

Técnicas de niching: Estrategias Evolutivas vs. Algoritmos Genéticos

Rosas M.V., Leiva H.A., Gallard R.H.

Proyecto UNSL-338403

Departamento de Informática

Universidad Nacional de San Luis (UNSL)

Ejército de los Andes 950 - Local 106

5700 - San Luis, Argentina

E-mail: {mrosas, aleiva, rgallard}@unsl.edu.ar

Tel: +54 2652 420823

Fax: +54 2652 430224

Resumen

Varias técnicas de especiación y niching han sido diseñadas y probadas en Algoritmos Genéticos (AGs) mostrando buenos resultados en la optimización de problemas donde el descubrir y mantener múltiples soluciones es importante.

Las Estrategias Evolutivas (EEs) surgieron desde el área de la optimización numérica, manteniendo las mismas desventajas que los AGs simples al abordar problemas donde el objetivo es localizar múltiples soluciones. Por ejemplo para problemas de optimización multimodal (funciones con varios óptimos a localizar), optimización multiobjetivo (donde hay mas de un criterio a optimizar) o en el caso de simulación de sistemas adaptativos complejos [6].

Este trabajo investiga la posibilidad de mejorar la performance de las EEs contemporáneas estándar para resolver problemas de soluciones múltiples mediante el uso de métodos de niching y especiación, analizando cuál es su ventaja con respecto a los resultados obtenidos con AGs.

Palabras claves: *Estrategias Evolutivas, Algoritmos Genéticos, Optimización Multimodal, Métodos de Niching, Técnicas de Especiación.*

1 Introducción

Muchos trabajos relacionados a EEs han probado que este tipo de Algoritmos Evolutivos (AEs) son efectivos para encontrar el óptimo global de problemas unimodales, pero cuando ellos fueron tratados sobre funciones multimodales mostraron las mismas limitaciones mencionadas para AGs simples en [4]. En AGs, estas limitaciones fueron superadas con bastante éxito al usar métodos de especiación y/o niching.

El objetivo en este trabajo es mostrar como la performance de una EE simple aplicada a optimización multimodal puede ser mejorada mediante la utilización de una combinación de un método de niching con una técnica de especiación. Aquí, específicamente, dos métodos de niching han sido tratados. El primero es probablemente el más conocido, introducido por Goldberg y Richardson en [4] se basa en compartir el fitness de los individuos. Para la comparación se eligió uno de los métodos de niching más reciente, llamado *clearing* [8]. Los métodos de niching mencionados fueron usados en combinación con una de las más simples técnicas de especiación diseñadas por Kalyanmoy Deb, llamada *Phenotypic mating restriction* [3].

El análisis comparativo entre la performance de un AG y una EE, utilizando los métodos de niching y especiación mencionados, fue llevado a cabo teniendo en cuenta que, debido a sus orígenes no es conveniente comparar el tiempo y precisión de un AG y una EE usando una función numérica como base para dicha comparación [7].

Este trabajo presenta, en su segunda sección por qué es necesario incorporar métodos de niching y técnicas de especiación a EEs y AGs para la resolución de problemas multimodales, y una breve descripción de los dos métodos de niching utilizados: *Sharing* y *Clearing*. En la tercera sección, se describe la implementación de los métodos de niching en AEs, marcando las similitudes y diferencias entre EEs y AGs (para más detalle acerca de la implementación en AGs, el lector debe remitirse a [4]) como una subsección aparte de la que detalla la implementación específica de niching en EEs. Luego, en la cuarta sección, se realiza una descripción de los experimentos y un análisis comparativo entre EEs y AGs teniendo en cuenta, por separado, los dos métodos de niching utilizados. Finalmente, se detallan algunas conclusiones que surgen a partir de los resultados obtenidos, junto con propuestas de futuras extensiones al trabajo realizado.

2 Técnicas de Niching en AEs para Optimización Multimodal

Al igual que con el AG simple, cuando se usan EEs estándar para encontrar múltiples soluciones de un problema multimodal que así lo requiera, solamente una de todas las soluciones puede ser efectivamente encontrada.

Los *Métodos de Niching* son mecanismos que pueden resolver el problema anteriormente mencionado, ya que tienen la capacidad de crear y mantener varias subpoblaciones dentro de un determinado espacio de búsqueda. Cada una de estas subpoblaciones corresponde a cada óptimo que se pretende encontrar de una determinada función multimodal.

Los métodos de niching usados aquí, comparten las siguientes características generales:

- Son aplicados luego de la evaluación del fitness de los individuos y antes del operador de selección, aunque existen diferencias entre sus implementaciones en AGs y EEs.

- Usan una medida de disimilitud para determinar si un individuo pertenece a una subpoblación o a otra.
- Finalmente, estos dos métodos modifican el fitness ya calculado basándose en diferentes criterios.

La idea detrás del método de *Sharing* es permitir la formación de subpoblaciones estables diferentes de individuos. De esta forma muchos óptimos pueden ser explorados al mismo tiempo. Teóricamente, el número de individuos residiendo cerca a un óptimo será proporcional a su valor.

Lo mencionado en el párrafo anterior, se realiza degradando el fitness de cada individuo en la población por una determinada cantidad calculada en base al número de individuos similares que existen en la población. El nuevo valor de fitness "compartido" (shared) $f'(i)$ de un individuo i será:

$$f'(i) = \frac{f(i)}{\sum_{j=1}^n sh(d_{ij})} \quad (1)$$

con

$$sh(d) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d}{\sigma_{share}}\right)^\alpha, & \text{si } d < \sigma_{share}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2)$$

$f(i)$: valor de fitness anterior

sh : función de sharing

d_{ij} : distancia genotípica o fenotípica entre los individuos i y j

σ_{share} : medida de disimilitud

α : constante (generalmente con valor igual a 1)

Sharing puede ser implementado usando cualquier método de selección, pero la elección del método puede incrementar o decrementar la estabilidad del algoritmo.

Este método tiene varios problemas, como Mahfoud cita en [6], ellos son: el tamaño de la población, el tiempo adicional requerido para computar el fitness "compartido", y que cada subpoblación no converja al valor óptimo ubicado. Mahfoud también sugiere en [6] que una forma de obtener tal convergencia es invocar un algoritmo de escalamiento (Hillclimbing algorithm) luego de aplicar el AE.

El *Clearing* es un método de niching basado en los principios de niching establecidos por Holland, [8]. Cada subpoblación, durante la aplicación del método de niching, contiene un individuo dominante. Un individuo pertenece a una subpoblación dada, si su medida de disimilitud con el dominante de dicha subpoblación es menor que un determinado valor denominado *radio del clearing* ($\sigma_{clearing}$). El algoritmo de *Clearing* básico preserva el fitness del individuo dominante, mientras que degrada el fitness de todos los otros individuos de la misma subpoblación a cero. También es posible permitir más de un individuo dominante (fitness diferente de cero) por subpoblación.

El método de *Clearing*, como se explica en [8], tiene dos parámetros principales: *radio* y *kappa*. El primero determina la amplitud de un nicho dado; cuan distantes del dominante pueden estar los individuos perteneciendo a dicho nicho. Este radio corresponde aproximadamente a la distancia más pequeña que existe entre dos óptimos globales. El segundo parámetro indica la capacidad de cada nicho, que es el número máximo de dominantes que un nicho puede aceptar. Si este parámetro es igual a 1, sólo el dominante de cada subpoblación tendrá fitness

diferente de cero. Si por el contrario, es igual al tamaño total de la población (en EEs sería igual a λ o $(\mu + \lambda)$) el comportamiento del AE sería similar a uno simple. La performance de este método es sensible a los valores elegidos para estos parámetros.

Claramente, la complejidad del procedimiento de clearing es menor que la del sharing. También se pueden usar estrategias elitistas con una mayor facilidad que en el sharing; esto se debe a que, si los parámetros son determinados adecuadamente, el clearing es directamente compatible con ellas. En [8] se enumeran otras características y ventajas de este método.

El énfasis de los métodos de niching está enfocado en distribuir y mantener los individuos de la población alrededor de múltiples óptimos, pero pueden no encontrar las soluciones óptimas exactas, debido a que una parte del esfuerzo de búsqueda es desperdiciada en la recombinación de soluciones entre óptimos, esto puede producir individuos que no representan ninguno de los óptimos deseados. Por lo tanto, una técnica para restringir la recombinación es necesaria, dichas técnicas pueden ser los denominados *Métodos de especiación*. Dos esquemas de restricción de la recombinación han sido desarrollados por Deb en [3], basado en la distancia fenotípica uno, y genotípica el otro, entre dos individuos a recombinar. Para que dos individuos puedan ser recombinados, la distancia fenotípica o genotípica entre ellos debe ser menor o igual al valor de un parámetro σ_{mating} dado; si no se puede encontrar tal pareja, dos individuos son elegidos al azar. En cuanto a la distancia, en la restricción fenotípica se computará la distancia Euclideana, y en la genotípica la distancia de Hamming (en representación binaria).

3 Implementando Métodos de Niching en AEs

3.1 Similitudes y Diferencias entre EEs y AGs

Aunque en su origen las EEs y AGs partieron de enfoques distintos, ambos son ejemplos de AEs y podemos mostrar similitudes y diferencias entre ellos. Actualmente, los sucesivos desarrollos de ambos se han ido acercando hasta el punto que, una EE se puede considerar como un tipo especial de AG o viceversa.

Aunque menos, las *Similitudes* son:

- Mantener poblaciones de soluciones tentativas
- Utilizar algún método de selección para la supervivencia de los mejores individuos.

Veamos ahora, algunas de las *Diferencias* entre un AG simple y una EE contemporánea ¹ estándar:

- El campo natural de aplicación de las EEs es la optimización paramétrica, el de los AGs la optimización de atributos.
- La forma de representación de los individuos es otra diferencia, mientras que los AGs operan sobre vectores binarios simples; las EEs lo hacen sobre vectores de punto flotante, siendo cada uno de ellos una tripla compuesta por (x, σ, θ) donde x es el vector de soluciones reales, σ el vector de desviaciones estándar y θ el vector de ángulos de rotación.

¹Las EEs contemporáneas difieren de las originalmente propuestas en varios aspectos: representación del individuo, inclusión de recombinación, etc. En [11, 1, 10] se encuentra una explicación más detallada acerca del tema.

- En el proceso de selección de las EEs, μ padres crean una población intermedia de λ hijos (en las (μ, λ) EEs), más la población original de μ padres en las $(\mu + \lambda)$ EEs. En consecuencia, el proceso de selección reduce el tamaño de la población intermedia al de la original removiendo los peores individuos, seleccionando en forma determinística y sin repetir. En AGs, se seleccionan con repetición M individuos (con M siendo el tamaño de la población), los que tengan valor de fitness más alto tienen buena posibilidad de varias réplicas en la nueva población; al mismo tiempo, los más débiles también pueden ser seleccionados. Por lo tanto, la selección es aleatoria y proporcional al fitness de cada individuo.
- En AGs, la selección es dinámica, preservativa y al vuelo, mientras que en las EEs la selección es estática y extintiva.
- En los AGs, la clave de la búsqueda está en los operadores genéticos de recombinación; en las EEs, en los de alteración (mutación).
- La última diferencia que mencionaremos, la cual ha influido mayormente en el desarrollo del presente trabajo, es referente al orden relativo de aplicación de los procedimientos de selección y recombinación. En las EEs, la selección sigue a la recombinación; en tanto, en los AGs es a la inversa.

Al aplicar los procedimientos de niching a AGs y EEs encontramos una extensión de la última diferencia. Mientras que en AGs estos métodos son aplicados luego de la evaluación del fitness de los individuos y antes de aplicar el operador de selección (a la población de padres); en EEs son aplicados a la población de hijos (de tamaño λ o $(\mu + \lambda)$) luego del proceso de recombinación y antes de seleccionar los μ individuos que formarán la próxima población de padres.

Los métodos de niching, en EEs, no pueden ser aplicados antes del proceso de recombinación debido a que no existe ningún tipo de selección antes de dicho proceso. Todos los individuos tienen la posibilidad determinística (restringida por el método de especiación) de recombinarse con otro. En cambio en AGs, esto está determinado por el fitness.

3.2 Niching en EEs, Nuestra Implementación

Teniendo en cuenta sus orígenes y las diferencias planteadas anteriormente, no es adecuado comparar el tiempo y la precisión de EEs y AGs usando una función numérica como base para la comparación [7]. Pero, debido a que los métodos de niching han sido originalmente desarrollados para AGs, con un buen desempeño en la optimización de funciones numéricas multimodales (por ejemplo, [4] y [6]), se consideran los resultados de estos trabajos para evaluar la propuesta de niching en EEs.

Para una mejor comparación de los resultados obtenidos al aplicar niching y especiación en EEs contra aquellos obtenidos con AGs, se decidió modificar (tratando de no perder la idea original de dichos AEs) el algoritmo general de las EEs contemporáneas, haciéndolo similar al esquema que plantean los AGs. La modificación, básicamente afecta al operador de selección, el cual deja de ser determinístico para pasar a tomar en cuenta el fitness de cada individuo.

El algoritmo de EE contemporánea implementado, tiene las siguientes características:

- Representación de los individuos como triplas, compuestas por (x, σ, θ) donde x es el

vector de soluciones reales, σ el vector de desviaciones estándar y θ el vector de ángulos de rotación.

- Operador de recombinación intermedio o aritmético [7]. Donde, dos individuos:

$$\begin{aligned}(x^1, \sigma^1, \theta^1) &= ((x_1^1, \dots, x_n^1), (\sigma_1^1, \dots, \sigma_n^1), (\theta_1^1, \dots, \theta_n^1)) \\ (x^2, \sigma^2, \theta^2) &= ((x_1^2, \dots, x_n^2), (\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2), (\theta_1^2, \dots, \theta_n^2))\end{aligned}$$

que pertenecen a la misma subpoblación, generan un nuevo hijo de la siguiente forma:

$$(x, \sigma, \theta) = \left(\left((x_1^1 + x_1^2)/2, \dots, (x_n^1 + x_n^2)/2 \right), \left((\sigma_1^1 + \sigma_1^2)/2, \dots, (\sigma_n^1 + \sigma_n^2)/2 \right), \left((\theta_1^1 + \theta_1^2)/2, \dots, (\theta_n^1 + \theta_n^2)/2 \right) \right)$$

- La mutación utilizada crea, a partir de un individuo (x, σ, θ) , un nuevo individuo (x', σ', θ') de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\sigma' &= \sigma \cdot \exp^{N(0, \Delta\sigma)}, \\ \theta' &= \theta + N(0, \Delta\theta) \quad \text{y} \\ x' &= x + C(0, \sigma', \theta'),\end{aligned}$$

donde $\Delta\theta$ y $\Delta\sigma$ son parámetros adicionales del operador y $C(0, \sigma', \theta')$ denota un vector de números Gaussianos aleatorios independientes, con media 0 y densidad de probabilidad apropiada [7] (para mayor detalle ver [11]).

- Para la selección de los μ padres² se utilizó, para el método de Sharing la selección denominada *stochastic remainder selection* (SRS) [5]. Y para el Clearing, sólo se permitió la replicación de individuos con valor de fitness distinto de cero, pudiendo obtenerse individuos repetidos.
- El método de especiación utilizado para evitar el cruzamiento de soluciones en distintas subpoblaciones es el denominado *Restricción de la recombinación fenotípica*. En todos los casos, el parámetro σ_{mating} fue igual al *radio* del método de niching utilizado ($\sigma_{clearing}$ o σ_{share}). Es importante notar que el parámetro $\sigma_{clearing}$ o σ_{share} , es utilizado por el método de selección adecuado para el caso, y que la restricción de la recombinación con el parámetro σ_{mating} es implementada dentro del método de cruzamiento utilizado.
- El fitness de cada individuo siempre es mayor o igual a cero. Esto se logró desplazando las funciones a valores positivos (aunque esto también puede ser realizado usando funciones de mapeo como las utilizadas en AGs).

Un esquema simple de la EE utilizada sería:

Procedimiento EE con Niching

comenzar

$t \leftarrow 0$

inicializar($P(t), \mu$)

evaluar($P(t), \mu$)

mientras(no condición de terminación) **hacer**

comenzar

$t \leftarrow t + 1$

obtener P' (de tamaño λ) a partir de $P(t - 1)$ por recombinación

mutar(P', λ)

²Debido a que la EE contemporánea utilizada en el trabajo es del tipo (μ, λ) , se seleccionan μ padres desde la población de λ hijos.

```

    evaluar( $P'$ ,  $\lambda$ )
    niching( $P'$ ,  $\lambda$ )
     $P(t) \leftarrow$  seleccionar  $\mu$  individuos a partir de  $P'$ 
  fin
fin

```

4 Experimentos y Resultados

4.1 Describiendo los experimentos

Para analizar el comportamiento del algoritmo de EE con niching y compararlo con aquel de AGs se utilizaron varias funciones multimodales de prueba. En este trabajo sólo mostramos resultados basados en tres de ellas, las cuales están descriptas en la tabla 1.

Función	Definición	Descripción
f_1	Función de Goldberg $f(x) = 2^{-2*((x-0.1)/0.8)^2} * \sin(5 * \pi * x)^6,$ $0 \leq x \leq 1$	Tiene cuatro máximos locales y un único global. El objetivo es encontrar todos los máximos.
f_2	Función de Rastrigin $f(x_i i = 1..n) = n \cdot A + \sum_i x_i^2 - A \cdot \cos(\omega \cdot x_i),$ $A = 10; \omega = 2 \cdot \pi; -5 \leq x_i \leq 5$	Función altamente multimodal con óptimos locales distribuidos regularmente en el espacio de búsqueda y 4 óptimos globales. El objetivo es encontrar los óptimos globales únicamente. Fue optimizada con un valor de $n = 2$.
f_3	Función M6 de Mafhoud $f(x, y) = 500 - \frac{1}{0.002 + \sum_{i=0}^{24} \frac{1}{1+i+(x-X_i)^6+(y-Y_i)^6}}$ $-64 \leq x \leq 64$ $-64 \leq y \leq 64$ donde $(X_i, Y_i) \in$ $\{(-32,-32), (-32,-16), (-32,0), (-32,16), (-32,32),$ $(-16,-32), (-16,-16), (-16,0), (-16,16), (-16,32),$ $(0,-32), (0,-16), (0,0), (0,16), (0,32),$ $(16,-32), (16,-16), (16,0), (16,16), (16,32),$ $(32,-32), (32,-16), (32,0), (32,16), (32,32)\}$	Muestra 25 máximos ubicados a lo largo de un arreglo bidimensional con valores que van desde 476.791 a 499.002 El objetivo al igual que en [8] no es encontrar el global en $(-32,32)$ sino ubicar todos los óptimos.

Tabla 1: Funciones de prueba

La tabla 2 muestra los valores de los parámetros, para ambos algoritmos, que permanecen fijos para las diferentes funciones optimizadas.

Solamente cuando se utilizó la EE para optimizar la función 3, los tamaños de las poblaciones de padres (μ) e hijos (λ) difirieron de los mostrados en la tabla 2. Para EE con sharing se tuvo $\mu = 50$ y $\lambda = 250$, y cuando se utilizó clearing: $\mu = 25$ y $\lambda = 175$.

El procedimiento de Clearing, como fue explicado anteriormente, tiene dos parámetros principales: $\sigma_{clearing}$ y $kappa$; y el método de sharing, sólo uno: $\sigma_{sharing}$. Durante los experi-

AE	Tamaño de población	Prob. de recombinación	Prob. de mutación	Generaciones
AG	70	0.65	0.01	100
EE	μ	λ	1	100
	40	200		

Tabla 2: Parámetros fijos para los AEs

Función	EE			AG		
	Clearing		Sharing	Clearing		Sharing
	$\sigma_{clearing}$	$kappa$	$\sigma_{sharing}$	$\sigma_{clearing}$	$kappa$	$\sigma_{sharing}$
f_1	0.2	2	0.2	0.1	2	0.1
f_2	6	2	10	6	2	10
f_3	11	1	11	11	1	11

Tabla 3: Parámetros de los métodos de niching

mentos se usaron valores fijos para estos parámetros, dependiendo éstos principalmente de la función a optimizar (y en menor medida del método de niching y AE utilizados). El cálculo para obtener dichos valores fue realizado a partir de ejecuciones experimentales. Se hace notar la importancia de dicha operación, ya que el desempeño de estos métodos de niching es sensible a estos valores escogidos. La tabla 3 muestra los valores utilizados para estos parámetros.

Para el caso del clearing en AGs, en [8] se usó una variante simple y una elitista, obteniendo los mejores resultados con esta última. En este trabajo, los AEs utilizados no usan elitismo para ninguno de los métodos de niching utilizados.

Partiendo de la idea expuesta en [6] y para una mejora del AE, luego del método de sharing una búsqueda local es aplicada a la población final, debido a que todos los individuos fueron divididos en subpoblaciones, éstos podrían no escalar efectivamente al óptimo.

4.2 Analisis de resultados

Los resultados sobre los cuales se basan el análisis y las posteriores conclusiones expuestas, corresponden a la distribución de la población al final de una determinada ejecución, para cada función, método de niching y AE.

4.2.1 Sharing

Los resultados para este método de niching son mostrados en la Fig. 1. Las gráficas ubicadas en la parte izquierda de dicha figura (a, c y e) corresponden a las obtenidas con EEs y las restantes a AGs para cada una de las funciones detalladas en la tabla 1.

Como se había mencionado anteriormente, y a la luz de los resultados expuestos, el método de Sharing divide la población en subpoblaciones que se ubican alrededor de los respectivos picos pero no llega a concentrar a todos los individuos en óptimos exactos. Esto se ve más pronunciado en AGs, mostrando las EEs una mayor convergencia hacia los óptimos a localizar.

4.2.2 Clearing

Al igual que para Sharing, la Fig. 2 muestra la comparación de los resultados obtenidos con Clearing en EEs y AGs para las tres funciones tratadas. En la parte izquierda (perteneciente a los resultados para EEs) se muestran las mejores gráficas alcanzando siempre todos los óptimos deseados. También, a partir de ellas se puede observar que las EEs con Clearing evitan la dispersión de los individuos de la población alrededor de los óptimos, mostrando un mejor nivel de convergencia que los AGs.

No obstante, aunque en los experimentos llevados a cabo con Clearing en AGs se pudieron obtener buenos resultados (para f_1 y f_2 todos los óptimos fueron alcanzados) se observa una leve dispersión de individuos fuera de los óptimos a localizar. Es importante notar que en el caso de la tercera función (f_3) las EEs encuentran todos los óptimos (Fig. 2-c), mientras que los AGs no (Fig. 2-f). Esto sucede al utilizar Clearing, ya que se obtienen resultados opuestos para el caso del Sharing.

5 Conclusiones

Uno de los principales objetivos de este trabajo es mostrar que a través de una posible implementación en EEs de métodos de niching (diseñados y probados en AGs), incluyendo un método de especiación simple basado en la diferencia fenotípica entre individuos, se puede mejorar el desempeño de estas estrategias en la resolución de problemas donde múltiples soluciones deben ser encontradas; y determinar si el comportamiento de estas técnicas “mejoradas” ofrece alguna ventaja con respecto a los resultados obtenidos con AGs usando los mismos métodos de niching y tipo de selección en la optimización de las mismas funciones multimodales.

Los resultados mostrados de la optimización de las tres funciones descritas en la tabla 1 son interesantes en el sentido de que en la mayoría de los casos tratados, las EEs mostraron un desempeño tan bueno o mejor que el de los AGs para ambos métodos de niching usados, con excepción del experimento cuando se utilizó Sharing en EE para optimizar f_3 .

Si se trata, por otro lado, de comparar entre sí los métodos de niching utilizados (obviando en que AE fue usado) se puede concluir, siempre a través de los experimentos realizados, que el método de Clearing no sólo muestra mejores resultados sino que además su implementación es más sencilla y se ejecuta más rápidamente que el método de Sharing. También, es claro que el desempeño de estos métodos de niching depende fuertemente de los valores escogidos para sus respectivos parámetros.

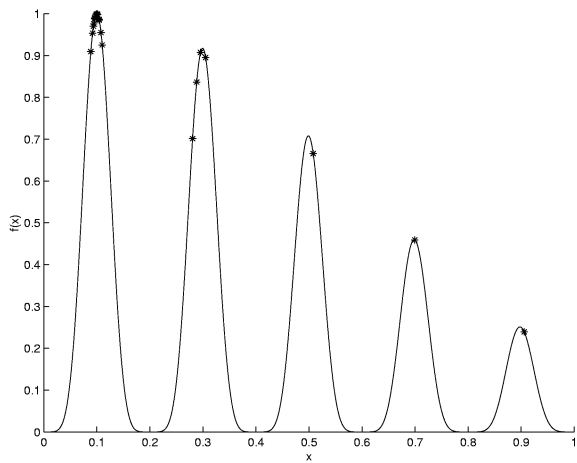
En vista de que los resultados de incluir niching en EEs son prometedores, se continuará investigando sobre temas relacionados. Por ejemplo, la aplicación de las técnicas ya probadas en problemas multimodales más complejos (funciones irregulares, de dimensión mayor que tres, etc.) o en problemas multiobjetivos.

Agradecimientos

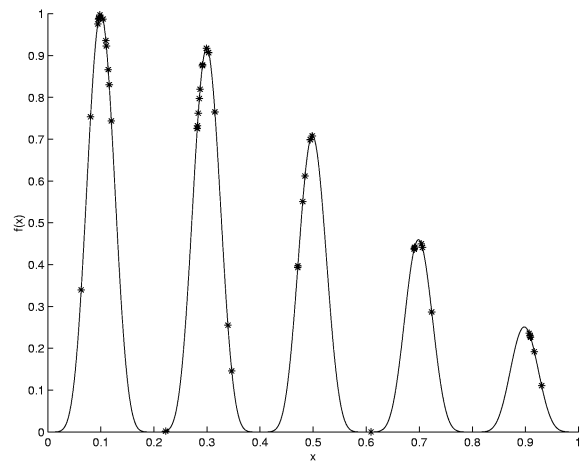
Agradecemos la cooperación del grupo del proyecto por proveer ideas y críticas constructivas. También a la Universidad Nacional de San Luis, el CONICET y la ANPCYT, de los cuales recibimos continuo soporte.

Referencias

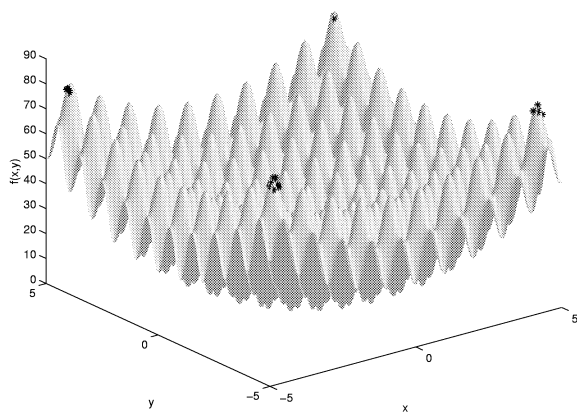
- [1] Bäck T.: *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*, Oxford University Press, New York.
- [2] Bäck T., Fogel D. B. y Michalewicz Z.(editores en jefe): *Handbook of Evolutionary Computation*, Institute of Physics Publishing, Bristol Philadelphia y Oxford University Press, New York.
- [3] Deb K.: *Speciation Methods*, en [2]
- [4] Goldberg D. E., Richardson J.: *Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization*, Second International Conference on Genetic Algorithms,1987.
- [5] Goldberg D. E.: *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [6] Mahfoud S. W.: *Niching Methods*, en [2].
- [7] Michalewicz Z.: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, New York.
- [8] Pétrowski A.: *A Clearing Procedure as a Niching Method for Genetic Algorithms*, IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Nagoya, Japón, 1996.
- [9] Pétrowski A.: *New Selection Operator Dedicated to Speciation.*, 1997 International Conference on Genetic Algorithms.
- [10] Rudolph G.: *Evolution Strategies*, en [2].
- [11] Schwefel H. P., Rudolph G.: *Contemporary Evolution Strategies*, Third European Conference on Artificial Life (ECAL '95), 1995.



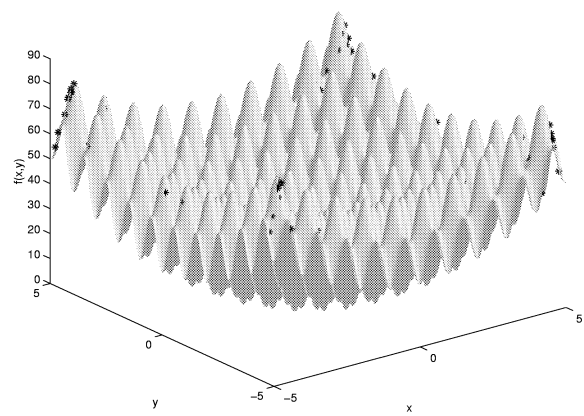
(a)



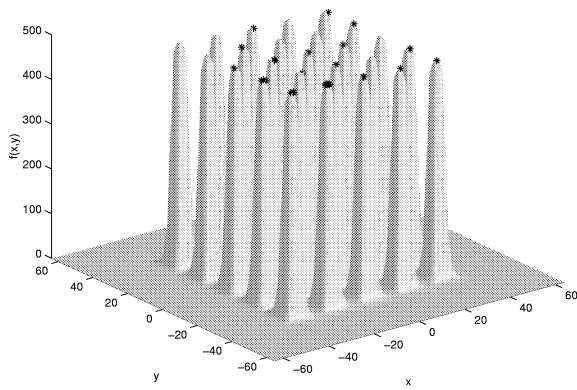
(b)



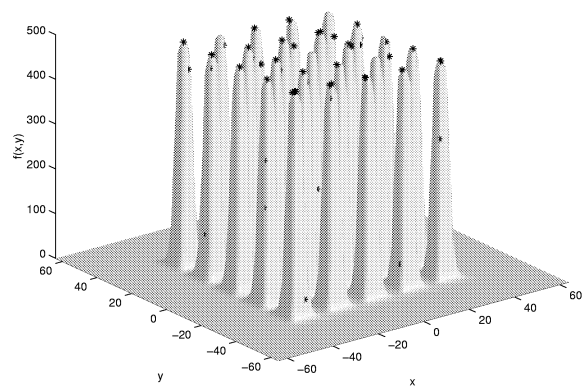
(c)



(d)

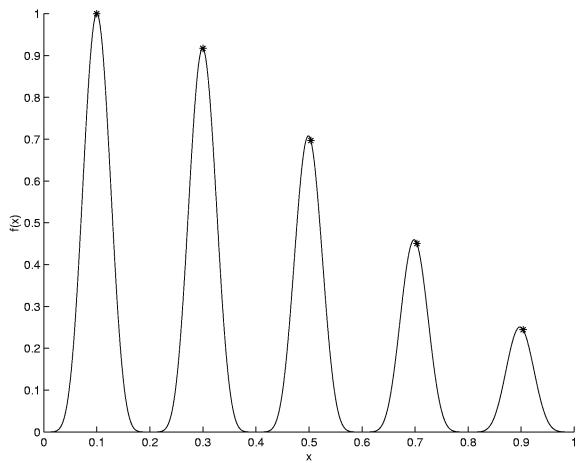


(e)

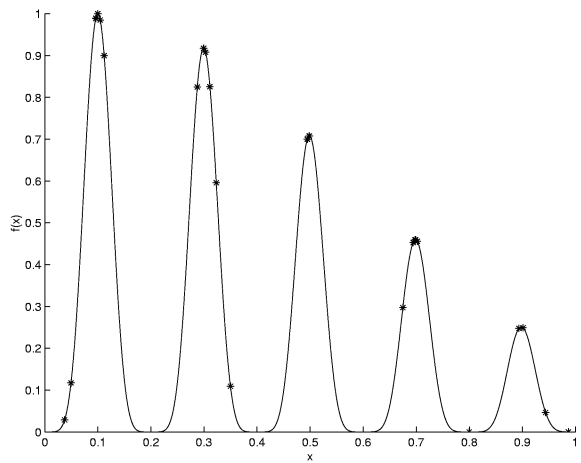


(f)

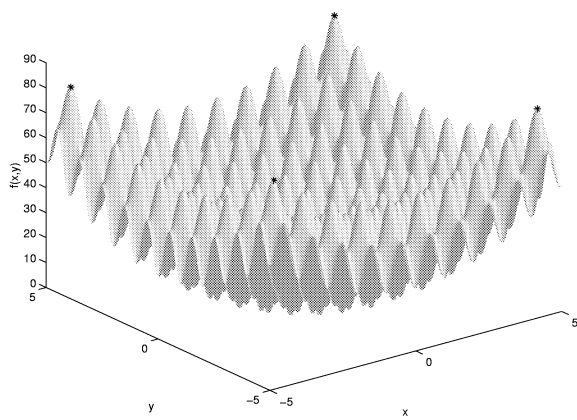
Figura 1: EEs versus AGs usando *Sharing*



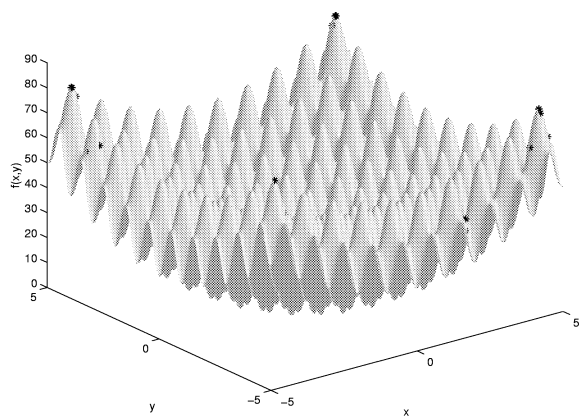
(a)



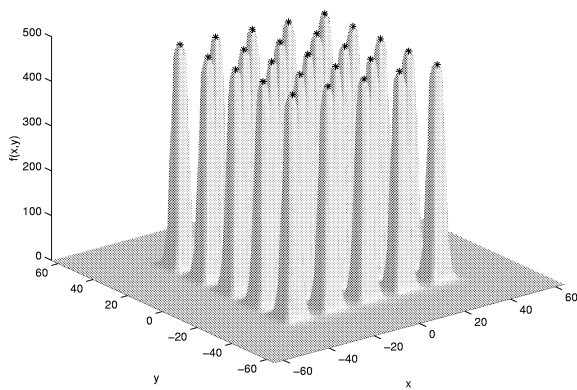
(b)



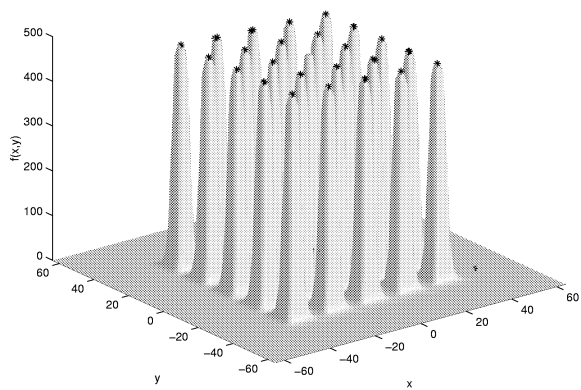
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 2: EEs versus AGs usando *Clearing*