientemente de la frecuencia. Para bajos resbalamientos se encuentra una estrecha similitud con las características par-velocidad de un motor de corriente continua con excitación independiente, para el rango de velocidades por debajo del nominal.

Figura 5.22

Característica par-velocidad manteniendo V/f = cte. para $f_N > f_1 > f_2 > f_3 > f_4$.



Consideraciones de arranque con V/F

El control V/F permite establecer un par de arranque superior al que posee un MI con jaula de ardilla estándar cuya resistencia rotorica no es muy elevada y también permite limitar la corriente de arranque con diseños de jaulas para motores estándares. De la Figura 5.22 la reducción de la frecuencia a flujo constante permite iniciar la marcha del motor con un valor de par de arranque mayor al de frecuencia nominal. Tomando como ejemplo la frecuencia f_4 , se observa de la figura que es posible alcanzar un par de arranque cercano al par máximo.

Para frecuencias inferiores a f_4 , de la expresión del par de arranque (5.36) y considerando a bajas frecuencias que $(R_e + R_r) \gg \omega(L_r + L_e)$, T_a puede reescribirse como:

$$T_a = \frac{3p}{2\pi} K_f^2 \frac{R_r}{(R_e + R_r)^2} f_a, \quad (5.61)$$

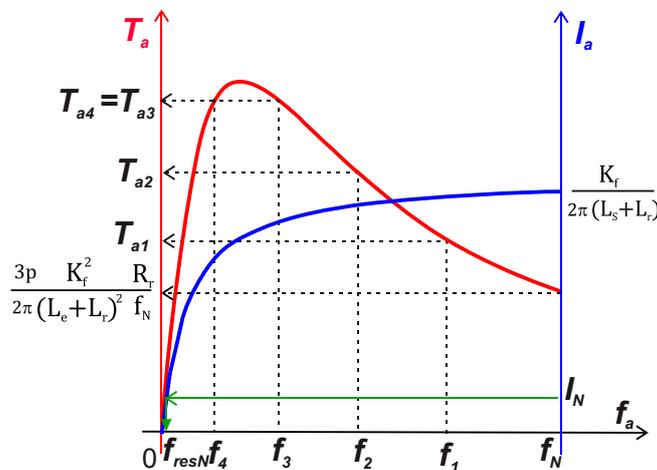
siendo f_a la frecuencia de arranque con V/F , T_a resulta proporcional a la frecuencia de arranque.

Con la corriente de arranque se puede hacer el mismo tratamiento, a partir de (5.48), lo que da como resultado,

$$I_a \cong \frac{K_f}{2\pi(R_e + R_r)^2} f_a. \quad (5.62)$$

Figura 5.23

Valores de par y corriente de arranque para diferentes frecuencias de arranques con V/F constante.



La corriente, al igual que el par, también presenta para valores pequeños de frecuencia ⁸⁸ un crecimiento proporcional con la frecuencia de arranque. La Figura 5.23 muestra como cambian los valores de par y corriente de arranque en función de la frecuencia de arranque. Tomando los valores de frecuencias f_1 a f_4 de la Figura 5.22, se indica las corrientes y pares de arranque correspondientes. A medida que se toma una f_a mayor el par de arranque se reduce inversamente con la frecuencia, hasta alcanzar el valor de T_a correspondiente a la frecuencia nominal. Asumiendo (5.37) con una frecuencia de arranque igual a la nominal, T_a vale

$$T_a \cong \frac{3p}{2\pi} \frac{R_r K_f^2}{[(L_e + L_r)]^2} \frac{1}{f_N}. \quad (5.63)$$

En cuanto a la corriente de arranque crece monótonamente hacia el valor correspondiente al valor extremadamente alto cuando el arranque se realiza a frecuencia nominal. Tomando (5.49), la corriente de arranque a frecuencia nominal es aproximadamente,

$$I_a \cong \frac{K_f}{2\pi(L_e + L_r)}. \quad (5.64)$$

⁸⁸ Estas frecuencias de alimentación están entre el 1% al 7% de la frecuencia nominal.

Frecuencia de arranque con pequeña velocidad de resbalamiento

Asumiendo que el motor debe arrastrar una carga que impone el par nominal del MI e independiente de la velocidad. En el arranque el motor debe disponer de un T_a superior para poder vencer la inercia del sistema y alcanzar la velocidad de operación. La diferencia entre el par de arranque y el de carga establece la capacidad de aceleración como se discutió en el Capítulo 4. Bajo V/F es común tomar como par de arranque igual a 1,5 veces el par nominal del motor sin que en la generalidad de las máquinas se pierda la relación dada por (5.59). A partir de esta expresión se calcula la frecuencia de arranque necesaria para una $T_a = 1,5T_N$, haciendo $\Omega_m = 0$ como se puede ver en la Figura 5.24. Bajo esta condición la frecuencia de resbalamiento $f_a = f_{res}$. Por lo tanto;

$$T_a = \frac{2\pi}{p} K_m f_{res} = \frac{T_N}{f_{resN}} f_a \quad (5.65)$$

siendo f_{resN} la frecuencia de resbalamiento nominal o frecuencia inducida de rotor nominal para par nominal.

Ejemplo 5.22. Arranque con V/F

El motor del Ejemplo 5.20 forma parte del accionamiento AC con control V/F y tiene que arrastrar una carga independiente de la velocidad de valor igual al par nominal del motor. Se pretende controlar el par de arranque tal que su valor no supere el 150% del valor de la carga. Por lo tanto empleando (5.65)

$$f_a = \frac{T_a}{T_N} f_{resN} = \frac{T_a}{T_N} (n_s - n_N) \frac{p}{60}, \quad (5.66)$$

donde n_s es la velocidad de sincronismo y n_N la velocidad nominal ambas en rpm (revoluciones por minuto) y p es el par de polos. Así,

$$f_a = 1,5 \times \frac{(1500-1480)}{30} Hz = 1 Hz$$

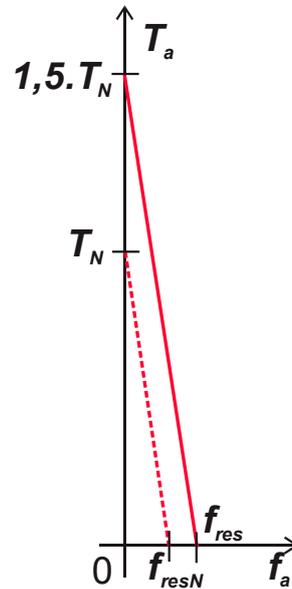
En cuanto a la corriente de arranque para esta frecuencia de operación, trabajando a V/F , según el circuito de la Figura 5.15 se puede componer como,

$$I_e \cong \sqrt{I_m^2 + I_r^2}. \quad (5.67)$$

Bajo la acción V/F el flujo de campo es constante y nominal por lo tanto la corriente de magnetización se mantiene igual a su valor nominal durante el arranque. Del Ejemplo 5.20,

Figura 5.24

Frecuencia arranque mínima.



$$I_m \approx I_{eN} \sin \theta = 35,3A .$$

Como se analizó previamente bajo valores muy bajos de la velocidad de resbalamiento existe una relación proporcional entre el par y la corriente rotorica. Por lo tanto si el par de arranque es 150% de T_N , también la corriente I_a será 150% del valor nominal calculado en el Ejemplo 5.20, $I_{rN} \approx I_{eN} \cos \theta = 56,95A$.

Finalmente

$$I_a = \sqrt{(35,3A)^2 + (1,5 \times 56,95A)^2} = 92,43A.$$

Este valor de corriente es mucho más manejable por la electrónica de potencia ante el arranque del motor y no someterse en el arranque al estrés de siete veces su valor nominal.

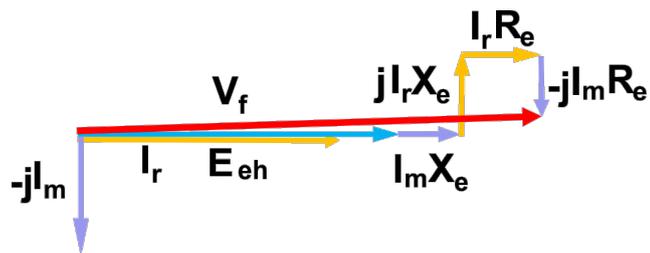
Tensión de compensación a bajas frecuencias

Cuando la velocidad del motor está por debajo del 10% de la nominal aplicando la estrategia V/F, tanto la frecuencia como la tensión de fase toman valores muy reducidos. Si la carga mecánica nominal, trabajando a flujo constante, la corriente de magnetización es nominal y por lo tanto la corriente estática está en valores nominales. Del circuito equivalente de la Figura 5.9b) la caída de tensión sobre la impedancia estática mantiene un valor comparable con la tensión de fase aplicada. Si se conserva la relación V/F, la f_{em} en el estator (E_{eh}) se reduce fuertemente debilitando el flujo del entrehierro, y por consiguiente se produce una fuerte pérdida del par motor (5.28). Para salvar este problema a bajas velocidades se debe aplicar una tensión que compense la caída de tensión sobre la impedancia estática (*boost* de tensión) por encima de la relación dada por (5.58).

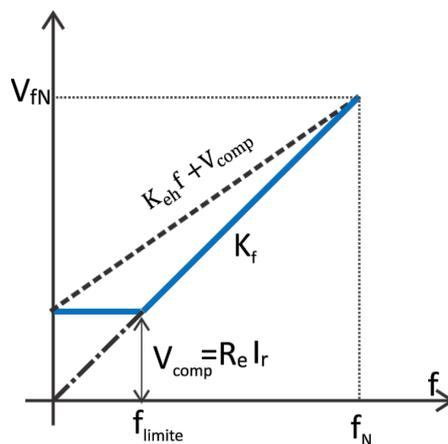
A bajas frecuencias y a corrientes nominales el circuito rotorico puede ser simplificado despreciando la caída de tensión sobre L_r frente a R_r/s . Aplicando superposición la tensión por fase del motor se puede construir sumando las caídas de tensión en R_e y X_e producidas

Figura 5.25

a) Fasorial para bajas frecuencias, donde $X_e = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_e$



b) Relación de tensión de fase y frecuencia con compensación a bajas frecuencias.



por la corriente de magnetización más la de corriente de rotor como se indica en el diagrama fasorial de la Figura 5.25a).

Considerando que los módulos de la caída de tensión $I_r X_e$ e $I_m R_e$ toman valores próximos entre sí, su suma se cancelan. Asumiendo esta condición la tensión de fase aplicada al motor se reduce a la suma,

$$V_f \cong E_{eh} + (2\pi f L_e) I_m + I_r R_e \quad (5.68)$$

Siendo $E_{eh} = 2\pi L_m f I_m$, reemplazando,

$$V_f \cong (2\pi f L_m) I_m + (2\pi f L_e) I_m + I_r R_e. \quad (5.69)$$

Considerando que el flujo en el entrehierro se mantiene constante y siendo proporcional a I_m , (5.68), resulta:

$$V_f \approx K_{eh} f + I_r R_e, \quad (5.70)$$

donde $K_{eh} = 2\pi(L_m + L_e)I_m$.

Como se desprende de (5.70) el término $I_r R_e$ corresponde a la compensación de tensión (V_{comp}) necesaria para que a muy bajas velocidades el flujo del entrehierro no pierda valor⁸⁹. La Figura 5.25b) se representa la relación proporcional K_f de (5.58) junto a la compensación de tensión (5.70). Es común generar una relación V/F como el indicado en trazo continua. Para frecuencias por debajo de una frecuencia límite (f_{limite}) la tensión aplicada es independientes de la frecuencia con valor igual a $I_{eN} R_e$ hasta alcanzar la relación (5.58).

Área de operación segura

Velocidad menor a la nominal. Par constante

De la Figura 5.22 se desprender que manteniendo el flujo de entrehierro constante, y en forma análoga al motor de continua, es posible mantener el par nominal del MI por debajo de la velocidad nominal. De (5.40) el par motor se puede expresar de forma proporcional a la velocidad de resbalamiento,

$$T_m \cong \frac{3p^2}{R_r} \frac{V_f^2}{\omega^2} \Omega_{res}. \quad (5.71)$$

El valor del par es independiente de la frecuencia ($V/F = cte.$), por lo tanto, para toda frecuencia por debajo de la nominal la capacidad de par del MI es el nominal y la potencia en el eje es proporcional a la velocidad,

$$P_m = T_N \Omega_m. \quad (5.72)$$

⁸⁹ En algunos variadores de velocidad comerciales realizan una identificación del parámetro R_e del motor y crean un valor de compensación con el ingreso al variador de los parámetros de chapa del motor.

La velocidad de resbalamiento se mantiene constante ($\Omega_{res} = \text{cte.}$), así la amplitud de tensión y la frecuencia inducidas en las barras del rotor se mantienen en el valor nominal. Por lo tanto, la corriente rotorica también se mantiene constante e igual a la nominal,

$$I_r \cong \frac{4,44Nf_r\phi_{ehN}}{R_r} \quad (5.73)$$

Asumiendo que ω_r es muy pequeña $\omega_r L_r \ll R_r$. Considerando el circuito de la Figura 5.9b) bajo la condición que R_r/s es mucho mayor al resto de las impedancias en serie, la corriente por el rotor se puede aproximar a $V_f / \frac{R_r}{s}$. Por lo tanto, tomando la expresión (5.40), se puede escribir,

$$T_m \cong \frac{3p}{2\pi} K_f \frac{V_f}{\frac{R_r}{s}} = \frac{3p}{2\pi} K_f I_r \quad (5.74)$$

En forma análoga al motor de continua, bajo V/F cte. se establece una relación aproximadamente proporcional entre el par y la corriente del rotor para el rango de velocidades por debajo de la nominal.

Velocidad por encima de la nominal. Potencia constante

El MI puede operar a velocidad por encima de su valor nominal aumentando la frecuencia manteniendo la tensión de fase constante. La MI está diseñada para operar hasta el valor de tensión nominal cuyo valor no debe incrementarse más allá de un pequeño porcentaje. De (5.57) se desprende que aumentar la frecuencia con la tensión de fase constante el flujo de entrehierro se debilita como ocurre en una máquina de continua.

De acuerdo con (5.72) si la velocidad crece por encima de la nominal y se pretende conservar el par motor igual al nominal, la potencia en el eje crece por encima de su valor nominal y por consiguiente la potencia eléctrica. Si además la tensión de fase queda limitada a su valor nominal la corriente estatórica y rotorica crecen por encima de su valor nominal con el incremento de pérdidas sobre el motor.

Para frecuencias por encima de la nominal tanto la tensión de fase como las corrientes de rotor y estator, no deben superar sus valores nominales. Nuevamente, tomando (5.40) y considerando $I_r = V_f / \frac{R_r}{s}$, el par motor disponible resulta,

$$T_N \cong 3 \frac{V_f^2}{\frac{R_r}{s}} \frac{1}{\Omega_s} = \frac{3p}{2\pi} \frac{V_f^2}{\frac{R_r}{s}} \frac{1}{f} = \frac{3p}{2\pi} V_f I_r \frac{1}{f}, \quad (5.75)$$

por lo tanto, el par motor para operación continua, cambiar con la inversa de la frecuencia. Como consecuencia a velocidades por encima de la nominal, la MI debe operar a potencia en el eje constante.

Operación segura. Capacidad de carga continua

La Figura 5.26a) muestra diferentes características par-velocidad para frecuencias por encima y por debajo del valor nominal, $\Omega_{s5} > \Omega_{s4} > \Omega_{s3} > \Omega_{sN} > \Omega_{s2} > \Omega_{s1}$.

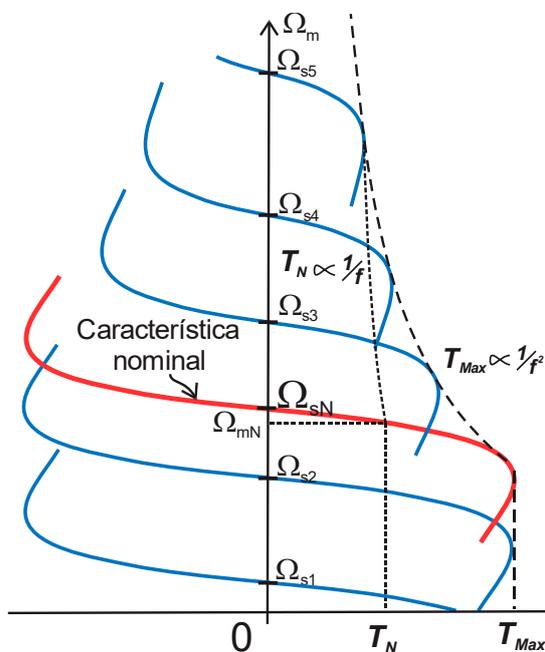
En línea punteada se indica el par en operación o límite de operación segura que puede tomar el motor. Dentro de esta región el motor puede operar en estado continuo en equilibrio térmico con el medio. Como se determinó para $\Omega_m < \Omega_N$ el par del motor permanente no debe superar el valor nominal T_N , mientras que para $\Omega_m > \Omega_N$ (región de debilitamiento de flujo) el par disponible permanente debe decrece inversamente proporcional con la frecuencia.

En línea de trazos se muestra el límite del par máximo disponible de la máquina, para todo el rango de velocidades. Como se determinó en (5.56) el par máximo decae con el cuadrado de la frecuencia de modo que en muy alta velocidad el par máximo alcanza al par de operación continua. El motor debe operar a potencia constante a partir de velocidad nominal hasta que el par de trabajo se inferior al máximo. A partir de que el par disponible es igual al máximo posible y la potencia en el eje decae de su valor nominal. Este punto de operación a velocidades cercanas al doble de la nominal.

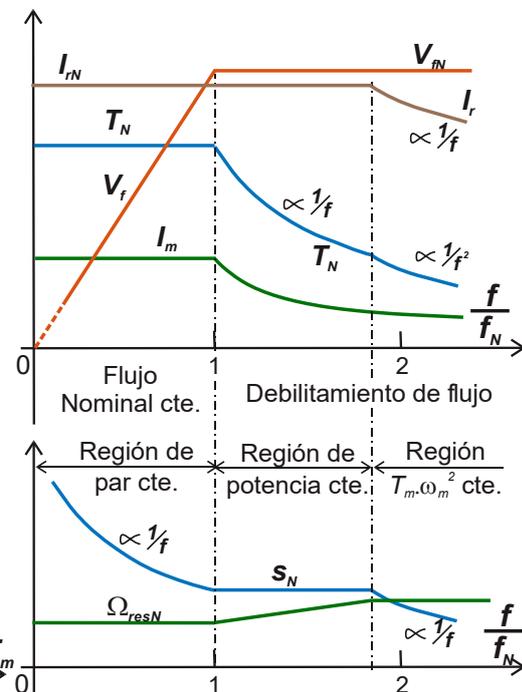
Figura 5.26

Características par-velocidad del MI:

a) Operación del MI en área segura



b) Capacidad de carga del MI.



En la Figura 5.26b) se representa la capacidad de carga permanente del MI sin que se deteriore la vida útil o falla del MI, en función de la frecuencia. El rango de frecuencias normalizadas

va desde cero hasta aproximadamente el doble del valor nominal (f_N), mientras que en ordenadas se representan los parámetros eléctricos y mecánicos del motor.

Para $f/f_N \leq 1$ la estrategia de comando de la velocidad se realiza con V/F constante donde el flujo de entrehierro se mantiene nominal y con ello la corriente de magnetización (I_m). La tensión de fase (V_f) crece proporcionalmente con la frecuencia hasta alcanzar el valor nominal cuando $f/f_N = 1$. La capacidad de carga del MI es de 'par-nominal' (*región de par constante*) y de acuerdo con (5.74) la corriente I_r es igual al nominal. De (5.71) también la velocidad de resbalamiento es constante e igual al valor nominal. Así, de (5.17) el resbalamiento crece a medida que se reduce la frecuencia.

Para $f/f_N > 1$ la tensión de fase se debe mantener en su valor nominal, ingresando en la región de debilitamiento de flujo, por lo tanto, I_m decrece con el incremento de f . La corriente I_r no debe superar su valor nominal para no incrementar la potencia de pérdidas en los arrollamientos y con ello el aumento de temperatura sobre la máquina. Tomando la expresión (5.73) y reemplazando el valor del flujo de (5.57), se puede escribir:

$$I_r \cong \frac{V_f f_r}{R_r f} = \frac{V_f}{R_r} s = I_{rN} = cte. \quad (5.76)$$

Por lo tanto, el resbalamiento debe ser constante e igual al valor nominal. De (5.17) la velocidad de resbalamiento debe crecer linealmente mientras se opere a potencia constante.

Con el aumento de la frecuencia el par máximo alcanza el par disponible como lo muestra la Figura 5.26a) y ambas coinciden en un único par que decrece con el cuadrado de la frecuencia. En este último tramo lo que se mantiene constante es el producto⁹⁰,

$$T_m \Omega_m^2 = cte. \quad (5.77)$$

La corriente de rotor debe comenzar a decaer con la inversa de la frecuencia, y como lo indica (5.44) también el resbalamiento. Nuevamente de (5.17) la velocidad de resbalamiento se establece en un nuevo valor constante y superior al nominal.

Convertidores electrónicos de actuación

Para actuar sobre el MI a través del cambio de la frecuencia y la tensión en bornes del estator, se utiliza la cascada de convertidores indicada en la Figura 5.27. Siendo la fuente de alimentación la red de energía eléctrica, se emplea un rectificador puente controlado o no, dependiente de la potencia (convertidor CA – CC) en cascada con un inversor de tensión⁹¹ (convertidor CC – CA).

⁹⁰ Esta condición es equivalente al modo de operación de un motor de continua con el campo conectado en serie donde la velocidad del motor es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del par,

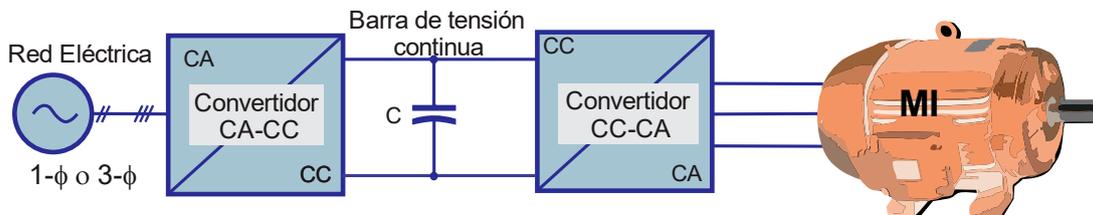
$$\Omega_m \propto \frac{1}{\sqrt{T_m}}$$

⁹¹ Existen accionamientos de CA que emplean inversores de corriente, que controla la corriente inyectada al motor y con ello controla de forma directa el par motor del MI. Sin embargo, estas aplicaciones no son las más comunes, se presentan básicamente en máquinas de muy alta potencia y en motores sincrónicos.

Comercialmente esta arquitectura se denomina *variadores de frecuencia o velocidad (VSD, variable speed drives)* del MI. La electrónica de potencia asociada al actuador debe manejar la potencia de la máquina en los modos de operación como motor o como freno, sea este dinámico o regenerativo.

Figura 5.27

Accionamiento de alterna. Variador de frecuencia.



Dependiendo de la potencia los accionamientos de CA se implementan básicamente con dos tipos de tecnologías, como se presenta en la Figura 5.28, asociadas al mecanismo de modulación y frecuencia de conmutación del inversor. Una de las técnicas se basa en la modulación PWM, como se discutió en el Capítulo 3, esta técnica permite controlar la frecuencia y la amplitud de la tensión aplicada al motor desde el inversor. La Figura 5.28a) muestra el esquema básico del convertidor empleando control V/f sobre un MI con modulación PWM. Se emplea en potencias por debajo de los 300kW donde las llaves del inversor poseen la capacidad de conmutar a frecuencias varias veces superior a la moduladora⁹².

El rectificador puente puede ser monofásico o trifásico⁹³. La barra de tensión continua V_{CC} se obtiene filtrando la salida del rectificador básicamente con un capacitor que suele ser acompañado con un inductor serie de bajo valor a la salida del rectificador. En general para motores de hasta los 3HP se emplea rectificación monofásica con tensiones de fase de 200 a 260V. Si la tensión de fase es mayor a 380V es posible con rectificación monofásica alcanzar la potencia de hasta 30HP. Con tensiones de línea en el rango de 260V a 460V se puede emplear rectificación puente trifásica y accionar motores con potencia en el rango de 10HP hasta los 400HP.

En la Figura 5.28a) se indica el comando de las llaves sobre el inversor que surge del modulador PWM comparando la señal moduladora sinusoidal asociada a la frecuencia de alimentación del MI con la portadora de alta frecuencia. Se indica el esquema del modulador que representa a cada columna del inversor. Cada una de moduladoras provienen de un oscilador controlado por tensión (VCO) genera las señales de control con sus fases respectivas entre sí. La frecuencia de la moduladora aplicada al motor es proporcional a la señal f de referencia. La amplitud del modulador resulta de multiplicar la salida del VCO (de amplitud unitaria) con la salida del bloque

⁹² En general la frecuencia de conmutación alcanza los 10KHz o más. Este valor máximo está condicionada al nivel de ruido ambiental que introduce. Por otro lado, la frecuencia de conmutación debe variar conforme cambie la amplitud de la moduladora.

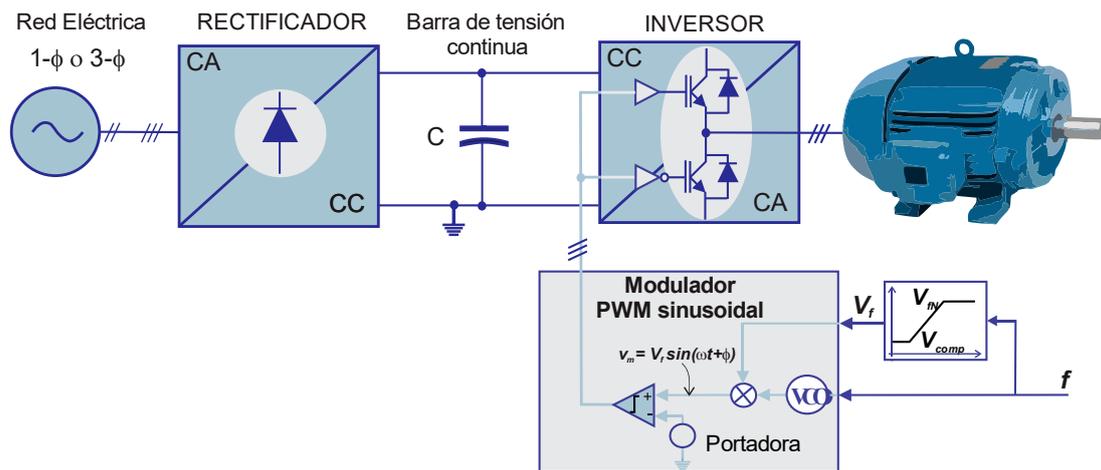
⁹³ Los rectificadores trifásicos comúnmente denominados de 6 pulsos emplean un rectificador de onda completa y se emplea en potencias de hasta 50 a 60kW para tensiones de línea de hasta 460V. Hasta los 2MW de potencia aproximadamente también se emplean rectificadores de 6 pulsos, pero con tensiones de línea superior a los 500 o 600V. Para potencias de más de 300kW y con tensiones de línea de 460V, se suelen usar rectificadores de 12 pulsos.

proporcional con V_f que sigue la relación (5.58). Como se observa el bloque presenta una tensión de compensación (V_{comp}) para bajas frecuencias y un valor de tensión constante (V_N) para frecuencias por encima del valor nominal, como se discutió previamente.

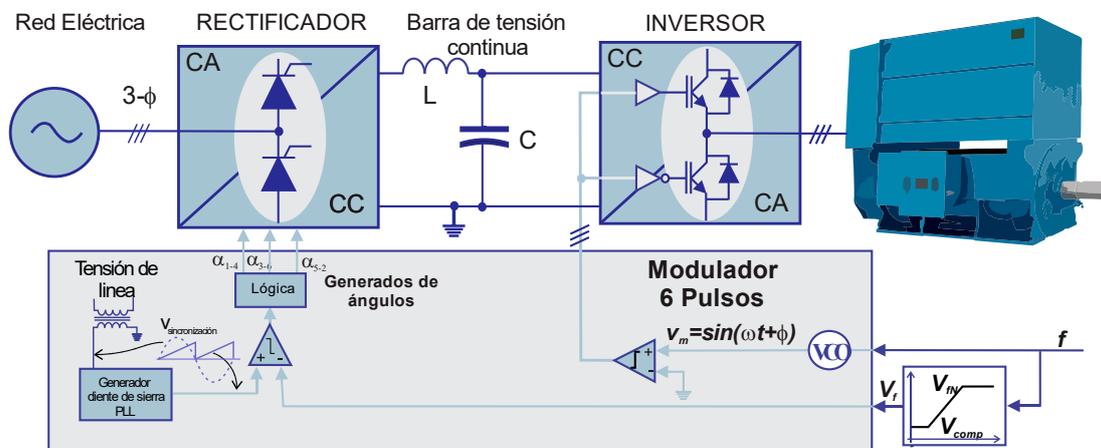
Figura 5.28

Accionamientos de AC

a) Variadores de baja y media potencia.



b) Variadores de alta potencia.



Para accionamientos con potencias superiores a 300kW y hasta 100MW con media tensión de red (6.9kV), la tecnología aplicada para generar V/f es la que se presenta en la Figura 5.28b). Para estos niveles de potencia suele emplearse conmutación del inversor a la frecuencia de moduladora obteniendo un sistema trifásico balanceando de 6 pulsos sobre la tensión de fase u ‘onda cuasi-cuadra’ en la tensión de línea⁹⁴. Por lo tanto, debido a que la tensión

⁹⁴ Existen topologías multipulsos que combinan varias etapas de 6 pulsos para sintetizar tensión con mayor número de pulsos. También existen topologías multinivel donde cada columna del inversor está conformada por múltiples llaves que sintetizan tensiones medias a partir de PWM con alta frecuencia de conmutación, eliminando armónicos de tensión de la moduladora.

generada a la salida del inversor es de amplitud constante, para el control V/F es necesario actuar sobre la tensión en la barra de continua. Como se indica en la Figura 5.28b) la generación del comando sobre las llaves del inversor ajusta la frecuencia del motor mediante el VCO, mientras que el cambio de la tensión de salida del inversor se realiza a través del control de fase del rectificador controlado.

El esquema de control de fase para el rectificador controlado se compone de una rampa de amplitud fija sincronizada con la tensión de red, que se compara con la señal proveniente del bloque proporcional a la frecuencia de referencia. La señal resultante corresponde a los pulsos de disparo con el ángulo disparo correspondiente para establecer la tensión V_{cc} necesaria que cumpla con (5.58).

Generalidades de los variadores de velocidad

Impacto de alimentación con armónicos sobre el MI

Cuando se alimenta un motor desde un inversor se aplica una tensión no sinusoidal, compuesta por armónicos provenientes del esquema de modulación. En el caso de modulación PWM sinusoidal sin sobre modulación, los armónicos introducidos corresponden a las altas frecuencias impuesta por la portadora. Cuando se sobre modula se introducen además de los armónicos de portadora, armónicos (impares no múltiplos de tres) correspondientes a la moduladora⁹⁵. Para un inversor trifásico de 6 pulsos los armónicos de tensión introducidos sobre la tensión de línea son armónicos (impares no múltiplos de tres) de la componente fundamental aplicada al motor. Estos armónicos provocan pérdidas sobre el motor a través de las resistencias y en el núcleo ferromagnético.

Cada uno de los armónicos producirá un flujo rotante o campo armónico rotante en el entrehierro. Se puede determinar que algunos campos armónicos rotantes giran en el sentido contrario al campo fundamental y otros en sentido opuesto. Independientemente del sentido de giro de los campos armónicos, cada uno de ellos interactúa con el rotor produciendo un par al armónico correspondiente. Sin embargo, debido al momento de inercia propia del rotor, y la muy baja amplitud de los torques inducidos, la rotación mecánica será impuesta por el campo a la frecuencia fundamental. Por lo tanto, aplicando (5.17) para cada componente armónica, resulta el resbalamiento a la componente fundamental,

$$s_1 = \frac{\Omega_{s1} - \Omega_m}{\Omega_{s1}}, \quad (5.78)$$

y los resbalamientos a cada armónico (h), se expresan como:

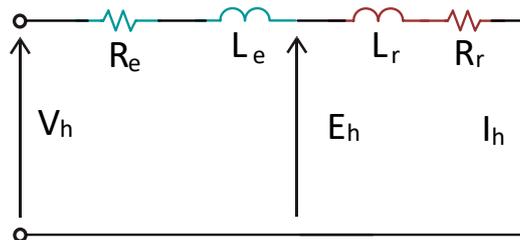
⁹⁵ Ver capítulo 3

$$s_h = \frac{\Omega_{sh}}{\Omega_{sh}} = 1. \quad (5.79)$$

Empleando el circuito por fase de la Figura 5.9b) se aplica el principio de superposición para cada uno de los armónicos presentes. La Figura 5.29 corresponde al circuito equivalente por fase para cada armónico (por encima del fundamental e incluyendo los correspondientes a la portadora del PWM). La impedancia de magnetización se desprecia porque su impedancia crece proporcionalmente con el armónico.

Figura 5.29

Circuito equivalente armónico por fase del MI.



Por lo tanto, cada armónico de tensión dará origen a una corriente armónica cuyo módulo estará limitado básicamente por las reactancias de dispersión del motor que tomaran un valor mucho mayor a las resistencias de los bobinados y de las barras del rotor, así:

$$I_h \approx \frac{1}{h} \frac{V_h}{2\pi f(L_e + L_r)}. \quad (5.80)$$

Pérdidas de potencia por armónicos

Las pérdidas introducidas en el MI por la presencia de armónicos se presentan en la resistencia de los arrollamientos estáticos y en las barras del rotor. De modo que pueden ser cuantificadas aproximadamente,

$$P_h \approx (R_e + R_r) \sum_{h=5,7,11,13...} I_h^2. \quad (5.81)$$

Considerando que las resistencias de los conductores son constantes, independientes de la frecuencia⁹⁶. En general las pérdidas resistivas producidas por frecuencias de conmutación son despreciadas debido a las bajas amplitudes de las corrientes a estas frecuencias. Las pérdidas magnéticas por histéresis y corrientes de Foucault son otro factor de pérdidas que dependen de las características constructivas del MI. Son independientes de la potencia en el eje del motor y suelen ser entre un 5 a 10% de las pérdidas del MI a potencia nominal.

⁹⁶ Se desprecian los efectos por efecto pelicular introducido por armónicos altos y las altas frecuencias de conmutación.

Par pulsante

Los armónicos de corrientes inducidas sobre el rotor que interactúan con el flujo fundamental del entrehierro introducen torques pulsantes a frecuencias pares de baja amplitud sobre el par principal del motor. Los armónicos de baja frecuencia como son el 5^{to} o 7^{mo} son los más influyentes en el par pulsante. De acuerdo con la expresión (5.28), el par resulta de la interacción entre el flujo del entrehierro y la corriente inducida en el rotor. La interacción de la componente fundamental del campo rotante con los armónicos de corriente resulta:

$$T_{pulsante} \propto \Phi_{mx} \cos(\omega) \sum_{h \text{ impar no múlt. de } 3} I_h \sin(\pm h\omega). \quad (5.82)$$

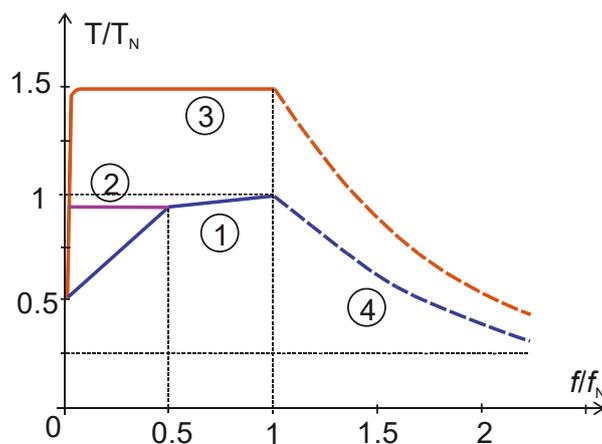
La interacción del armónico de campo rotante con la corriente inducida de ese armónico produce un par constante que se suma al par fundamental. Se demuestra que 5^{to} armónico gira en dirección opuesta al fundamental y el 7^{mo} en igual sentido del fundamental. Ambos flujos al interactuar con el fundamental producen un par pulsante a una frecuencia igual a 6ω que son los más predominantes.

Rangos de operación de un variador

Las condiciones de operación en modo continuo o de sobre carga sobre un MI accionado mediante un variador de velocidad deben ser limitado en función de la frecuencia de operación, de las condiciones de refrigeración y en función de las operaciones de repetibilidad de arranque y parada de la máquina. La Figura 5.30 muestra los límites típicos de par que un variador de velocidad establece en el accionamiento de AC en función de la frecuencia de operación.

Figura 5.30

Límites de operación del variador de velocidad. Característica Par-Frecuencia.



La principal característica para tener en cuenta en el modo de operación continua de la máquina es la condición de refrigeración. Las máquinas disponen de una turbina de autoventilación

solidaria al eje del motor diseñada para evacuar el calor producido en condiciones nominales de operación y sin armónicos adicionales. En aplicaciones que requieren de bajas frecuencias de operación la velocidad de la turbina no es lo suficientemente alta como para evacuar el calor del motor, cuando es necesario desarrollar el par en el eje cercano al nominal. Si en estas condiciones se le suman las pérdidas introducidas por los armónicos de tensión, la temperatura del motor sobrepasaría sus valores de operación nominal. Para evitar un estrés térmico sobre el motor, la característica 'Par-Frecuencia' disponible por el variador de velocidad, queda limitada por la característica '1' de operación continua, en la Figura 5.30. Es posible disponer de un par motor por encima del 90% a partir de frecuencias mayores al 50% de la nominal. Reduciéndose linealmente la capacidad de carga hasta el 50% del nominal, para frecuencias de operación por debajo del 50% de la nominal. En cambio, sí se dispone de refrigeración asistida mediante una turbina externa, es posible aumentar la carga hasta el 90% de la nominal para bajas frecuencias, alcanzando la característica '2'. En aplicaciones que requieren de aceleraciones periódicas o cargas intermitentes, es posible sobrecargar el MI durante un tiempo limitado, en función de la capacidad térmica de la máquina. La característica '3' establece un par superior permisible al nominal para esta condición. En general la permanencia en la región comprendida entre las regiones '2' y '3' puede tomarse alrededor de los 60 segundos. Por último, la característica '4' establece los límites de operación continua para aplicaciones que requieran trabajar a potencia constantes o en el rango de frecuencias por encima del valor nominal.

Ejemplo 5.23. Limitación de operación

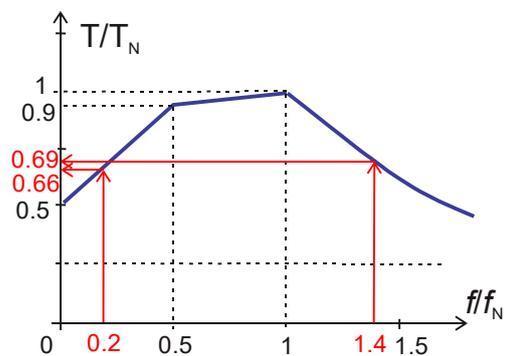
Se necesita dimensionar el motor de un accionamiento de AC aplicada a un tornillo transportador (*screw conveyor*) que requiere un rango de velocidades entre 200rpm a 1400rpm sin caja reductora (acoplado directamente al eje del motor) con par de transporte continuo de 70Nm. En el arranque del transporte es necesario un par igual a 150Nm.

Adoptando un motor de 6 polos y 50Hz, la velocidad de sincronismo $n_s = 1000rpm$, de modo que el rango de velocidades requeridas se puede cumplir operando a frecuencias por encima y por debajo de la nominal. Asumiendo que en operación continua las velocidades de resbalamientos son despreciables, las velocidades del motor son muy próximas a la de sincronismo. Por lo tanto, usando (5.8) se establece aproximadamente el rango de frecuencias necesarias para las velocidades requeridas,

$$f [Hz] \approx p \frac{n_m[rpm]}{60}, \tag{5.83}$$

Resultando un rango de frecuencias entre 10Hz a 70Hz.

Figura 5.31
Característica aplicada por el variador de velocidad.



El variador del accionamiento aplica sobre un motor con auto ventilación los límites de operación mostrado en la Figura 5.31 (sabiendo que por debajo de la curva azul el motor puede operar en forma continua). Siendo el intervalo de frecuencia entre un 20% a 140% del valor nominal, para cada extremo el variador limita el par al 66% y al 69% del nominal, respectivamente. Por lo tanto el extremo más crítico corresponde a la menor frecuencia.

El motor debe disponer de un par igual o mayor a 70Nm en el rango de frecuencias. Por lo tanto, el par nominal necesario de la máquina debe ser igual o mayor a:

$$T_N = \frac{70Nm}{0.66} = 106Nm.$$

Y su potencia nominal mayor a

$$P_N = T_N \times \Omega_N \approx 106 \cdot \frac{1000}{30} \cdot \pi = 11.1kW.$$

Por otro lado, se debe cumplir que el variador aplique un par de arranque suficiente para iniciar el movimiento. Asumiendo un par de arranque igual a 1.5 veces el nominal, resulta igual a 159Nm que es mayor al par de arranque de 150Nm requiere por el tornillo de transporte.

En general en la elección del motor se debe contemplar el par máximo disponible de la máquina, elegido aproximadamente un 42% mayor al valor del par más alto que aplica el motor sobre la carga. En este caso,

$$T_{Max} > \frac{1.5 \cdot T_N}{0.7} \Rightarrow \frac{T_{Max}}{T_N} > 2.14.$$

Se elige un motor por catálogo con las siguientes características:

6 polos, 15HP, 970rpm @ 380Vrms de línea; $I_N = 24,15A$, $I_a/I_N = 6$, $I_{vacío} = 12.9A$; $T_N = 106Nm$, $T_a/T_N = 2,2$, $T_{Max}/T_N = 2,4$; η al 100% de carga = 88,5%; FP al 100% de carga = 0,78.

Límite de la tensión de continua

La tensión V_{CC} sobre la barra de continua está limitada por la tensión de red disponible y el rectificador empleado, monofásico o trifásico. La componente fundamental de la tensión de salida del inversor está condicionada por el esquema de modulación y por V_{CC} , limitando el rango de control V/F constante y con ello la potencia de salida.

Como se describió en el Ejemplo 3.6, la tensión de línea nominal disponible a la salida del inversor es inferior a la tensión de línea de la red de alimentación. Si la red trifásica de alimentación provee $220V_{rms} / 380V_{rms}$, con un rectificador monofásico la tensión V_{CC} alcanza alrededor de 290V y con un rectificador trifásico V_{CC} puede tomar un valor igual a 480V. Empleando modulación PWM lineal, para $m = 1$, la amplitud de la tensión de línea a la salida del inversor trifásico es de $174V_{rms}$ y $288V_{rms}$, con rectificadores monofásico y trifásico, respectivamente. Empleando un inversor de onda cuadrada (6 pulsos) las componentes fundamentales de línea alcanzan los valores $226V_{rms}$ y $374V_{rms}$, con rectificadores monofásico y trifásico respectivamente.

Ejemplo 5.24. Límite de la capacidad de potencia

En un variador de velocidad con control V/F mediante PWM sinusoidal como el de la Figura 5.28a) se emplea un rectificador monofásico con una red de $220V_{rms}$. El accionamiento actúa con un motor de: 2HP (1492W) @1750rpm; $230V_{ll} / 5,2A$; $T_N = 8,1Nm$; $T_a/T_N = 2,1$; $\eta_{100\%} = 86,5\%$ y $FP_{100\%} = 0,84$. El motor mueve una cinta transportadora que demanda un par igual a 6Nm. Se necesita determinar la velocidad de operación máxima posible sin superar la corriente nominal del motor.

La tensión de línea máxima disponible a la salida del inversor sin sobre modulación es de 174V, menor a la nominal del motor. Por lo tanto, el flujo nominal del motor se puede mantener hasta una frecuencia límite (f_{lim}) menor a la nominal,

$$f_{lim} = \frac{f_{N-MI}}{V_{UN-MI}} \cdot V_{UN-Inv} = \frac{60Hz}{230V} \cdot 174V \cong 45Hz.$$

Para frecuencias por encima de 45Hz la tensión no puede ser superior a $174V_{llrms}$, por lo tanto, el flujo del entrehierro comienza a debilitarse antes de los 60Hz.

El accionamiento puede entregar el par nominal mientras la corriente demandada por el motor no supere el valor nominal. Si el par de carga se mantiene constante en el rango de frecuencias entre la frecuencia límite calculada y la nominal del motor, la velocidad del motor crecerá, y con ello la potencia en el eje. Como en este rango de frecuencias el flujo del entrehierro se debilita, la corriente del rotor crecerá por encima de la nominal. Por lo tanto, a partir de la frecuencia límite se debe operar a potencia en el eje constante para que la corriente del rotor se mantenga en su valor nominal.

La capacidad de potencia en el eje a la frecuencia límite, vale:

$$P_{eje-lim} = T_N \times (\Omega_{Slim} - s_N \Omega_{SN}) = 8,1Nm \times \pi \times (45 - 0,03 \times 60) rad/seg \cong 1,1kW,$$

siendo s_N el resbalamiento nominal, Ω_{SN} la velocidad de sincronismo nominal y Ω_{Slim} la velocidad de sincronismo a la f_{lim} . La potencia alcanzada es menor a la nominal del motor porque la velocidad a flujo nominal constante es menor a la nominal.

Por otro lado, tomando las consideraciones del Ejemplo 5.20, la corriente de rotor para el par nominal de 8,1Nm, toma el valor:

$$I_{rN} \approx I_{eN} \times FP = 5,2A \times 0,84 = 4,37A.$$

Para frecuencias menores a f_{lim} V/F mantienen el flujo constante y la corriente rotorica con una carga de 6Nm será proporcional y menor a la nominal,

$$I_r \approx \frac{4,37A}{8,1Nm} \times 6Nm \cong 3,235A.$$

Cuando la frecuencia es mayor a f_{lim} , manteniendo el par de 6Nm, la potencia en el eje sigue aumentando con la velocidad. Dado que a partir de la f_{lim} la tensión es constante, también crece la corriente de rotor. Por lo tanto, la velocidad alcanza su valor máximo posible cuando la corriente de rotor alcance el valor nominal de 4,37A que corresponde a una potencia en el eje sea de 1,1kW@1296rpm. La velocidad máxima resulta:

$$\Omega_{m\acute{a}x} = \frac{P_{eje-lim}}{T_{carga}} = \frac{1,1kW}{6Nm} = 183,3 rad/seg \cong 1750rpm.$$

El resbalamiento que resulta con carga nominal de 8,1Nm a la f_{lim} (siendo la velocidad de resbalamiento constante e igual a la nominal) toma el valor:

$$s_{lim|TN} = \frac{s_N f_N}{f_{lim}} = \frac{0,03 \times 60}{45} = 0,04.$$

Como el resbalamiento se mantiene constante con debilitamiento de campo, 0,04 será el valor que tome el resbalamiento cuando se debilite el flujo (a frecuencias por encima de f_{lim}) con el par de 6Nm.

Por otro lado, para 6Nm (menor al nominal) el resbalamiento a frecuencias por debajo de f_{lim} será menor a 0,04, porque la velocidad de resbalamiento es menor a la nominal. A 6Nm y a la f_{lim} el resbalamiento vale,

$$s_{lim|6Nm} = \frac{T_{carga} f_N}{T_N f_{lim}} s_N = \frac{6Nm \cdot 60Hz}{8,1Nm \cdot 45Hz} 0,03 = 0,0296,$$

correspondiente al límite de flujo constante. De modo que, en la región de debilitamiento de campo para 6Nm, la corriente de rotor crece y por lo tanto también el resbalamiento dese $s_{lim|6Nm}$ hasta el valor de la velocidad máxima $s_{lim|TN}$.

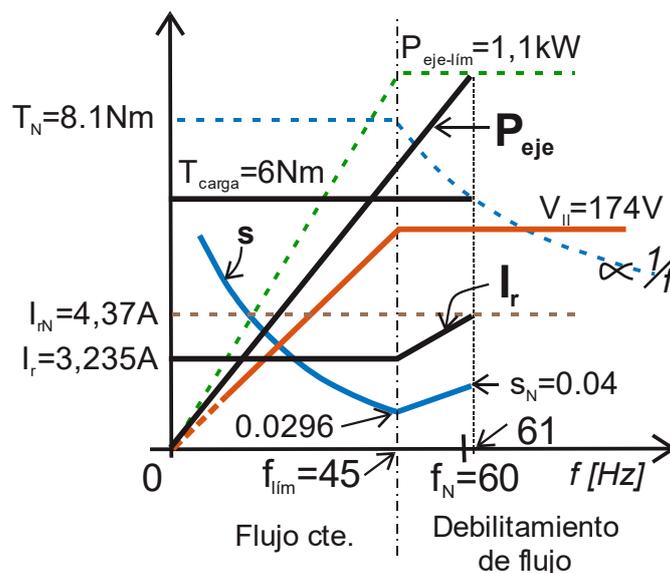
Con esto es posible determinar la frecuencia necesaria para alcanzar la velocidad máxima con 6Nm,

$$f_{\Omega max} = \frac{\Omega_{m\acute{a}x}}{(1-s_{lim|TN})} \frac{p}{2\pi} = \frac{183,3 \text{ rad/seg}}{(1-0,04)\pi} \approx 61Hz.$$

En el gráfico de la Figura 5.32 se resume como cambian con la frecuencia el módulo de la tensión V_{II} , la corriente I_r , la potencia en el eje (P_{eje}) y el resbalamiento (s), desde cero hasta el valor de velocidad máxima. En línea punteada se indica, para todo el rango de frecuencias, como varía la potencia en el eje para el par nominal de la carga, el par disponible nominal y la corriente nominal del rotor.

Figura 5.32

Variación de P_{eje} , I_r , V_{II} y s con la frecuencia.



Comportamiento dinámico de los accionamientos de AC

Existe una gran cantidad de aplicaciones comunes como son: bombeo de fluidos, sopladores, cintas transportadoras, entre otras, que no requieren de precisión en la velocidad. En estos casos los accionamientos de AC se emplean simplemente como variadores de velocidad, sin control de lazo cerrado. Dado el bajo mantenimiento requerido en los MI frente a los de continua, los motores de inducción con jaula de ardilla se han convertido en el *caballo de batalla*, aún en aquellas aplicaciones que requieren precisión en la velocidad de rotación, como puede ser la industria del papel y textil, propulsión de trenes, tándem de laminación, generación eólica, entre otros procesos que requieren de un lazo cerrado para la regulación de la velocidad.

Sin embargo, el control de velocidad del MI en un proceso dinámico resulta considerablemente más sofisticado que lo necesario en los accionamientos de CC. Requiere de una mayor exigencia en la performance del control debido al acoplamiento magnético entre los flujos de rotor y de estator que complejiza el desarrollo de un modelo para poner de relieve la fuerte dependencia entre la velocidad y el par del motor.

Variación de velocidad a lazo abierto

Hasta aquí se analizó al variador de velocidad en estado estacionario atendiendo a las prestaciones del accionamiento de CA, vinculando las características del motor y las posibilidades de acción con el convertidor electrónico asociado. Sin embargo, en los diferentes procesos y aplicaciones los accionamientos de AC están sometidos a diferentes maniobras como son procesos de aceleración y desaceleración, acciones pulsantes, frenos dinámicos, cambios de marcha, entre otras. Todas estas operaciones no necesariamente requieren de un control de lazo cerrado, pero si requieren de un análisis del comportamiento dinámico.

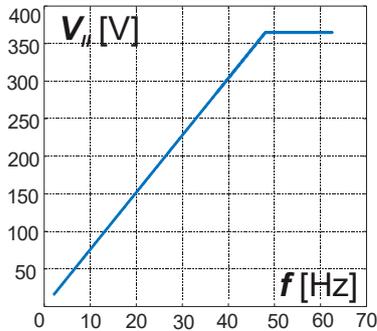
En lo que sigue se supondrá que la dinámica mecánica es predominante frente a la dinámica eléctrica del motor de inducción. A través de diferentes ejemplos se presentan los comportamientos de maniobras de operación más frecuentes a través de los variadores de velocidad.

Ejemplo 5.25. Cambio de velocidad con V/F

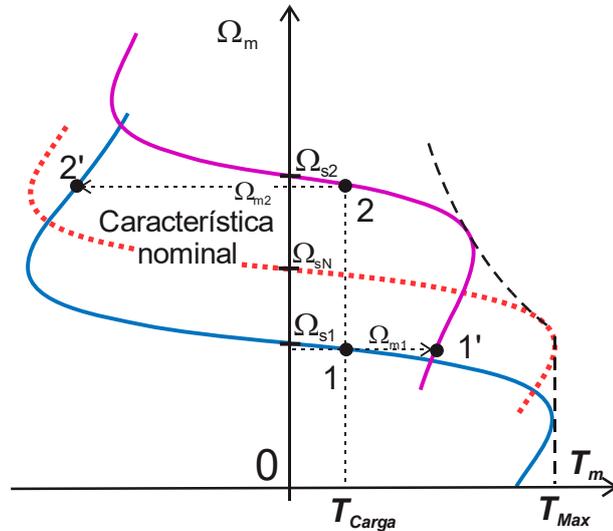
Un variador de velocidad actúa sobre el motor del Ejemplo 5.20 al cual se le aplica una carga constante de 150Nm con un momento de inercia del sistema de 1,5 Kg.m² con control V/F de la Figura 5.33a). Se aplica sobre la referencia de frecuencia del variador un escalón del 75% al 125% del valor nominal de la frecuencia, luego otro escalón para volver al valor de frecuencia inicial.

Figura 5.33

a) Control V/F del variador,



b) Puntos de operación.



En la Figura 5.33b) se muestran los diferentes puntos de operación sobre las características par-velocidad que experimenta el motor frente a los cambios de frecuencia y en línea punteada roja la característica nominal del motor a 50Hz (Ω_{sN}). El punto 1 corresponde al estado estacionario inicial a la frecuencia de $0,75 \times 50\text{Hz} = 37,5\text{Hz}$ (Ω_{s1}). El salto súbito de la frecuencia a $1,25 \times 50\text{Hz} = 62,5\text{Hz}$, ubica la característica del motor a la velocidad de sincronismo Ω_{s2} , correspondiente a una condición de debilitamiento de campo. Debido a la inercia mecánica, la velocidad del eje no sufre un cambio brusco como la velocidad sincrónica y el punto de operación inmediatamente después del cambio de frecuencia pasa al punto 1', sobre la nueva característica. El par motor cambia bruscamente por encima del valor de carga (T_{carga}). La diferencia entre el par inducido en 1' y T_{carga} determina un par de aceleración sobre el motor que permite acelerar al motor para alcanzar el nuevo estado estacionario velocidad de rotación del eje, correspondiente al punto 2. La dinámica de evolución temporal de la velocidad será básicamente función de la inercia del sistema.

El cambio de 62,5Hz a 37,5Hz produce un salto de operación instantáneo del punto 2 al 2'. En este caso el par inducido en el motor es negativo o sea de frenado produciendo una desaceleración del motor hasta alcanzar la velocidad el punto 1. En este transitorio la energía acumulada en el sistema debe ser absorbida por el accionamiento a través de un freno regenerativo o dinámico.

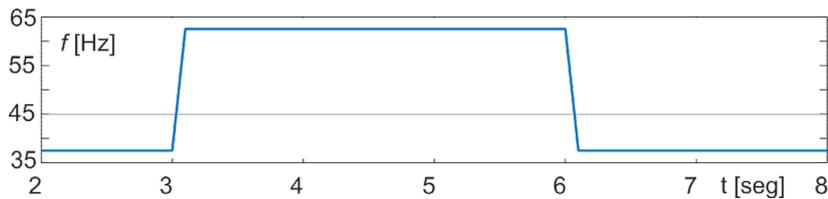
En la Figura 5.34 se muestran los resultados de las variables mecánicas y eléctricas en función del tiempo a partir de simulación sobre el accionamiento. En la Figura 5.34a) se muestra los escalones de frecuencia aplicado sobre la referencia del variador de velocidad: a los 3 seg. se cambia de 75% a 125% del valor nominal y a los 6 seg. se retorna al valor inicial.

La Figura 5.34b) muestra el par inducido del MI y la velocidad del eje resultantes. El transitorio de 1 a 2 se desarrolla entre 3 y 3,5 seg. aproximadamente. Inicialmente, el par inducido

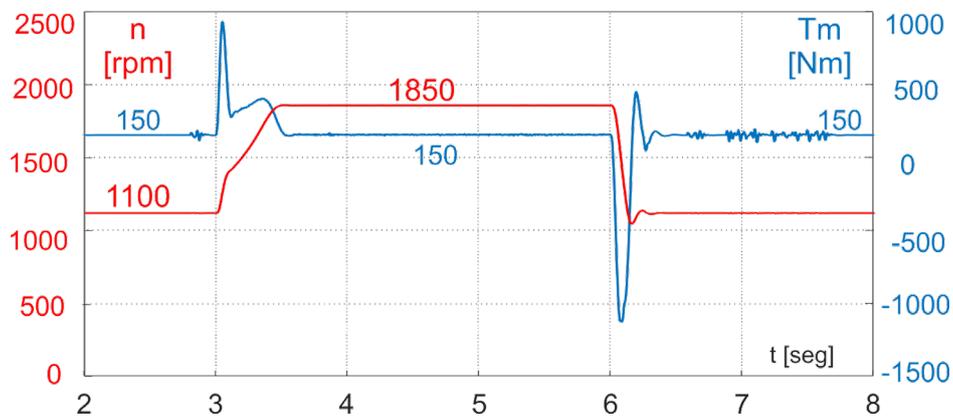
experimenta un pico varias veces superior a 150Nm que transcurre durante el intervalo de crecimiento de la frecuencia. El cambio dinámico del par y la velocidad durante este breve tiempo se corresponde con la dinámica eléctrica del motor y no se puede explicar desde las características par-velocidad estática.

Figura 5.34

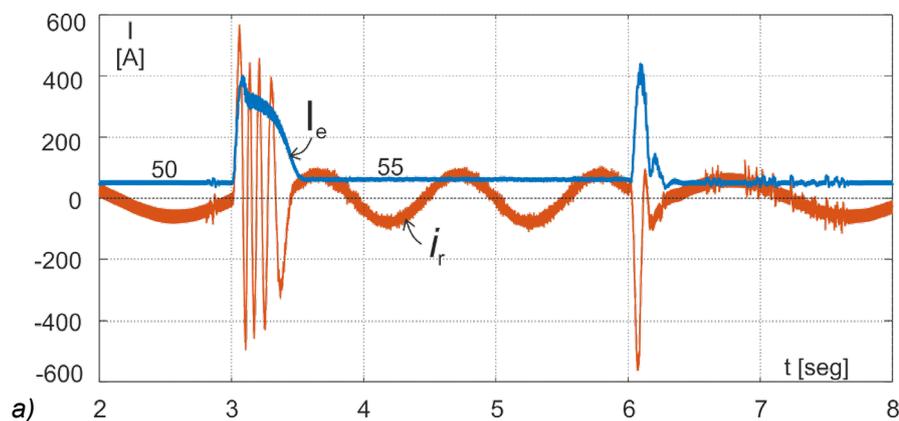
a) Cambio de la frecuencia sobre el MI.



b) Cambio de velocidad (trazo rojo) y par desarrollado en el motor (trazo azul).



c) Corriente eficaz instantánea de estator y la corriente real del rotor



Un instante después que la frecuencia alcanzó los 62,5Hz el par inducido sobre el motor es superior al de carga correspondiente con el punto 1' de la Figura 5.33b). Se observa un ligero aumento del par acelerador hasta alcanzar el máximo de la nueva característica conforme la velocidad crece hacia el nuevo valor. Termina el transitorio desde el punto 1' al 2 alcanzado $T_{carga} = 150\text{Nm}$ y $n = 1850\text{rpm}$. En la Figura 5.34c) se muestra el valor eficaz de la corriente de estator (I_e) y la variación instantánea de la corriente en el rotor (i_r). En el comienzo del transitorio

I_e presenta un pico de aproximadamente 7 veces la corriente de 50A de estado estacionario. Este alto valor se mantiene durante gran parte del tiempo del transitorio de aceleración de modo similar a lo que ocurre en el arranque directo del motor. Debido a la muy baja frecuencia inducida en el rotor ($f_r = s \times f$) la corriente i_r se presenta en forma instantánea. Como se observa en los intervalos de estado estacionario la frecuencia es de algunos 'Hz' mientras que en el transitorio de **1'** a **2**, el aumento del resbalamiento provoca un aumento de f_r cercano al de estator. El aumento del resbalamiento y de la frecuencia inducida provoca una corriente rotorica de gran amplitud que no se corresponde con el par de aceleración del motor debido a su característica altamente reactiva. Por lo tanto, durante el transitorio de **1'** y **2** la demanda de potencia del estator posee una componente de potencia activa asociada a la aceleración del motor más una gran componente de potencia reactiva. Este incremento en la cantidad de energía reactiva desmejora fuertemente el factor de potencia transitorio del motor.

Durante el salto del punto **2** al **1** la velocidad del eje es mayor que la velocidad de campo Ω_{s1} , por lo tanto el resbalamiento es negativo y con ello el par inducido. Dado que el sistema mecánico impone el movimiento, el motor pasa a operar transitoriamente en el cuadrante de generación. El tiempo de caída de la frecuencia está en el orden de magnitud del transitorio total por lo que no puede ser explicado de las características par-velocidad del motor. El tiempo empleado en la desaceleración se reduce significativamente respecto de aceleración porque el par de carga contribuye al frenado.

Rampa de frecuencia

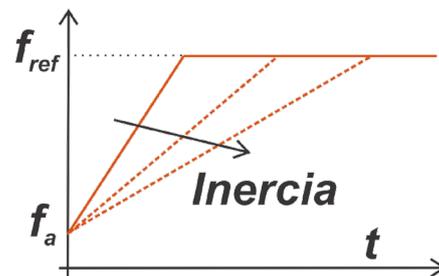
Del Ejemplo 5.25 se desprende que el convertidor del accionamiento está sometido a un esfuerzo de corriente muy alto durante el transitorio de un cambio de referencia con un escalón de elevada amplitud. En general los variadores de velocidad limitan el par disponible como se presentó en la sección previa y para ello el modo más directo es a través de medir la corriente del motor o la corriente en la barra de alimentación continua y ejercer alguna acción de control para limitar la amplitud.

Como se presentó en (5.65) la frecuencia de arranque con V/F permite establecer el valor del par de arranque y con ello se limita la corriente de arranque mientras se mantenga pequeña la velocidad de resbalamiento.

En la práctica habitual la frecuencia de referencia se incrementa continuamente hasta alcanzar su valor final como se muestra en la Figura 5.35. De este modo se limita la corriente de arranque del motor mientras el tiempo de crecimiento de la rampa sea suficientemente grande para que el eje del motor pueda seguir el continuo crecimiento de la velocidad sincrónica. Por lo tanto, la inercia mecánica del sistema es el condicionante para limitar el par máximo posible.

Figura 5.35

Rampa de frecuencia para el arranque.



Como se vio en el Ejemplo 5.22 considerar la disponibilidad de un par máximo igual a 1,5 veces el par nominal de la máquina con V/F manteniendo la velocidad de resbalamiento muy pequeña, la corriente demanda por el motor se mantiene proporcional al par motor y en consecuencia quedará limitada naturalmente en 1,5 veces del valor nominal.

Ejemplo 5.26. Rampa de aceleración

Se diseñará una rampa de aceleración para el Ejemplo 5.25 de modo de limitar el par a 1,5 veces el nominal. Para ello se considera que el tiempo de crecimiento de la rampa es lo suficientemente grande tal que la dinámica propia del accionamiento sea despreciable⁹⁷. Bajo el supuesto que la velocidad del rotor se mantiene muy próxima a la del campo rotante durante el transitorio, se puede plantear que la velocidad del eje es la velocidad de sincronismo,

$$n_m[\text{rpm}] \approx 60 \frac{f[\text{Hz}]}{p}, \quad (5.84)$$

Por lo tanto, la única dinámica que se considera es la correspondiente a la mecánica del rotor, dada por la expresión:

$$T_m = J \frac{dn_m}{dt} + T_{\text{carga}}. \quad (5.85)$$

Siendo J el momento de inercia del sistema mecánico reflejado en el rotor. Mientras el par motor (T_m) sea constante y el par de carga (T_{carga}) sea independiente con la velocidad la aceleración del motor será constante. De (5.85):

$$\frac{T_m - T_{\text{carga}}}{(2\pi/p)J} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t} = \text{cte}. \quad (5.86)$$

En el ejemplo el valor del par de carga es inferior al nominal del motor, por lo tanto, se puede adoptar un valor de par de aceleración ligeramente superior al nominal del motor evitando una sobre corriente excesiva cuando se ingrese en la región de debilitamiento de campo. Tomando $T_m = 1,06 T_N$, para un salto de 25Hz en la frecuencia, el tiempo necesario de la rampa (Δt) resulta,

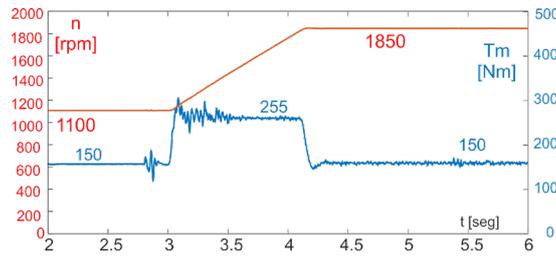
$$\Delta t \approx \frac{\left(\frac{2\pi}{p}\right)J \cdot \Delta f}{(1,06 T_N - T_{\text{carga}})} = \frac{\pi \times 1,5 \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \times 25 \text{Hz}}{(1,06 \times 240 - 150) \text{Nm}} = 1,13 \text{seg}.$$

La Figura 5.36a) muestra el perfil de velocidad resultante de acuerdo con la rampa aplicada en la referencia de frecuencia desde 37,5 Hz a 62,5 Hz en un tiempo de 1,1 seg. Como se observa el par del motor de aceleración es un escalón igual al 6% mayor al par nominal del motor. Dado que el valor de momento de inercia del ejemplo no es muy elevado, el tiempo de respuesta en el caso de la rampa elegida es aproximadamente el doble al tiempo que empleó el motor frente al escalón de frecuencia. Para el mismo cambio de frecuencia y habiendo tomado un par de aceleración de $1,5 T_N$ se hubiese reducido el tiempo de aceleración a 0,6 segundos para alcanzar la velocidad final.

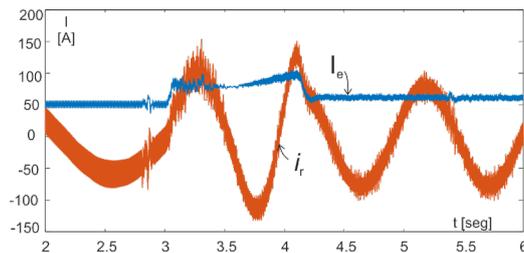
⁹⁷ Si la dinámica de la máquina es suficientemente más rápida que el tiempo de la rampa de modo similar a las consideraciones hechas para el motor de corriente continua, entonces es posible que los cambios en la velocidad del motor acompañen las variaciones de la frecuencia de referencia.

Figura 5.36

a) Rampa de velocidad (trazo rojo) y escalón de par de aceleración (trazo azul).



b) Corriente eficaz de estator y corriente temporal de rotor con rampa de frecuencia.



En la Figura 5.36b) se muestra la corriente eficaz del estator durante la aceleración del motor y la variación temporal de la corriente en el rotor. Como se aprecia, el valor de I_e ha sido limitada considerablemente respecto al caso con escalón de frecuencia. De la corriente rotorica se observa que el resbalamiento se ha mantenido relativamente pequeño debido a que la frecuencia inducida en el rotor se mantiene acotada. En cuanto a la amplitud de la corriente rotorica durante la aceleración creció ligeramente respecto de los estados estacionarios debido al aumento de la potencia demandada para la aceleración.

Potencia

Siendo la potencia mecánica el producto entre el par y la velocidad del motor,

$$P_m = T_m \Omega_m, \tag{5.87}$$

de modo que, un instante antes de comenzar la rampa la potencia tiene el valor:

$$150Nm \times \left(\frac{\pi}{30}\right) 1100\text{rad/seg} \cong 17,3\text{kW}.$$

Punto 1 de la Figura 5.33b). Al iniciarse la aceleración el par cambia a 255Nm y la potencia cambia a:

$$255Nm \times \left(\frac{\pi}{30}\right) 1100\text{rad/seg} \cong 29,4\text{kW}.$$

Como el par del motor es constante y la velocidad crece linealmente con el tiempo, también lo hace la potencia hasta terminar el transitorio con un valor igual a:

$$255Nm \times \left(\frac{\pi}{30}\right) 1850 \cong 49,4\text{kW}.$$

Al final de la rampa el par motor toma el valor de carga y la potencia cambia a su nuevo estado estacionario:

$$150Nm \times \left(\frac{\pi}{30}\right) 1850\text{rad/seg} \cong 29\text{kW}.$$

Punto 2 de la Figura 5.33b).

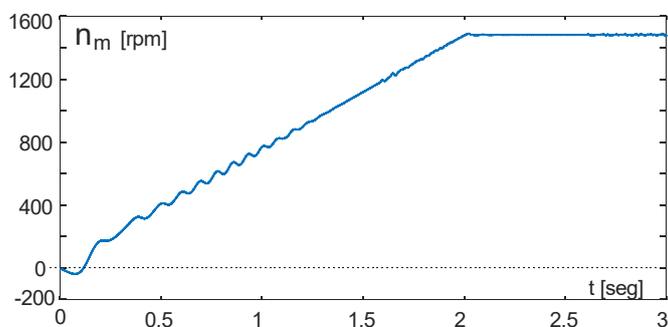
Desde el punto de vista energético el cambio de la velocidad impone un salto de energía desde un estado inicial a otro final, y la potencia es la velocidad con que la energía cambia en el tiempo. Cuanto mayor es el tiempo empleado para cambiar la frecuencia, menor será el par de aceleración demandado y con ello la potencia gastada. Por el contrario, cuanto menor sea el tiempo de aceleración mayor será la potencia necesaria.

Ejemplo 5.27. Arranque suave

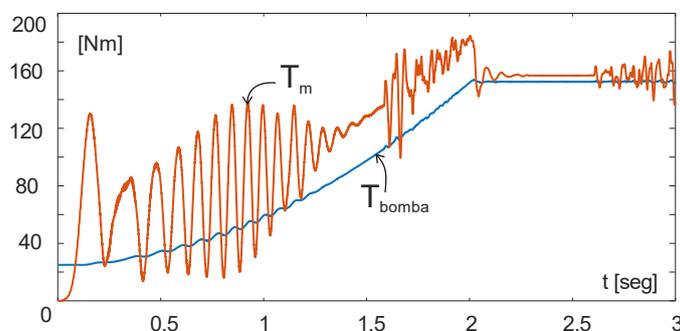
Se diseña una rampa de aceleración para el arranque de la electrobomba del Ejemplo 5.19 actuando con un variador de velocidad. De acuerdo con la Figura 5.35 se define el valor de $f_a = 1\text{Hz}$ a partir de considerar un par de arranque de $1,5T_N$, como se determinó en el Ejemplo 5.22. El valor final de frecuencia es el correspondiente al valor nominal del motor de 50Hz que se alcanzará en un tiempo especificado de 2seg . Como se observa de la simulación en la Figura 5.37a) se muestra la velocidad creciendo de 0 a 1480rpm en 2seg . al seguir una rampa de frecuencia.

Figura 5.37

a) Variación lineal de la velocidad de la bomba.



b) Par motor (trazo rojo) y par de carga (trazo azul).



En la Figura 5.37b) se observan el par de carga (T_{carga}) y el par de motor (T_m) en función del tiempo. Siendo el par de la electrobomba proporcional a la cuadrado de la velocidad, si se consigue variar la velocidad linealmente con el tiempo, el crecimiento del par de la bomba será cuadrático con el tiempo desde su valor inicial de 25Nm hasta su valor de estado estacionario cercano a 150Nm. Desestimando la pulsación presente del par motor T_m observado en la simulación, se puede determinar su variación a partir de la expresión (5.85). Para que la aceleración de la electrobomba sea constante, la diferencia entre el par motor y el de carga debe ser constante también. Por lo tanto, T_m debe cambiar temporalmente igual que la carga más un valor constante adicional de aceleración, en función de la inercia del sistema y de la aceleración pretendida. Siendo el par de la bomba es $T_{bomba} = 25 + 5,8 \cdot 10^{-5} n^2 [Nm]$, entonces el par de aceleración del motor toma el valor:

$$T_m \approx \left(2 \frac{\pi}{p}\right) J \frac{\Delta f}{\Delta t} + T_{bomba}. \quad (5.88)$$

donde $\left(2 \frac{\pi}{p}\right) J \frac{\Delta f}{\Delta t}$ es el par de aceleración adicional. Siendo la inercia de la electrobomba básicamente determinada por el rotor del motor y de valor igual a 0.37Kgm², el escalón de par de aceleración que debe aportar el par motor, sobre el par de la carga, toma el valor:

$$\left(2 \frac{\pi}{p}\right) J \frac{\Delta f}{\Delta t} = \pi \times 0,37Kgm^2 \times \frac{50Hz}{2s} = 29Nm.$$

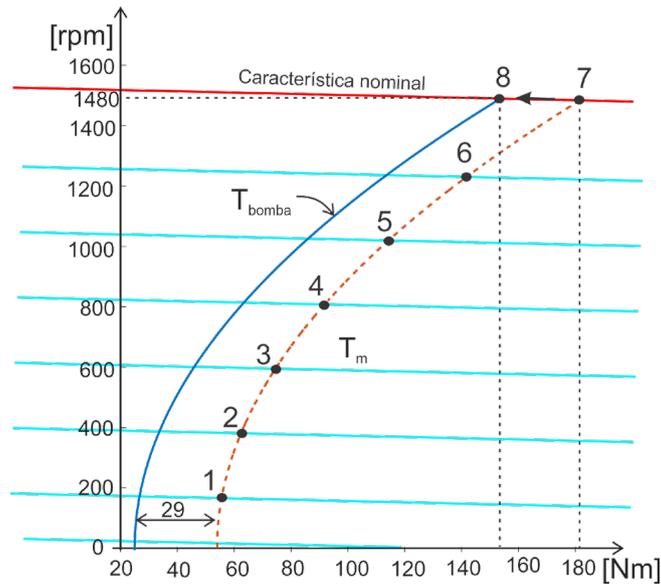
Cuando la velocidad alcanza el valor final la aceleración se anula y con ello el término de aceleración. En la Figura 5.37b) se aprecia el salto del par motor cuando finaliza la rampa de aceleración. Al alcanzar la velocidad de operación T_m se iguala con el par de la carga de estado estacionario⁹⁸.

La Figura 5.38 describe la evolución de la característica par-velocidad del motor con V/F durante el tiempo empleado en la rampa de velocidad aplicado, indicando un numero determinados de puntos “cuasi-estacionarios” (1 al 7) del par motor de la Figura 5.37b). El trazo azul representa la evolución del par de carga de forma cuadrática con la velocidad. Las rectas correspondientes a las características par-velocidad del motor a diferentes frecuencias son paralelas a la nominal. Durante la aceleración el motor aplica un par dado por (5.88). El par de aceleración constante de 29Nm permite alcanzar el punto de operación 8 en 2 seg. A medida que la frecuencia de alimentación crece la característica par-velocidad se va desplazando hacia la nominal pasando por los puntos 1 a 6. Cuando la velocidad llega a su valor de referencia de 50Hz, el motor alcanza el punto 7, deja de acelerar cambiando rápidamente el punto 8 de operación de la electrobomba.

⁹⁸ La diferencia entre T_m y T_{bomba} en estado estacionario corresponde al coeficiente de roce viscoso de rotación que posee el motor y que por simplicidad del tratamiento no ha sido considerado.

Figura 5.38

Evolución de la velocidad y el par inducido durante el arranque de la electrobomba.



Freno

En términos generales la condición particular de operación como freno la carga impone el movimiento del sistema induciéndose sobre la máquina un par antagónico o freno. Específicamente, el concepto de freno involucra una operación a velocidad constante como es el caso del descenso de un peso a velocidad uniforme o una desaceleración, donde claramente es una reducción de la velocidad a un nuevo estado estacionario que puede ser cero o distinto de cero.

Amabas son acciones de frenado deben ser controladas dentro de los límites de acción o la capacidad de operación⁹⁹ o manejo del flujo de potencia. Durante el frenado la energía mecánica acumulada es convertida en energía eléctrica, atendiendo a dos aspectos primordiales. El primero es la velocidad máxima con que se puede convertir esta energía mecánica en eléctrica. Dicho de otro modo, que potencia máxima es posible manejar, principalmente si se trata de una desaceleración o un frenado de corto tiempo. El segundo es el aprovechamiento o no de la energía regenerada. Dependiendo de la aplicación y de la capacidad del accionamiento se aplica un *frenado dinámico* o un *freno regenerativo*.

Para los casos de desaceleración la respuesta en cuanto a la capacidad de potencia manejable se resuelve mediante el diseño de una rampa. En esta maniobra común, al igual que en la aceleración, se diseña la rampa de la referencia de frecuencia del variador teniendo en cuenta la cantidad de inercia mecánica, el escalón de frecuencia aplicado y la capacidad de manejo de

⁹⁹ Básicamente se refiere a la capacidad de trabajo del convertidor que actúa sobre el motor, para no sobre pasar los valores límites de su corriente de operación evitando la acción de sus protecciones internas que provoque posibles desconexiones del equipo e interrumpiendo los procesos de modo descontrolado.

potencia que el variador limita sobre el motor. En estos casos es común empelar *frenos dinámicos* donde la cantidad de energía puesta en juego no justifica su recuperación.

El *frenado regenerativo* suele ser ventajoso en casos donde la energía durante el frenado es de importancia y rentable. Esta situación podría darse en un puente grúa con el descenso de cargas, en una cinta de transporte (en minería) con inclinación descendente o en desaceleración de sistemas centrífugos con alto valor de inercia, como en la industria azucarera. En lo que sigue se presentan un par de ejemplos para describir y cuantificar las acciones de frenado típicas.

Ejemplo 5.28. Desaceleración con rampa

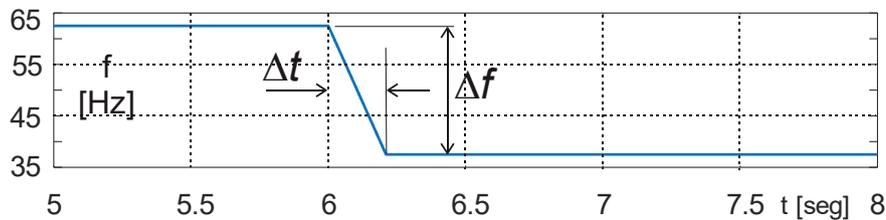
Aquí se diseña la rampa de desaceleración del Ejemplo 5.25 para reducir la velocidad de 1850rpm a 1100rpm, en el menor tiempo posible. Retomando el ejemplo la característica de carga es 150Nm constante con la velocidad y el momento de inercia total es 1,5 Kg.m².

El mínimo tiempo de la rampa está impuesto por el máximo valor de par de frenado posible que el variador permite en función de la capacidad de corriente del convertidor, siempre que la inercia tome valores para los cuales los tiempos del transitorio sean muy superiores a los tiempos de la dinámica propia del motor. En general el valor máximo posible de par está impuesto en un 150% del par nominal del motor. Aplicando (5.85), el tiempo de la rampa será:

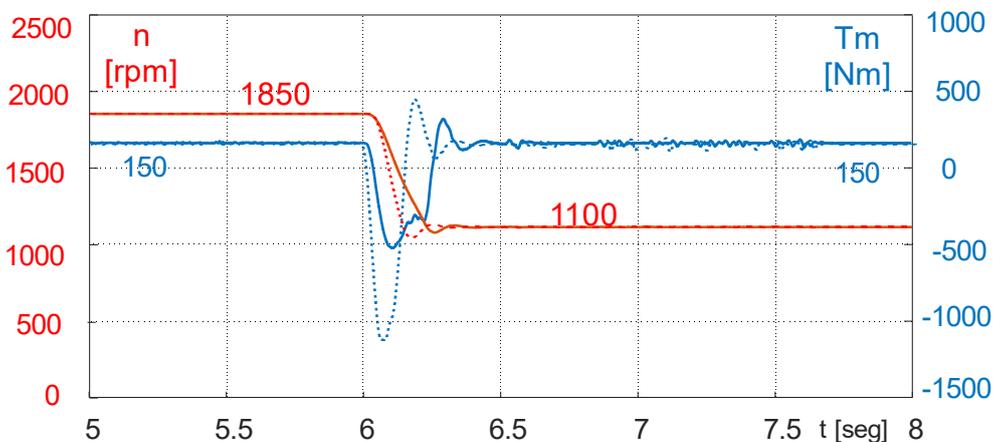
$$\Delta t = \frac{30}{\pi} \frac{J}{(T_{carga} + 1,5.T_N)} \cdot \Delta n_m = \frac{\pi}{30} \frac{1,5Kg.m^2}{(150 + 1,5 \times 240)Nm} 750rpm = 0.23seg$$

Figura 5.39

a) *Rampa de frecuencia de 62,5Hz a 37,5Hz en 0.21seg.*



b) *Par y velocidad del motor.*



En la Figura 5.39a) se presenta la rampa de referencia de frecuencia aplicada. En la Figura 5.39b) se muestra en trazos continuos la respuesta de la velocidad y del par inducido en el motor durante la desaceleración. Como se aprecia la velocidad se ajusta muy bien a la rampa de la referencia y el par motor de frenado toma un valor acotado en las vecindades de -360Nm . El tiempo de rampa no es lo suficientemente grande como para desacoplar la dinámica propia del motor, el par motor no es estrictamente un escalón y presenta un pico algo mayor al teórico de $1,5T_N$. En trazos punteados se añaden en la figura la respuesta de par y velocidad obtenidas del Ejemplo 5.25 cuando el salto de frecuencia es brusco. Comparando ambas respuestas, se observa que la actual muestra un mayor control al límite del pico de par inicial sin desmedro del tiempo de transición. Adoptando un tiempo de desaceleración mayor es posible reducir aún más el valor de par de frenado inducido¹⁰⁰.

Potencia

Se calcula la cantidad de potencia involucrada durante la desaceleración. Como se calculó en el Ejemplo 5.26, la potencia en el eje operando en el punto **2** (Figura 5.33b) es de aproximadamente 29kW . En el inicio del cambio de frecuencia el motor ingresa en modo de freno, la potencia mecánica en el eje del motor en el inicio de la rampa (punto **2'**) y considerando, de la Figura 5.39b), un par promedio de -400Nm , vale:

$$P_{eje}|_{t=6\text{seg}(+)} = T_F \Omega_m = -400\text{Nm} \times \left(\frac{\pi}{30}\right) 1850 \cong -77,5\text{kW}.$$

Conforme la velocidad del MI se reduce, la potencia también se reduce linealmente con el tiempo hasta que la rampa finaliza,

$$P_{eje}|_{t=6,21\text{seg}(-)} = -400\text{Nm} \times \left(\frac{\pi}{30}\right) 1100 \cong -46\text{kW}.$$

Finalmente, un instante posterior al cambio de velocidad el MI cambia al modo motor nuevamente. El par motor vuelve a su valor de estado estacionario de 150Nm y por lo tanto la potencia se reduce aproximadamente a 17.3kW (punto **1**).

La cantidad de energía involucrada durante la rampa puede calcularse como el área bajo la curva de la potencia en el tiempo de la rampa.

$$\Delta E_F = \frac{P_{eje}|_{t=6\text{seg}+} + P_{eje}|_{t=6,21\text{seg}}}{2} \Delta t = \frac{-77,5\text{kW} - 46\text{kW}}{2} \frac{0,21}{3600} \text{h} \cong 3,6 \cdot 10^{-3} \text{kWh}.$$

En la actual condición el tiempo de frenado es breve y es adecuado aplicar un freno dinámico. En general un proceso transitorio como el de este ejemplo la potencia de frenado es gastada en una resistencia de frenado.

¹⁰⁰ Durante la desaceleración el par de carga contribuye al frenado de la máquina. Si el par de carga es elevado para un dado tiempo se necesita menor par de frenado del motor. O desde el punto de vista de la velocidad de desaceleración puede reducirse el tiempo si se aplica el par máximo de frenado disponible, siendo que el motor es capaz de absorber exceso de potencia de pérdida. Como se discutió quien impondrá el límite de par será el convertidor que presenta menos robustez de potencia que el motor.

Ejemplo 5.29. Freno regenerativo

El puente grúa de una fundición posee una capacidad de carga de 1Tn (1000kg), el recorrido vertical es de 16m y la velocidad máxima posible es de 13m/min. Se emplea un accionamiento V/F con un motor de 355kW, 380V_{ll} / 688A, 991rpm, $T_N = 3420Nm$, $\eta@100\%$ de carga = 86,4% $FP@100\%$ de carga = 0,87, $I_a/I_N = 7$, $T_a/T_N = 2,4$, $T_{max}/T_N = 2,7$ y $J_m = 15,4Kg\cdot m^2$. Determinar la potencia eléctrica regenerada si la cuba de fundición está descendiendo con la máxima carga a 1m/min (equivalente a 495rpm del eje del motor).

En este caso el MI opera en un punto de su característica indicado en la Figura 5.40. Mientras la carga desciende a velocidad constante la potencia inyectada al eje del MI representa por el área sombreada. Siendo la eficiencia de la caja de engranajes que conecta el tambor del guinche con el eje del motor de 95%, la potencia disponible en el eje del motor resulta:

$$P_{eje} = \eta_{tambor} F_{peso} v_{descenso} = 0,95 \times (1000Kg \times 9,8m/seg) Nm \times \left(-\frac{1}{60} m/s\right) = -155kW$$

Por lo tanto, si la velocidad de rotación en el descenso es de 495rpm, el motor debe desarrollar un par de frenado T_F , igual a:

$$T_F = \frac{P_{eje}}{\Omega_m} = \frac{-155kW}{495\pi/30} = -2990Nm.$$

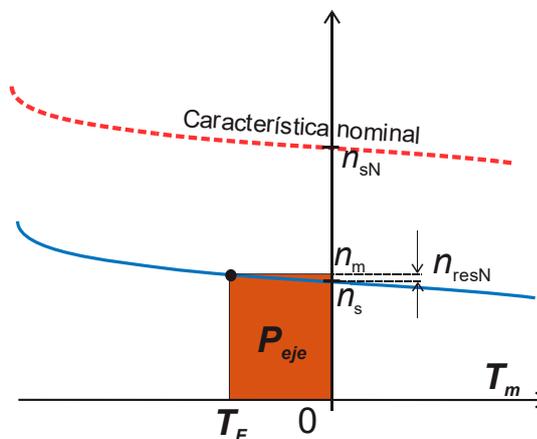
El par de frenado inducido es cercano al nominal. Como la cantidad de potencia mecánica es fija y corresponde al área de la Figura 5.40, reducir la velocidad de descenso implica aumentar el par de frenado de la máquina, lo que podría superar al valor nominal. Esto es posible en la medida que el tiempo en detener el descenso permita operar dentro del área segura del convertidor (Figura 5.30). De acuerdo con los resultados del ejemplo, recorrer 16m a esta velocidad implica un tiempo de 16 min en cuyo caso el motor podría requerir refrigeración asistida por estar rotando aproximadamente al 50% de su velocidad nominal y su auto refrigeración sea insuficiente.

Siendo la amplitud del par de frenado cercana al nominal (e independiente de la frecuencia), la velocidad de resbalamiento se toma igual al valor nominal. En el cuadrante de operación $\Omega_s < \Omega_m$, por lo tanto $\Omega_{res} = -9rpm$ y la frecuencia de alimentación debe ser:

$$f = \frac{p}{60} (n_{resN} + n_m) = \frac{1}{20} (-9 + 495) = 24,3Hz.$$

Figura 5.40

Punto de operación de freno regenerativo.



De (5.17) el resbalamiento porcentual toma el valor,

$$s\% = \frac{n_{res}N}{60f} p \times 100 = \frac{-9rpm}{20 \times 24,3Hz} \times 100 = -1,85\%.$$

La potencia eléctrica disponible en bornes del estator del motor se calcula tomando como eficiencia del motor la de chapa para el 100% de carga,

$$P_e = \eta_{motor} P_{eje} = 0,86 \times 155kW = 133,3kW.$$

Finalmente, si la potencia es reinyectada a la red y considerando una pérdida de potencia del convertidor entre el 10% al 20% de la potencia convertida, entonces en la peor condición la potencia disponible en la red será de aproximadamente 107kW. La energía inyectada durante el descenso es aproximadamente de 27kWh.

¿Freno dinámico o regenerativo?

Tanto en accionamientos de CC como de CA en la acción de freno dinámico la potencia eléctrica es gastada a través en una resistencia, mientras que la acción regenerativa consiste en devolver la potencia mecánica a la fuente eléctrica. En el Ejemplo 5.28 y Ejemplo 5.29 se mostró dos condiciones de frenado donde claramente en el primero se ajusta a un freno dinámico por la característica de cambio de velocidad mientras que el segundo la acción regenerativa es la que mejor se ajusta.

Instalación de freno regenerativo

La etapa inversora de un accionamiento de CA es naturalmente reversible ante el flujo de potencia proveniente del motor, el inversor actúa como rectificador¹⁰¹. En este caso la corriente media sobre el enlace de continua invierte su signo, por lo tanto, para que el frenado sea regenerativo la etapa rectificadora de entrada (*front-end*) debe ser capaz de invertir el flujo de potencia hacia la red. En aplicaciones donde la potencia de regeneración garantice la amortización de la instalación los accionamientos de CA emplean rectificación activa o rectificadores controlados con inversión de polaridad, como se presentan en la Figura 5.41a) y b), respectivamente.

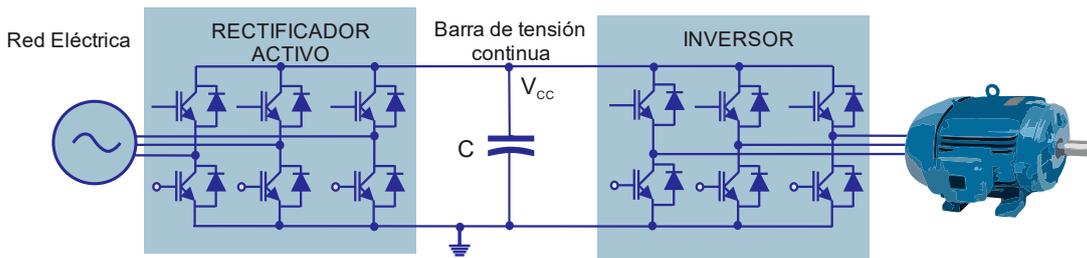
Los rectificadores activos de la Figura 5.41a) actúa como rectificador propiamente dicho cuando el MI actúa como motor. Además, posee la capacidad de controlar el factor de potencia presentado a la red. Cuando el MI ingresa en freno regenerativo la potencia fluye hacia la red y el rectificador activo funciona como inversor. Esta técnica admite procesos dinámicos rápidos cuando se trabaja con aceleración y desaceleración permanente como son grúas, bancos de prueba o cabrestantes. Los rectificadores con tiristores e inversión de polaridad

¹⁰¹ En el capítulo 3 se presentó que si los diodos de las llaves de un inversor poseen un ciclo de trabajo mayor que la propia llave se debe a que la mayor cantidad de tiempo circulará corriente por ellos proveniente de la carga en alterna.

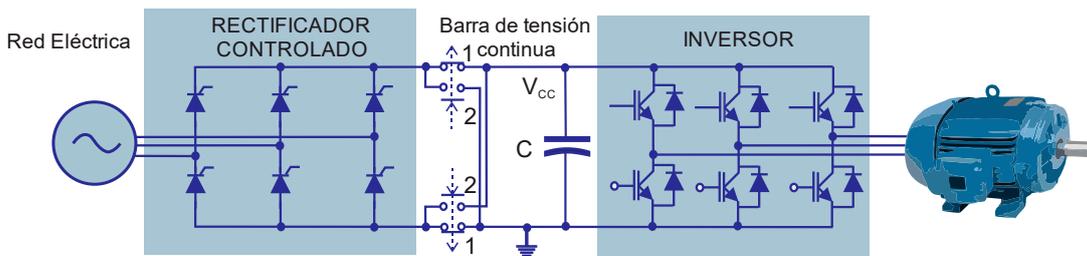
cambian el sentido del flujo de potencia mediante un conmutador a la salida del rectificador como se indica en la Figura 5.41b). Cuando la potencia fluye desde la red, el rectificador inyecta potencia al enlace de continua con los contactos en la posición **1**. Cuando la potencia debe fluir hacia la red, el selector de contactos debe estar en la posición **2** y el rectificador controlado opera como inversor. De este modo la corriente media se direcciona por el rectificador conservando la polaridad de V_{cc} .

Figura 5.41

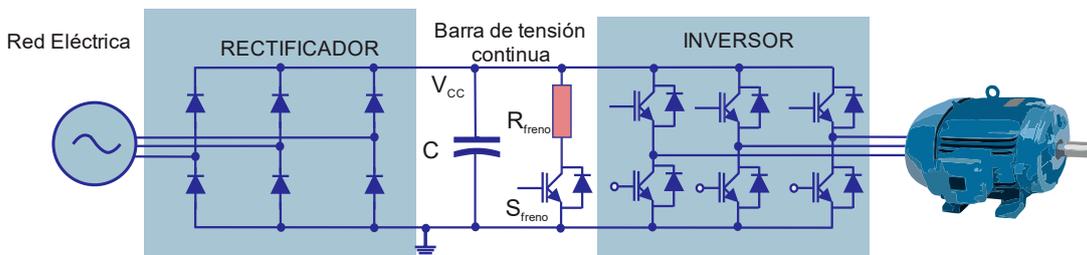
a) *Frenado regenerativo con rectificador activo.*



b) *Frenado regenerativo con rectificad y comando de conmutación.*



c) *Freno dinámico.*



Por su alto costo de instalación los equipos de regeneración se aplican a potencias superiores a los 100kW donde además de conservar parte de la energía, se reducen los costos sobre el gasto de la energía.

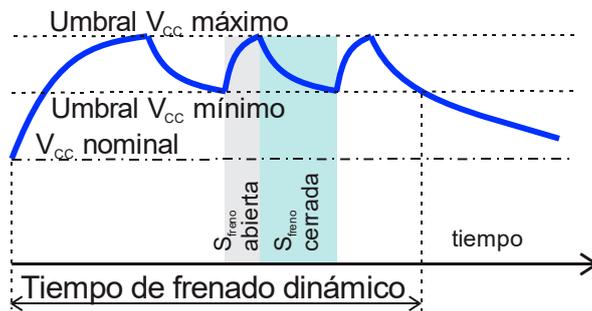
Instalación de freno dinámico

En la gran mayoría de las aplicaciones de los accionamientos de CA se emplea frenado dinámico como se muestra en la Figura 5.41c). Cuando la corriente de la barra de continua se invierte por la inyección de potencia desde el MI, el puente de diodos se bloquea y la energía se comienza a acumular en el capacitor aumentando la tensión V_{cc} como se representa en la Figura 5.42a). En condiciones de motor el convertidor trabaja con un nivel de

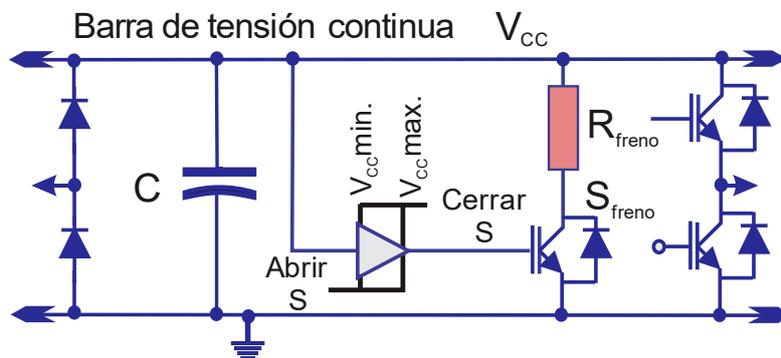
tensión V_{CC} nominal. La inyección de corriente media incrementa el valor de V_{CC} hasta alcanzar un umbral máximo¹⁰². En este nivel se cierra la llave S_{freno} conectando la resistencia de frenado R_{freno} de la Figura 5.41c). La potencia de frenado comienza a disiparse en R_{freno} y la tensión V_{CC} desciende hasta un umbral de tensión mínima para el cual se abre la llave S_{freno} . La Figura 5.42b) muestra mediante un comparador con histéresis el gobierno de apertura y cierre de la llave para mantener la tensión sobre V_{CC} en un valor promedio del 10% mayor a su valor nominal. Dependiendo de la potencia de frenado se establece el tiempo de encendido y apagado de S_{freno} ¹⁰³.

Figura 5.42

a) Tensión sobre la barra de continua durante la acción de freno dinámico.



b) Comparación con histéresis para el control de la tensión V_{CC} .



Ejemplo 5.30. Freno dinámico.

Un accionamiento actúa sobre una centrifugadora en la industria azucarera con un motor de 50HP, 2955rpm, 50Hz y 380VII_{rms}. La carga impone un par constante de 50Nm y la inercia total es de 2.5Kgm². Se debe calcular la R_{freno} necesaria para detener la centrifugadora en el menor tiempo posible sin superar el valor de 1.5T_N sobre el par de frenado del motor.

¹⁰² El umbral máximo de tensión está en función de la capacidad de tensión de bloqueo de las llaves del inversor y de la tensión máxima de trabajo del capacitor electrolítico sobre la barra de continua.

¹⁰³ Mientras la llave S_{freno} está en estado ‘encendida’ se emplea una conmutación de alta frecuencia con cierto ciclo de trabajo que ajusta un valor equivalente de resistencia de frenado

$$R_{F\text{equivalente}} = R_{Freno} \times \frac{t_{ON}}{T_{conmutación}}$$

Nuevamente considerando desaceleración constante, el tiempo de la rampa resulta de aplicar (5.85):

$$\Delta t = \frac{\pi}{30} \frac{2,5Kgm^2}{(50+1,5 \times 120)Nm} 2950rpm = 3,35seg.$$

La Figura 5.43 muestra las variables mecánicas en función del tiempo en la detención de la centrifugadora. La potencia en el instante inicial del freno dinámico es el producto de la velocidad por el par de frenado, alcanzando el valor de -55,6kW. La energía de frenado es el área bajo la curva de potencia,

$$E_{Freno} = \frac{P_{pico}}{2} \Delta t = \frac{V_{CCF}^2}{R_{Freno}} \Delta t, \tag{5.89}$$

siendo $P_{pico} / 2$ la potencia media gastada durante Δt e igual a la tensión media V_{CCF} al cuadrado dividido la R_{Freno} . Asumiendo un variador alimentado con tensión de línea de 380V_{rms}, la tensión nominal V_{CC} es de aproximadamente 500V. Asumiendo una sobre tensión del 10% mayor, durante la acción de frenado, resulta:

$$R_{Freno} = 2 \frac{V_{CCF}^2}{P_{pico}} = 2 \times \frac{(1,1 \times 500V)^2}{55,6kW} \cong$$

11Ω

La Figura 5.44 muestra resultados de simulación para tres tiempos diferentes de parada; 3,5seg, 4,5seg y 6seg. Se muestran, las rampas de desaceleración de la centrifugadora, el par inducido en el MI durante el freno y la corriente media sobre la barra de alimentación continua asumiendo que la tensión V_{CC} se mantiene en su valor nominal.

La cantidad de energía de frenado es independiente del tiempo empelado para frenar la máquina. Por lo tanto, cuanto mayor es el tiempo de parada menor es el par de frenado requerido y menor es la potencia de frenado pico. Considerando que V_{CC} no cambia durante el frenado, la potencia de frenado se refleja directamente sobre la corriente de la barra de continua.

En muchas aplicaciones donde el tiempo de detención no es un requerimiento estricto, podría elegirse lo suficientemente extenso para no ser necesario emplear una resistencia de frenado y la energía será absorbida por las pérdidas del propio convertidor.

Figura 5.43
Variables mecánicas del Ejemplo 5.30

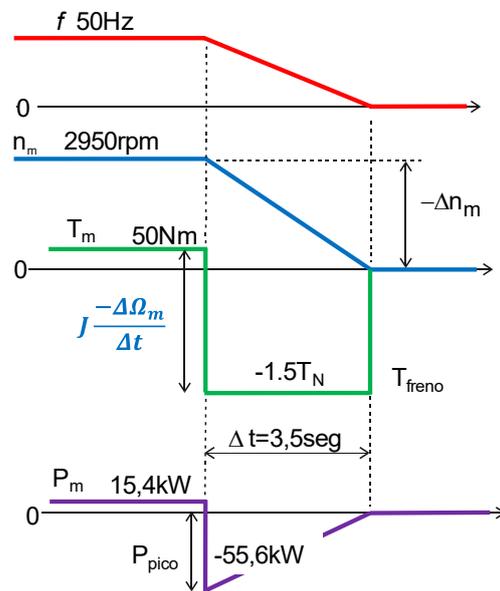
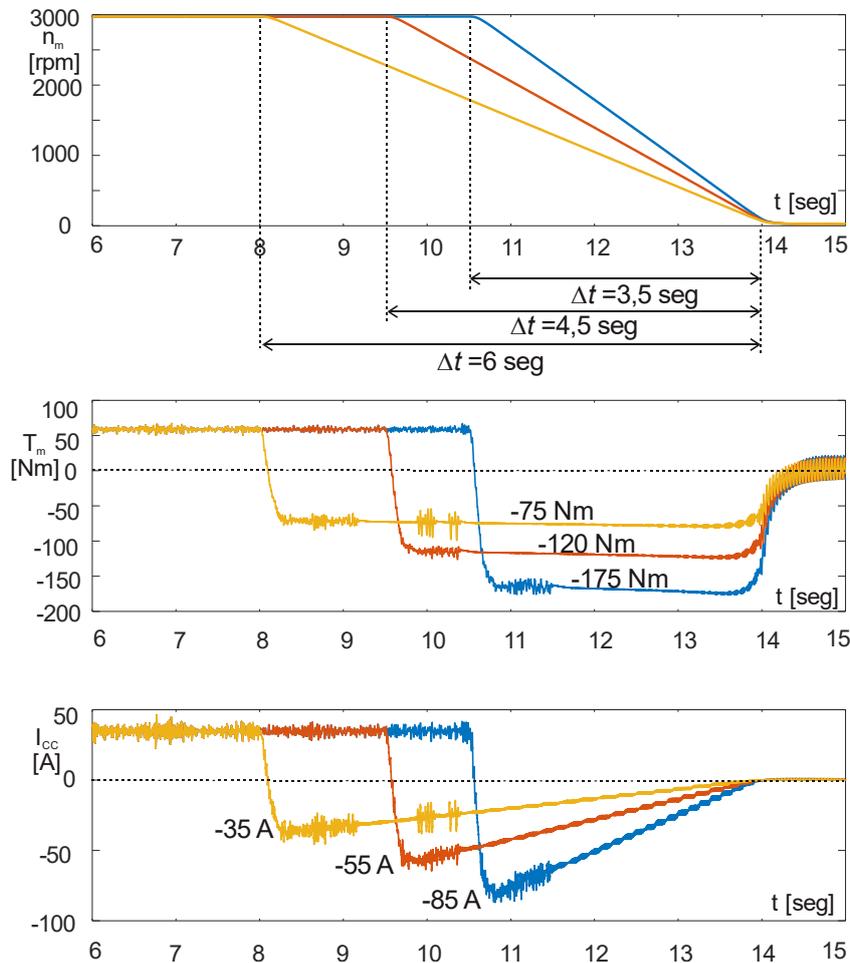


Figura 5.44

Resultados de simulación para la parada de la centrifugadora del Ejemplo 5.30 para tres intervalos de tiempos.



Regulación de la velocidad a lazo cerrado

El cambio de la velocidad del MI manteniendo la reacción constante entre el módulo de la tensión aplicada al motor y la frecuencia tiene un muy buen comportamiento en estado estacionario. La regulación de la velocidad aplicando esta técnica brinda una buena respuesta y simplicidad de diseño en muchas aplicaciones frente a perturbaciones de carga haciendo un *control escalar* del flujo mediante V/F .

Siendo el flujo en el entrehierro el resultado de la interacción entre los flujos estático y rotórico, en un proceso dinámico de cambio de velocidad o perturbaciones de cargas, no solo se perturba la amplitud del flujo neto, sino que también la posición del máximo en el entrehierro. El control escalar solo puede regular la amplitud, pero no puede corregir la posición del campo rotante. Dada la naturaleza vectorial de los flujos, para tener un control más preciso en un proceso dinámico del MI es necesario controlar no solo la magnitud de flujo, sino que también

controlar la posición relativa en el entrehierro, para regular con precisión la velocidad. En aplicaciones donde la regulación de la velocidad es crítica se requiere de un *control vectorial* del flujo.

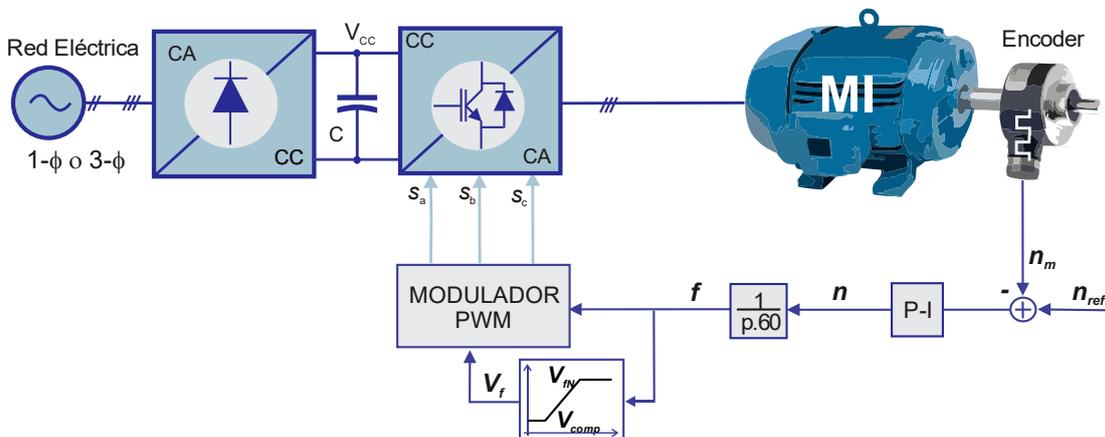
Control escalar de la velocidad

La Figura 5.45 muestra el esquema de control de velocidad de lazo cerrado mediante la técnica escalar V/F de la velocidad. Un encoder¹⁰⁴ mide la velocidad del eje (n_m) y se compara con la velocidad de referencia (n_{ref}), la salida del controlador (en general proporcional e integral (P-I)) genera la frecuencia de referencia (entrada del variador de velocidad). El modulador PWM¹⁰⁵ emplea la tensión proporcional a la frecuencia para generar las señales s_a , s_b y s_c de comando al inversor.

Suele sumarse a la salida del controlador una señal proveniente de un limitador de corriente que reduce la acción de control si la corriente estática excede un valor límite máximo. Si la referencia de velocidad crece bruscamente, dada la inercia del sistema, se produce una señal de error que puede demandar un alto par de aceleración. Cuando se alcanza el límite de corriente se asegura que la corriente demandada por el motor quede acotada, y el par motor resulta constante hasta alcanzar la velocidad de referencia. Durante esta condición de aceleración se pierde el control de velocidad hasta que la corriente del motor este por debajo del límite.

Figura 5.45

Esquema de control escalar V/F con lazo cerrado de la velocidad.



Modelo dinámico simplificado

Un modelo dinámico del MI preciso contempla no solo la dinámica mecánica, sino que también debe representar el comportamiento dinámico eléctrico del motor. Para ello es necesario

¹⁰⁴ No se distingue si es un encoder absoluto (de medición de velocidad) o diferencial (con detección de sentido de rotación).

¹⁰⁵ El modulador PWM indicado no necesariamente es sinusoidal, pueden ser: sinusoidal con inyección de 3er armónico, multipulso o uniforme o vectorial.

desacoplar los efectos interactivos entre los circuitos estático y rotórico. Si la dinámica mecánica es dominante sobre la eléctrica, se puede plantear un modelo simplificado del MI usando como referencia los resultados obtenidos del modelo dinámico sobre el motor de continua.

Tomando la relación (5.59) para resbalamientos muy pequeños, mientras V/F sea constante a flujo nominal, las variaciones de velocidad del eje con el par motor y la velocidad sincrónica $\left(\frac{2\pi}{p} f\right)$ alrededor de un punto de operación, se puede expresar como:

$$\tilde{\omega}_m \approx \frac{2\pi}{p} \tilde{f} - \frac{1}{K_m} \tilde{T}_m, \tag{5.90}$$

con $K_m = \frac{3p^2}{R_r} \frac{(V_f N / f N)^2}{4\pi^2}$.

El modelo del motor de continua con excitación independiente a flujo nominal, considerando procesos lentos que solo involucre la dinámica mecánica, puede también expresarse a través de la variación de velocidad en función de las variaciones del par mecánico y de la tensión de armadura en un punto de operación (ver Capítulo 4), así:

$$\tilde{\omega}_m = \frac{1}{K_E} \tilde{v}_a - \frac{R_a}{K_E K_T} \tilde{T}_m. \tag{5.91}$$

Además, la ecuación mecánica común para ambos motores toma la forma:

$$\tilde{T}_m(t) = J \frac{d\tilde{\omega}_m(t)}{dt} + B\tilde{\omega}_m(t) + \tilde{T}_L(t). \tag{5.92}$$

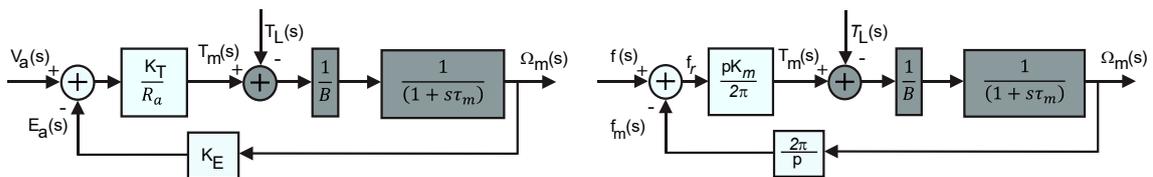
Donde J es la inercia del sistema, B el coeficiente de roce viscoso y \tilde{T}_L las variaciones de par de carga.

Figura 5.46

Modelo con dinámica mecánica:

a) *motor de continua,*

b) *motor de inducción.*



Las ecuaciones (5.90) y (5.91) tienen la misma forma, donde la velocidad sincrónica del MI es análoga a la velocidad de vacío del motor de continua $\left(\frac{1}{K_E} \tilde{v}_a\right)$, así como la tensión de armadura controla la velocidad en el motor de continua, análogamente la frecuencia lo hace sobre el motor de inducción. Las ecuaciones (5.90) y (5.91) también pueden ser representadas a través de diagramas en bloques como se presenta en la Figura 5.46a) para el motor de continua y en la Figura 5.46b) para el motor de inducción, considerando solo la dinámica mecánica. En el motor de continua la referencia de su lazo interno es la tensión de armadura, mientras que, para el motor de inducción, es la frecuencia. Como se aprecia en la Figura 5.46b) la diferencia entre la

frecuencia de referencia y la equivalente a la velocidad del motor (f_m) resulta en la frecuencia eléctrica (f) inducida en el rotor.

Considerando $B \cong 0$, la función de transferencia del MI entre la velocidad y la frecuencia, sin variaciones del par de carga, toma la forma,

$$G_{MI} = \left. \frac{\Omega_m}{f} \right|_{T_L=0} = \frac{p/2\pi}{\left(s \frac{J}{K_m} + 1\right)} \tag{5.93}$$

Por otro lado, la función de transferencia entre las variaciones del par de carga respecto de la velocidad, manteniendo la frecuencia fija resulta:

$$\left. \frac{\Omega_m}{T_L} \right|_{f=0} = \frac{-1/K_m}{\left(s \frac{J}{K_m} + 1\right)} \tag{5.94}$$

Como se desprende de (5.93) y de (5.94), el modelo simplificado del MI alrededor de un punto de trabajo es de primer orden definido por la constante mecánica del motor $\tau_M = J/K_m$.

Ejemplo 5.31: Diseño de un PI para un lazo de velocidad

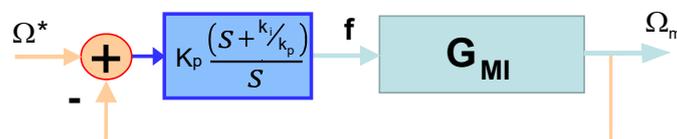
El accionamiento de la Figura 5.45 emplea un motor cuyas características son: $P_N = 37\text{kW}$, 50Hz , $V_N = 380\text{V} / 67\text{A}$, 4 polos (Ejemplo 5.20). Si el motor está cargado con 40Nm independientemente de la velocidad, siendo $J = 2.5\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ y asumiendo que el roce es despreciable, diseñar un controlado P-I para que el ancho de banda resulte dos décadas por debajo del polo mecánico del motor.

La Figura 5.47 muestra el esquema del lazo de velocidad con realimentación unitaria empleando un controlador proporcional e integral ($PI = k_p + \frac{k_i}{s}$) siendo G_{MI} la función de transferencia del MI, dada por (5.93). La ganancia de lazo toma la expresión,

$$G_{lazo} = \frac{k_i}{(2\pi/p)s} \frac{1}{\left(s \frac{J}{K_m} + 1\right)} \tag{5.95}$$

Figura 5.47

Lazo cerrado de velocidad con control PI.



Tomando el cero coincidente con el polo del motor, resulta:

$$G_{lazo} = \frac{k_i}{(2\pi/p)s} \quad \text{y} \quad \frac{k_p}{k_i} = \frac{J}{K_m}$$

El ancho de banda del control de velocidad se cumple a la frecuencia de corte (ω_c) donde $G_{lazo}(j\omega_c) = 0\text{db}$, tal que:

$$k_i = \frac{2\pi}{p} \omega_c \quad \text{y} \quad k_p = \frac{J}{K_m} k_i.$$

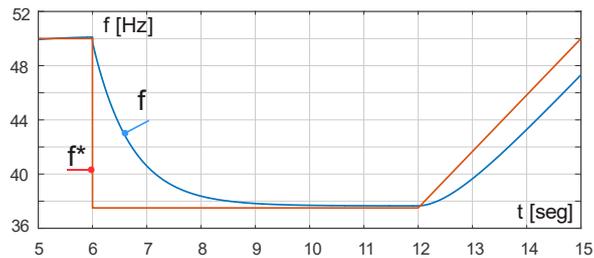
Si se toma $\omega_c = \frac{1}{100} \frac{K_m}{J}$, siendo $p = 2$ y $K_m = 114 \text{Nmseg}$, entonces:

$$k_i = \frac{\pi}{100} \frac{K_m}{J} = \frac{\pi}{100} \frac{114 \text{Nmseg}}{2,5 \text{kgm}^2} = 1,4 \quad \text{y} \quad k_p = \frac{\pi}{100} = 0,03.$$

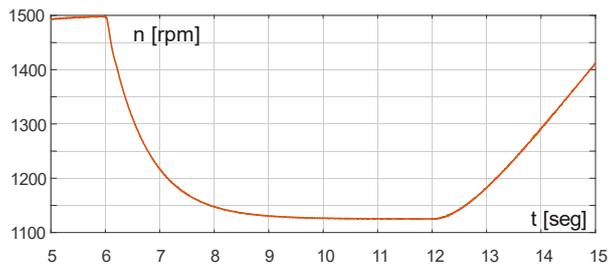
Figura 5.48

Respuesta temporal control de velocidad:

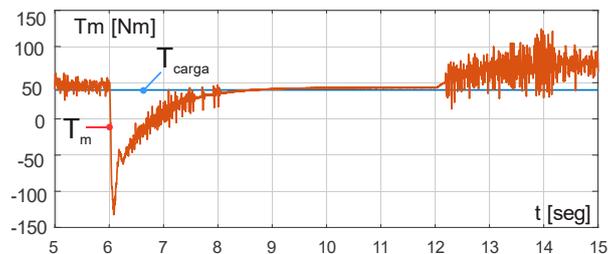
a) *Frecuencia.*



b) *Velocidad.*



c) *Par motor.*



Los resultados de simulación aplicando el diseño de control se muestra en la Figura 5.48a) el perfil de frecuencia de referencia f^* aplicada al control y la f (salida del controlador) resultante aplicada al accionamiento, en la Figura 5.48b) la velocidad del motor y en la Figura 5.48c) el par motor inducido T_m junto al par de carga.

La ganancia de lazo cerrado resulta en una respuesta de primer orden de la velocidad frente al cambio súbito en la referencia de frecuencia. Mientras que el par de desaceleración toma un pico negativo cercano al 150% del valor de carga. Luego, se emplea una rampa ascendente sobre la referencia cuya respuesta de la frecuencia aplicada al accionamiento presenta un error de estado estacionario, dada la característica integral del controlador. La velocidad del motor

consigue seguir la rampa de crecimiento y el par de aceleración del motor toma un valor constante de amplitud reducida.

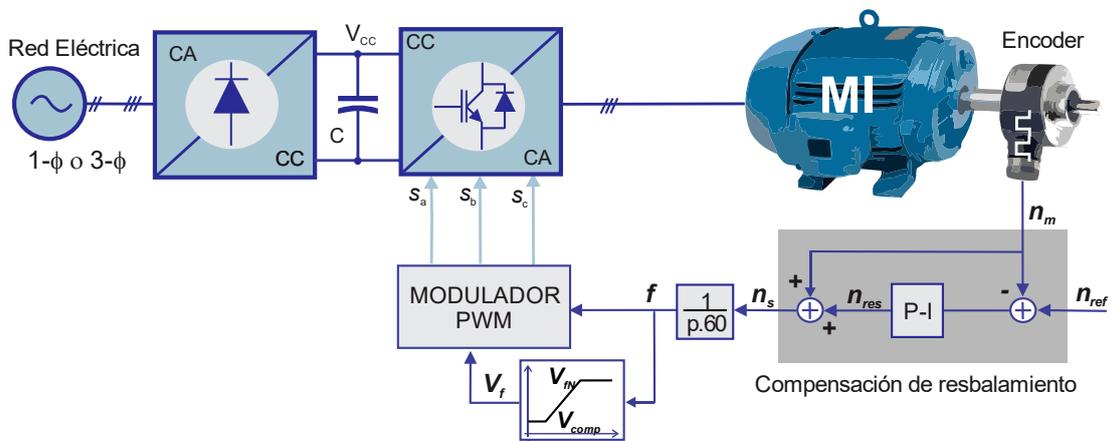
Lazo cerrado con regulación del resbalamiento

Una respuesta rápida de la velocidad frente a un escalón de la referencia requiere un par de aceleración muy alto, pero sobre todo es necesario mantener la velocidad de resbalamiento en valores pequeños para que la velocidad del motor siga las variaciones de la velocidad de sincronismo. Mediante el control simple de la velocidad es muy difícil adquirir una mayor rapidez de respuesta. Para mejorar la respuesta del lazo de velocidad se practica el control de la velocidad de resbalamiento.

La Figura 5.49 muestra el esquema de lazo cerrado con regulación o compensación de la velocidad de resbalamiento. Si la velocidad medida del motor se suma a la salida del controlador PI y se aplica al convertidor como frecuencia de sincronismo, el control resulta sobre la velocidad de resbalamiento n_{res} .

Figura 5.49

Esquema de control con control de resbalamiento.



Cuando se aplica un escalón en la referencia de velocidad (n_{ref}), se refleja en un primer instante sobre la acción de control (o velocidad de resbalamiento) provocando un cambio en la frecuencia sobre el accionamiento y acotando la diferencia entre la velocidad del eje y la de sincronismo.

Tomando la Figura 5.50a) se puede hacer una descripción gráfica cualitativa de la respuesta del control. El punto 1 de operación corresponde al estado estacionario previo a un escalón ascendente de referencia. El control de la velocidad de resbalamiento produce un valor $+\Delta n_{res}$ que cambia rápidamente la característica par-velocidad del motor de f_1 a f_2 , provocando un salto instantáneo de operación al punto 2. De acuerdo con el resultado obtenido en (5.71) el par motor resulta proporcional a la velocidad de resbalamiento, por lo tanto este lazo cerrado funciona como

un control del par motor, produciendo un par de aceleración ΔT_{ace} limitado. El transitorio termina cuando se alcance el punto **3** de operación.

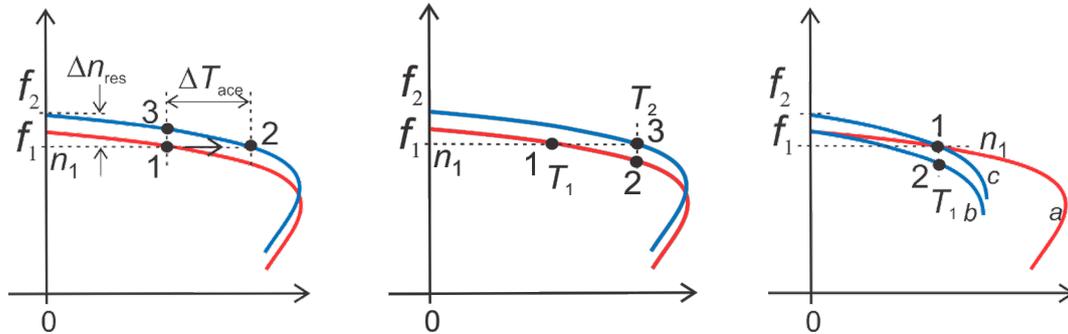
Figura 5.50

Acciones correctoras del control de velocidad frente a cambio súbito de:

a) *referencia de vel.,*

b) *carga mecánica,*

c) *de tensión de fase*



Debido a que la velocidad del motor no cambia súbitamente (por la inercia mecánica) se produce un salto al punto 2 de operación. El incremento de velocidad de resbalamiento $+\Delta n_{res}$ también es súbito pero limitado por el controlador, por lo que desarrolla (y con ello la corriente del motor) pero que acelera rápidamente hasta alcanzar el nuevo estado estacionario 3.

Cuando se produce un aumento en la demanda de carga, como se representa en la Figura 5.50b), el estado de operación cambia del punto 1, correspondiente al estado de carga T_1 , al punto 2, correspondiente al estado de carga T_2 . La velocidad tiende a reducirse, pero el control genera un incremento de la velocidad de resbalamiento corrigiendo a la característica f_2 para que la velocidad se mantenga a su valor de referencia, alcanzando el punto 3.

Finalmente, suele ocurrir que la tensión de alimentación del variador se reduce, introduciendo cambios sobre la característica de funcionamiento, como una perturbación al control. La Figura 5.50c) muestra el efecto de la reducción de la tensión de fase sobre el motor, modificando las características de la a a la b a la frecuencia f_1 y con ello el cambio del punto 1 al punto 2 de operación. La velocidad de resbalamiento crece y mediante el control se incrementa la frecuencia al valor f_2 para retomar al punto 1 de operación sobre la nueva característica c .

Modelo dinámico con compensación de resbalamiento

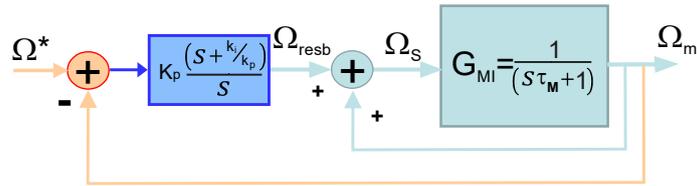
Empleando el modelo correspondiente a la dinámica mecánica dominante del MI, el esquema de control de lazo cerrado con control de compensación se muestra en la Figura 5.51. Se establece un lazo interno que define una función de transferencia entre la velocidad del eje del motor respecto de la velocidad de resbalamiento.

Aplicando (5.93) y operando algebraicamente, resulta la función de transferencia:

$$\frac{\Omega_m}{\Omega_{resb}} = \frac{1}{s\tau_M} \tag{5.96}$$

Figura 5.51

Esquema de lazo cerrado con control de resbalamiento.



Para el diseño del controlador PI se emplea la misma técnica utilizada en el diseño de lazo de corriente interno del accionamiento de CC (Capítulo 4). Tomando la ganancia de lazo de la velocidad,

$$G_{\Omega\text{lazo}} = \frac{K_m k_p}{J} \frac{\left(s + \frac{k_i}{k_p}\right)}{s^2}. \quad (5.97)$$

Similar al lazo de corriente aparece un polo doble en el origen que impone una fase a bajas frecuencias de $-\pi$ radianes. Por lo tanto se diseñará el cero del PI tal que introduzca un adelanto de fase suficiente para que a la frecuencia de corte $|G_{\Omega\text{lazo}}(\omega_C)| = 1$ y presente un margen de fase (MF) positivo con suficiente amplitud,

$$\left| \frac{K_m k_p}{J} \frac{\left(s + \frac{k_i}{k_p}\right)}{s^2} \right|_{s=j\omega_C} = 1, \quad (5.98)$$

$$\angle \left(\frac{K_m k_p}{J} \frac{\left(s + \frac{k_i}{k_p}\right)}{s^2} \right) \Bigg|_{s=j\omega_C} = -180^\circ + MF_{s=j\omega_C}. \quad (5.99)$$

Ejemplo 5.32: Lazo con compensación de resbalamiento

El lazo de control cerrado de velocidad del Ejemplo 5.31 se modifica de acuerdo con el esquema de la Figura 5.49. Se ajustan las constantes k_i y k_p del PI de modo de obtener una mejora en la respuesta temporal frente al mismo cambio de referencia sobre la frecuencia.

Los resultados de simulación se muestran en la Figura 5.52a) sobre la frecuencia, en la Figura 5.52b) sobre la velocidad y en Figura 5.52c) sobre el par inducido. Empleando una misma ganancia proporcional $k_p=0,13$ se comparan dos respuestas para diferentes valores de k_i : 0,1 en línea llena y 0,4 en línea punteada. También se acompaña en línea a trazos el resultado sin compensación de resbalamiento (Ejemplo 5.31).

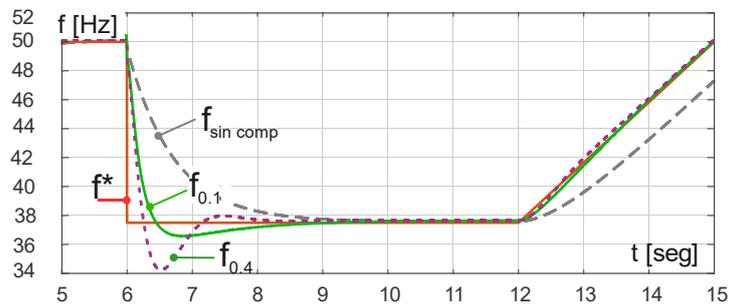
Si bien la comparación con la respuesta del Ejemplo 5.31 se realiza con valores de las constantes del PI diferentes, se puede observar que en el esquema de control de resbalamiento se aumentó la ganancia proporcional y se redujo la ganancia de integración para acelerar la respuesta, respecto del control sin compensación. Con estos valores se mantiene el resbalamiento pequeño frente al escalón de referencia como se aprecia en las Figura 5.52a) y b). Mientras que estos valores del controlador, en el control sin compensación, resulta difícil conseguir una respuesta estable.

El control de resbalamiento mejora significativamente el seguimiento de la rampa de referencia. Se observa un cambio de la frecuencia aplicada al accionamiento muy apareada a la de referencia. El error de estado estacionario es compensado con la suma directa de la velocidad a la salida del control. Por otro lado, el pico del par de aceleración resulta elevado respecto del control sin compensación, lo cual resulta lógico si la aceleración del motor se incrementa.

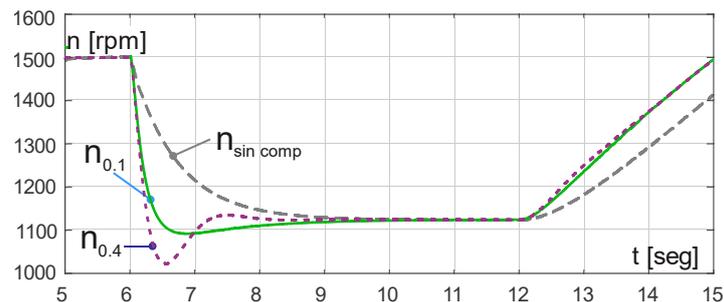
Figura 5.52

Respuesta temporal con control de velocidad de resbalamiento con diferentes ganancias de los controladores (línea punteada control de resbalamiento con $k_p= 0.13$ y $k_i= 0,4$; Línea a trazos control sin compensación $k_p= 0.03$ y $k_i= 1,4$):

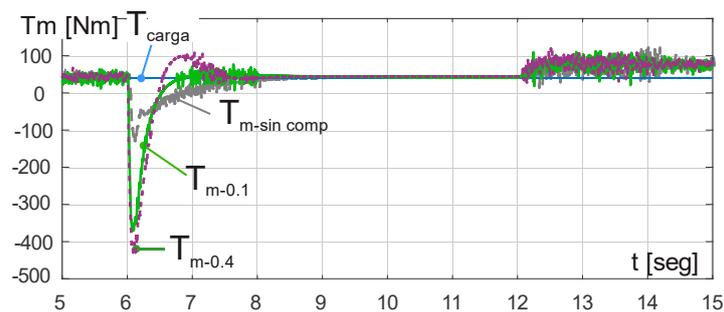
a) Frecuencia.



b) Velocidad.



c) Par inducido.



Apéndice A

Conversión de unidades

En el cuadro siguiente se establecen las leyes básicas que gobiernan los movimientos rectilíneo y rotacional uniforme y uniformemente acelerado.

	<i>Movimiento Rectilíneo</i>	<i>Movimiento Rotacional</i>
1^{er} Ley de Newton	$\sum F = 0, \quad \frac{dv}{dt} = 0,$	$\sum T = 0, \quad \frac{d\omega}{dt} = 0,$
	<i>En movimiento uniforme la suma de fuerzas es igual a cero</i>	<i>En movimiento uniforme la suma de torques o pares de torsión es igual a cero</i>
	$v = \frac{dx}{dt} = cte$ v [m/seg] velocidad rectilínea	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = cte$ ω [rad/seg] velocidad angular
2^{da} Ley de Newton	$\sum F = m \times a, \text{ [N]} = \text{[Kg]} \times \text{[m/seg}^2\text{]}$	$\sum T = J \times \alpha, \text{ [Nm]} = \text{[Kg.m}^2\text{]} \times \text{[rad/seg}^2\text{]}$
	<i>En aceleración uniforme la suma de fuerzas es distinta de cero</i>	<i>En aceleración uniforme la suma de pares es distinta de cero</i>
	$a = \frac{dv}{dt}$ m [kg]: masa del cuerpo a [m/seg ²]: aceleración	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ J [Kg.m ²]: momento de inercia α [rad/seg ²]: aceleración angular
Diferencial de Trabajo	$dW = (\sum F) \times dx, \text{ [Joul]}$	$dW = (\sum T) \times d\theta, \text{ [Joul]}$
Cambio de Energía	$dW = m \times v \times \frac{dv}{dt}$ $\Delta W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2), \text{ [Joul]}$	$dW = J \times \omega \times \frac{d\omega}{dt}$ $\Delta W = \frac{1}{2} J (\omega_2^2 - \omega_1^2), \text{ [Joul]}$

<p>Potencia</p>	$p = \frac{dW}{dt} [W]$ $p = (\sum F) \times \frac{dx}{dt} = (\sum F) \times v$ $p = (\sum T) \times \frac{d\theta}{dt} = (\sum T) \times \omega$
<p>Vínculo Mecánico</p>	$T = F \times r, [Nm] = [N] \times [m]$ $v = \omega \times r, [m/seg] = [rad/seg] \times [m]$
<p>Conversión de Reductores</p>	<p>Piñón / Corona: $\sigma = \frac{r_{piñon}}{r_{corona}} = \frac{Z_{piñon}}{Z_{corona}} = \frac{\omega_{corona}}{\omega_{piñon}} = \frac{T_{piñon}}{T_{corona}}$</p> <p>Tornillo <i>sin fin</i> / Corona: $\sigma = \frac{\omega_{sin-fin} \times Ne}{\omega_{corona} \times Z_{corona}}$</p> <p>$r_{piñon}$ [m]: radio del piñón solidario al eje del motor r_{corona} [m]: radio de la corona solidario al eje de la carga $Z_{piñon}$: N° de dientes del piñón Z_{corona} : N° de dientes de la corona Ne: N° de entradas (helicoidales) del tornillo sin fin</p>
<p>Conversión de Inercias</p>	$T_{corona} = F \times r_{corona} = m \times a \times r_{corona}$ $T_{corona} = m \times r_{corona} \times \frac{dv_{corona}}{dt} = m \times r_{corona}^2 \times \frac{d\omega_{corona}}{dt}$ $J_{equivalente} = m \times r_{corona}^2$

Apéndice B

Factor de potencia

Definición y relaciones

Se comienza definiendo la potencia instalada como el producto de la tensión eficaz de la tensión de red por el valor eficaz de la corriente.

$$S = V_{rms} I_{rms}. \quad (B-1)$$

Este valor representa la capacidad máxima de potencia que un sistema puede suministrar a una carga.

Debido a que las cargas no son puramente resistivas y que las no linealidades introducen armónicos de corrientes, la forma de onda de la corriente puede expresarse a través de la serie de Fourier como:

$$i(t) = I_{rms(1^\circ)} \sin(\omega_m t \mp \varphi_1) + \sum_{h=2}^{\infty} I_{rms(h^\circ)} \sin(h\omega_m t \mp \varphi_{h^\circ}) \quad (B-2)$$

Para medir el grado de cambio de la forma de onda respecto de una senoide, se define el factor de forma como el cociente entre el valor eficaz de la componente fundamental ($I_{rms(1^\circ)}$) respecto de su valor eficaz total (I_{rms}),

$$FF = \frac{I_{rms(1^\circ)}}{I_{rms}}. \quad (B-3)$$

Cuando la carga no es completamente resistiva e introduce armónicos en la corriente, la energía demanda de la red no es completamente gastada en la carga, sino que parte de la demanda tiene un carácter reactivo que produce pérdidas, resonancias y otros efectos que desmejoran la calidad de la tensión sobre la red.

Para medir el grado de utilidad de la potencia instalada se define el factor de potencia como el cociente entre la potencia gastada respecto de la instalada,

$$FP = \frac{P}{S}. \quad (B-4)$$

Asumiendo que la tensión de la red es sinusoidal aún en presencia de armónicos de corriente, la potencia consumida por la carga no lineal toma el valor:

$$P = V_{rms} I_{rms(1^\circ)} \cos(\varphi_{1^\circ}). \quad (B-5)$$

Reemplazando (B-1) y (B-5) en (B-4), resulta

$$FP = \frac{V_{rms} I_{rms(1^\circ)} \cos(\varphi_{1^\circ})}{V_{rms} I_{rms}} = FF \times FD, \quad (B-6)$$

Siendo $FD = \cos(\varphi_1^\circ)$, y se lo define como factor de desplazamiento. En el caso de una carga lineal $FF = 1$, por lo tanto, el $FP = FD$ como se estudia en sistemas lineales en régimen sinusoidal permanente.

Apéndice C

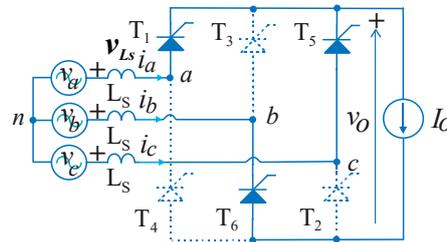
Reducción de la tensión media sobre convertidores a frecuencia de red

Efecto de L_s

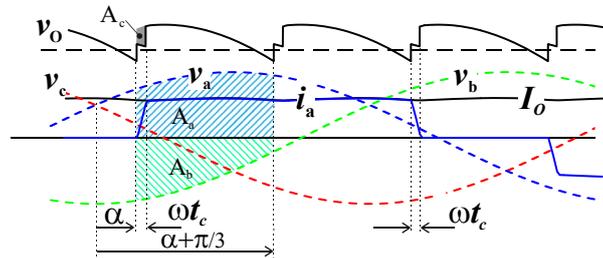
La presencia de la inductancia L_s sobre el lado de la red introduce un tiempo de conmutación de la corriente durante el cambio de conducción entre dos diodos o tiristores. Considerando la conmutación de corriente en un rectificador controlado de dos cuadrantes desde el T_5 a T_1 como se indica en la Figura C-53a) sobre el circuito resultante durante el tiempo de conmutación t_c .

Figura C-53

a) Conmutación de corriente I_o del tiristor T_5 al T_1 .



b) Corriente de línea i_a y tensión de salida v_o .



Mientras ambos tiristores conducen se produce una caída de tensión en cada inductancia L_s en cada línea, el valor sobre la fase a toma la expresión,

$$v_{L_s} = L_s \frac{di_a}{dt}. \quad (C-7)$$

De modo que la tensión sobre la salida del convertidor v_o durante el intervalo de conmutación t_c , se expresa:

$$v_o = v_a - v_{L_S} - v_b. \quad (C-8)$$

La Figura C-53b) se presenta la conmutación de corriente reflejada sobre la corriente de línea i_a y la tensión de salida resultante en un semiciclo aproximadamente de la corriente de línea sobre la fase a.

El valor medio de la tensión de salida considerando (C-8), resulta:

$$V_o = \frac{3}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/3} v_o d\omega t = \frac{3}{\pi} \left[\int_{\alpha}^{\alpha+\pi/3} v_a d\omega t - \int_{\alpha}^{\alpha+\omega t_c} v_{L_S} d\omega t - \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/3} v_b d\omega t \right]. \quad (C-9)$$

Cada una de las integrales corresponden a las áreas de las tensiones de fase y de la caída sobre L_S . Donde:

$$A_a = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/3} v_a d\omega t, \quad (C-10A)$$

$$A_b = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/3} v_b d\omega t \quad (C-4B)$$

La diferencia $A_a - A_b$ corresponde a la tensión media V_o con $L_S = 0$. La integral

$$A_c = \int_{\alpha}^{\alpha+\omega t_c} v_{L_S} d\omega t, \quad (C-11)$$

y reemplazando por (C-7),

$$A_c = \omega L_S \int_0^{I_o} di_a = \omega L_S I_o. \quad (C-12)$$

Agrupando los resultados, (C-9) queda:

$$V_o = \frac{3}{\pi} [A_a - A_b - A_c] = \frac{3}{\pi} (V_{ll} \cos \alpha - \omega L_S I_o). \quad (C-13)$$

Siendo V_{ll} la tensión pico de línea.

El efecto que la inductancia de línea produce sobre la tensión de salida en un convertidor puente de dos cuadrantes monofásico puede ser obtenida a partir del resultado previo. Por lo tanto, se puede plantear que

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} v_o d\omega t = \frac{1}{\pi} \left[\int_{\alpha}^{\alpha+\pi} V_i \sin(\omega t) d\omega t - \int_{\alpha}^{\alpha+\omega t_c} v_{L_S} d\omega t \right] \quad (C-14)$$

En un convertidor controlado monofásico la corriente de línea cambia de $-I_o$ a $+I_o$ por lo tanto:

$$\int_{\alpha}^{\alpha+\omega t_c} v_{L_S} d\omega t = \omega L_S \int_{-I_o}^{+I_o} di_i = 2\omega L_S I_o \quad (C-15)$$

Finalmente

$$V_o = \frac{2}{\pi} (V_i \cos \alpha - \omega L_S I_o). \quad (C-16)$$

Para el caso particular de $\alpha = 0$ sobre (C-13) y (C-16) resultan los valores medios de tensión un rectificador no controlado puente trifásico y monofásico, respectivamente.

Apéndice D

Campo rotante

Vector espacial de la fuerza magnetomotriz

Como se describió en el capítulo 5 la fuerza magnetomotriz total en el entrehierro de una máquina asincrónica es la suma de las fuerzas magnetomotrices por fase,

$$fmm_t(\theta, t) = fmm_a(\theta, t) + fmm_b(\theta, t) + fmm_c(\theta, t). \quad (D-1)$$

Cada una de las *fmm*s se expresan como,

$$\begin{aligned} fmm_a(\theta, t) &= i_a(t) \cdot \frac{N}{2} \cdot \cos(\theta), \\ fmm_b(\theta, t) &= i_b(t) \cdot \frac{N}{2} \cdot \cos\left(\theta + \frac{1}{p} \cdot \frac{2}{3} \pi\right), \\ fmm_c(\theta, t) &= i_c(t) \cdot \frac{N}{2} \cdot \cos\left(\theta + \frac{1}{p} \cdot \frac{4}{3} \pi\right) \end{aligned} \quad (D-2)$$

a la vez pueden ser representadas por un vector de amplitud igual al producto entre la corriente del arrollamiento y el número de vueltas. Cada amplitud máxima se ubica en el eje de su fase correspondiente. Por lo tanto, definiendo $\beta = \frac{1}{p} \cdot \frac{2}{3} \pi^{106}$, (D-2) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{Fmm}_a(t) &= i_a(t) \cdot \frac{N}{2} e^{j0}, \\ \overrightarrow{Fmm}_b(t) &= i_b(t) \cdot \frac{N}{2} e^{j\beta}, \\ \overrightarrow{Fmm}_c(t) &= i_c(t) \cdot \frac{N}{2} e^{j2\beta}. \end{aligned} \quad (D-3)$$

En forma vectorial la expresión (D-1) resulta,

$$\overrightarrow{Fmm}_t(t) = \frac{N}{2} [i_a(t) + i_b(t) \cdot e^{j\beta} + i_c(t) \cdot e^{j2\beta}] = \frac{N}{2} \cdot \overrightarrow{i}_e(t). \quad (D-4)$$

El factor entre corchetes $\overrightarrow{i}_e(t)$ se define como un *vector espacial* de corriente estatórica que representa una distribución de corriente sinusoidal espacial, rotando a la velocidad de sincronismo,

$$\overrightarrow{i}_e(t) = i_a(t) + i_b(t) \cdot e^{j\beta} + i_c(t) \cdot e^{j2\beta}.$$

Este vector espacial posee tres componentes, en las direcciones del *eje a*, del *eje b* y del *eje c*. El vector espacial puede ser compuesto por su parte real e imaginaria,

$$\begin{aligned} Re[\overrightarrow{i}_e(t)] &= i_a(t) + i_b(t) \cdot \cos \beta + i_c(t) \cdot \cos 2\beta \\ Im[\overrightarrow{i}_e(t)] &= i_b(t) \cdot \sin \beta + i_c(t) \cdot \sin 2\beta \end{aligned} \quad (D-5)$$

¹⁰⁶ 'p' pares de polos

Considerando corrientes correspondientes a un sistema trifásico balanceado y equilibrado de pulsación eléctrica ω ,

$$\begin{aligned}i_a(t) &= I \cos(\omega t) \\i_b(t) &= I \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\i_c(t) &= I \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)\end{aligned}\tag{D-6}$$

Aplicando (D-6) en (D-5) y operando algebraicamente, resulta el vector espacial,

$$\vec{i}_e(t) = \frac{3}{2} I e^{j\omega t}.$$

Su amplitud es el 1,5 veces superior a la amplitud de las corrientes máximas en cada fase. La fase del vector no es fija, sino que cambia con la pulsación de excitación.

Reemplazando en (D-4) este resultado, resulta el vector de fuerza magnetomotriz producida por tres arrollamientos distribuidos en el estator de la máquina y excitados con corrientes sinusoidales,

$$\overrightarrow{Fmm}_t(t) = \frac{3}{2} \cdot \frac{N}{2} I e^{j\omega t} = \frac{3}{2} \cdot F_{mx} e^{j\omega t} = F_{mxt} e^{j\omega t}.\tag{D-7}$$

Tal cómo se describió en el capítulo 5 se establece una distribución de flujo¹⁰⁷ a partir de la fuerza magnetomotriz representada por (D-7).

¹⁰⁷ El flujo en el entrehierro es el resultado de la fuerza magnetomotriz aplicada a la reluctancia del entrehierro, según lo establece la Ley de Hopkinson.

Bibliografía

- A. Alagappan, (2019), *Power Semiconductors: Past, Present, and Future*. Electronic Design, July 15, 2019.
- A.B. Bautista y A.L. Blanco, (2007), *Problemas de Electrónica de Potencia*, Person Prentice Hall.
- A. E. Fitzgerald, CH. Kingsley, S.D. Umans, (n.d.), *Máquinas Eléctricas*. Mc Graw Hill 6ta edición.
- A. Emadi, (2005), *Handbook of Automotive Power Electronics and Motor Drives*. CRC Press, ISBN 9780824723613.
- A. Hmed Elasser y T.P. Chow, (2002), Silicon Carbide Benefits and Advantages for Power Electronics Circuits and Systems. *PROCEEDINGS OF THE IEEE, JUNE, 90(6)*.
- A. Wintrich, U. Nicolai, W. Tursky, y T. Reimann, (2015), *Application Manual Power Semiconductors*. SEMIKRON International GmbH, 2nd revised edition, ISLE Verlag 2015, ISBN 978-3-938843-83-3.
- B.K. Bose, (1986), *Power Electronics and Ac Drives*. Prentice-Hall.
- B.K. Bose, (1996), *Power Electronics and Variable Frequency Drives*, IEEE Press
- B.M. Wilamowski and J.D. Irwin, (2011), *Power Electronics and Motor Drive*, CRC Press
- B. Wu, (2006), *HIGH-POWER CONVERTERS AND AC DRIVES*. Hoboken, New Jersey: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Published by John Wiley & Sons, Inc.
- B.K. Bose, (2006), *Power Electronics and Motor Drives Advances and Trends*. Elsevier Inc.
- D.C. Sheridan, K. Chatty, V. Bondarenko y J.B. Casady, (2012), Reverse Conduction Properties of Vertical SiC Trench JFETs. *24th International Symposium on Power Semiconductor Devices and ICs*.
- D.G. Holmes y T.A. Lipo, (2003), *Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice*. Wiley-IEEE Press, ISBN: 978-0-471-20814-3.
- D.W. Hart, (2001), *Electrónica de Potencia*. Madrid: PEARSON EDUCACIÓN, ISBN: 84-205-3179-0.
- G. Majumdar, M. Fukunaga y T. Ise, (2007), Trends of Intelligent Power Module. *IEEJ Trans*, 2, 143–153. doi:10.1002/tee.20120
- G.Irvine y I.H.Gibson, (2002), VF Drive as Final Control Elements in the Petroleum Industry. *IEEE Industry Applications Magazine, July|Aug*. Retrieved from www.ieee.org/ias.
- H.M. Stillman, (1997), IGCT, conmutador de semiconductores de alta potencia para tensiones medias. *Revista ABB*.
- I. Zverev, H. Kapels, R. Rupp y M. Herfurth, (2011), Silicon Carbide Schottky: Novel Devices Require Novel Design Rules. *Infineon Technologies Austria AG, Edition 2011-02-02*.

- J. Morra, (2023), *GaN Half-Bridge IC Boosts Power Efficiency Up to 94%*. APEC 2023, March 20.
- J. Schonek y Y.Nebon, (2001), *LV protection devices and variable speed drives (frequency converters)*. Cahier technique no. 204, 2001 Schneider Electric.
- M. Barnes, (2003), *Practical Variable Speed Drives and Power Electronics*. IDC Technologies, Elsevier ISBN 07506 58088.
- M. Hierholzer, Th. Laska, M. Münzer, F. Pfirsch, C. Schäffer y Th. Schmidt, (n.d.), *3rd Generation of 1200V IGBT Modules*.
- M. Kostenko y L.Piotrovski, (1975), *Máquinas Eléctricas I y II*. Editorial MIR Moscu 1ra Edición.
- N. Mohan, Tore M. Undeland y William P. Robbin, (1995), *Power electronics: converters, applications, and design*. John Wiley & Sons, Inc. 2nd ed, ISBN 0-471-58408-8.
- N. Mohan, (2003), *Electric Drives: An Integrative Approach*. MNPERE, P. O. Box 14503, Minneapolis, MN 55414, USA, ISBN 0-9715292-1-3.
- P.C. Sen (1989), *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, John Wiley & Sons, Inc.
- P. Friedrichs y M. Buschkühle, (2016), *The Future of Power Semiconductors Rugged and High Performing Silicon Carbide Transistors*. Infineon Technologies AG, April 2016, ISSN: 1863-5598.
- P. T. Krein (1998), *Elements of Power Electronics*, Oxford University Press, Inc.
- R. Bosch, (2002), *Electronic Automotive Handbook*. Robert Bosch GmbH.
- R. De Doncker, D.W.J. Pulle y A. Veltman, (2011), *Advanced Electrical Drives Analysis, Modeling, Control*. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, DOI 10.1007/978-94-007-0181-6.
- R.W. Erickson y D.Maksimović, (2001), *Fundamentals of Power Electronics*, Springer 2nd Ed.
- T.M.I. Băjenescu, (2019), Future Trends in Power Electronic Devices. *Journal of Engineering Science*, XXVI (4), 67 – 77. doi:10.5281/zenodo.3591592.
- W. Leonhard, (1996), *Control of Electrical Drives*, Springer 2nd. Ed.
- _____. (2003). *DCS Thyristor power converter for DC drive systems*. Manual DCS 400, ABB Automation Products GmbH, REV G 04_2003, www.abb.com/dc.
- _____. (2006). *Medium voltage drives for improved product quality and process control*. ABB drives inmetals, Copyright 2006, www.abb.com/motors&drives.
- _____. (2006). *Using variable speed drives (VSDs) in pump applications*. Application guide No. 2, ABB drives, Copyright 2006 ABB, www.abb.com/motors&drives.
- _____. (2007). *Guide to motion control drives*. Technical guide No. 9, ABB drives, Copyright 2007 ABB, www.abb.com/motors&drives.
- _____. (2007). *PowerGard™ Series C 18-Pulse, Enclosed Drive Controllers, Combining adjustable speed drive and power quality solutions*. Schneider Electric - North American Operating Division, 2007 Schneider Electric., www.us.squared.com.
- _____. (2012). *Direct current motors and drives*. Copyright 2012 ABB, www.abb.com/mechanical powertransmission.
- _____. (2013). *Arrancadores suaves SIRIUS Dinámica reinterpretada*. Siemens AG 2013, www.siemens.com/softstarter.

- ____. (2013). *Medium Voltage Drives for Improved Product Quality and Process Control*.
www.abb.com/drives.
- ____. (2021). *Industrial Drives*. ACS1000 drives, Copyright 2021 ABB. new.abb.com/drives/drivespartners.
- ____. *DC or AC Drives?* <https://library.e.abb.com/public/>.

Autor

Sergio A. González

Doctor en Ingeniería desde 2010, Magister en Ingeniería desde 2002 e Ingeniero en Electrónica desde 1994, títulos que han sido otorgados por la Facultad de Ingeniería (FI) de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). En la actualidad es Profesor Titular de Electrónica de Potencia de la Carrera Ingeniería en Electrónica (FI-UNLP) y además es Profesor Asociado del Área Electrónica a cargo de la asignatura Máquinas Industriales I de la Carrera Ingeniería en Automatización y Control industrial (IACI) del Departamento de Ciencia y Técnica (CyT) de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ).

Desde 1994 trabaja en el Instituto LEICI de Investigaciones en Electrónica, Control y Procesamiento de Señales, dependencia CONICET-UNLP. Las actividades de investigación están relacionadas al desarrollo de Electrónica de Potencia vinculada a la generación de energía eléctrica a partir de fuentes alternativas y su inserción en las redes de potencia; al campo de la bioingeniería, entre otras aplicaciones. Participó en diferentes proyectos de investigación cuyos resultados se reflejan en más de 80 publicaciones en Revistas con referato, Congresos con referato, Jornadas y Workshpos, Internacionales y Nacionales, un libro y una patente en este campo de aplicación. Actualmente es director del Proyecto *Electrónica de Potencia y Sistemas De Control Avanzado Aplicados a Fuentes de Energía Alternativas*, UNLP, y se destacan sus resultados: "*Analysis of a coupled-inductor double-boost dc-dc converter operating in discontinuous conduction mode*" (Int J Circ Theor Appl., 2022); "*Distributed generation contribution to primary frequency control through virtual inertia and damping by reference conditioning*", (Electric Power Systems Research, 2022); "*Control-Based Fault Current Limiter for Minimizing Impact of Distributed Generation Units on Protection Systems*", (in Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2022).

González, Sergio Alberto

Accionamientos eléctricos / Sergio Alberto González. - 1a ed. - La Plata : Universidad Nacional de La Plata ; La Plata : EDULP, 2025.

Libro digital, PDF - (Libros de cátedra)

Archivo Digital: descarga

ISBN 978-950-34-2500-8

1. Electrónica. I. Título.

CDD 537.5

Diseño de tapa: Dirección de Comunicación Visual de la UNLP

Universidad Nacional de La Plata – Editorial de la Universidad de La Plata

48 N.º 551-599 / La Plata B1900AMX / Buenos Aires, Argentina

+54 221 644 7150

edulp.editorial@gmail.com

www.editorial.unlp.edu.ar

EduLP integra la Red de Editoriales Universitarias Nacionales (REUN)

Primera edición, 2025

ISBN 978-950-34-2500-8

© 2025 - EduLP

e
exactas

**EduLP**
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA