

DESARROLLO DE LOS PERFILES DE VELOCIDAD EN LA CAPA LÍMITE TRIDIMENSIONAL DE LA PALA DE UNA TURBINA EÓLICA DE EJE HORIZONTAL

Ricardo A. Prado

Departamento de Mecánica Aplicada - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional del Comahue
 calle Buenos Aires N°1400, Q8300BCX Neuquén - Argentina
 Tel. +54-(0)299-449.0338, email: prado@uncoma.edu.ar

RESUMEN: Se presenta una técnica de simulación numérica para la determinación del campo de velocidades del flujo en la capa viscosa desarrollada sobre la pala de una turbina eólica de eje horizontal. El modelo se basa en la resolución numérica de las ecuaciones de Prandtl de la capa límite tridimensional, mediante la técnica de las diferencias finitas. Los perfiles de velocidades correspondientes a la porción turbulenta de la capa límite son calculados mediante la aplicación de dos modelos diferentes de longitud de mezcla. Se intenta una mejor descripción del campo fluidodinámico alrededor de las palas y de las fuerzas aerodinámicas actuantes sobre una turbina eólica.

Palabras clave: turbina eólica, capa límite tridimensional, modelo numérico.

INTRODUCCIÓN

Una definición lo más realista posible del flujo alrededor de sus palas constituye un requisito básico para la adecuada estimación de la performance de una turbina eólica. La simulación numérica del flujo sobre la turbina eólica tienen por finalidad describir el comportamiento aerodinámico del rotor y evaluar las cargas actuantes. En el análisis aerodinámico del flujo alrededor de las palas, el número de Reynolds característico resulta lo suficientemente alto para diferenciar dos zonas en el campo fluidodinámico: una capa delgada próxima a la superficie de las palas, donde dominan los efectos de la viscosidad debido a los importantes gradientes de velocidad presentes, y una amplia zona donde los efectos viscosos pueden ser despreciados cuando son comparados con los efectos inerciales. Estas dos regiones interactúan, definiendo las cargas aerodinámicas que actúan sobre la turbina eólica.

Por su parte, la capa viscosa presenta, según el número de Reynolds local, características laminares o turbulentas, que caracterizarán la forma de los perfiles de velocidades en cada régimen, así como las tensiones de corte sobre la superficies de la palas. Tal como lo establecen Rodgers y Eveloy (2004), si bien es posible resolver mediante las técnicas numéricas con razonable precisión las ecuaciones de Navier Stokes para flujos laminares estacionarios, en los casos de flujos turbulentos, las tensiones de Reynolds están típicamente modeladas por medio de la hipótesis de Boussinesq. En esta aproximación, los efectos de la turbulencia son representados mediante la inclusión de una *viscosidad turbulenta* en los términos viscosos de las ecuaciones de la cantidad de movimiento que forman parte del conjunto de ecuaciones de gobierno del flujo.

ECUACIONES GENERALES DE GOBIERNO DEL FLUJO

La pala de la turbina eólica de eje horizontal presenta una cuerda c , radio en raíz H , radio en punta B y torsión geométrica ϕ . Está conformada por perfiles de arco circular de longitud de arco S y flecha h , y es sometida a la acción de un viento uniforme, W_∞ y a una rotación uniforme Ω . El sistema coordenado asociado a la pala está representado por (X, Y, Z) , donde $Z(+)$ es coincidente con la dirección del viento y el eje de rotación de la turbina, $X(+)$ está definido a lo largo del borde de ataque de la pala, e $Y(+)$ resulta a partir de la definición de un sistema coordenado ortogonal derecho. En este sistema coordenado, denominado *global*, de versores $\{e_x, e_y, e_z\}$, se calcula el campo fluidodinámico inviscido mediante el método de los paneles (Prado *et al*, 1998). Por otra parte, y debido a la necesidad de cálculo de los efectos viscosos sobre la superficie de la pala, se define adicionalmente un sistema coordenado curvilíneo. Este último, denominado *local*, es representado por una terna adherida a la superficie de la pala, por lo cual no resulta necesariamente ortogonal (Figura 1). El sistema *local* está definido por (x, y, z) y por los versores $\{e_x, e_y, e_z\}$. Los vectores velocidad se definen indistintamente, tanto en el sistema *global* ortogonal como en el curvilíneo generalizado *local*,

$$\vec{V}(X, Y, Z) = \vec{V}(x, y, z) = U \hat{e}_x + V \hat{e}_y + W \hat{e}_z = w \hat{e}_z + u \hat{e}_x + v \hat{e}_y \quad (1)$$

Sobre el contorno superior de la capa viscosa, el flujo externo, no viscoso (NV), se caracteriza por el campo de velocidades

$$\vec{V}_{NV}(X, Y, Z) = \vec{V}_{NV}(x, z) = U_{NV} \hat{e}_x + V_{NV} \hat{e}_y + W_{NV} \hat{e}_z = u_{NV} \hat{e}_x + v_{NV} \hat{e}_y + w_{NV} \hat{e}_z \quad (2)$$

El número de Reynolds *local*, medido desde el borde de ataque de la pala y considerando el flujo dirigido según cuerda, es

$$Re_x = u_{NV} x / \nu \quad (3)$$

donde ν denota a la viscosidad cinemática del aire.

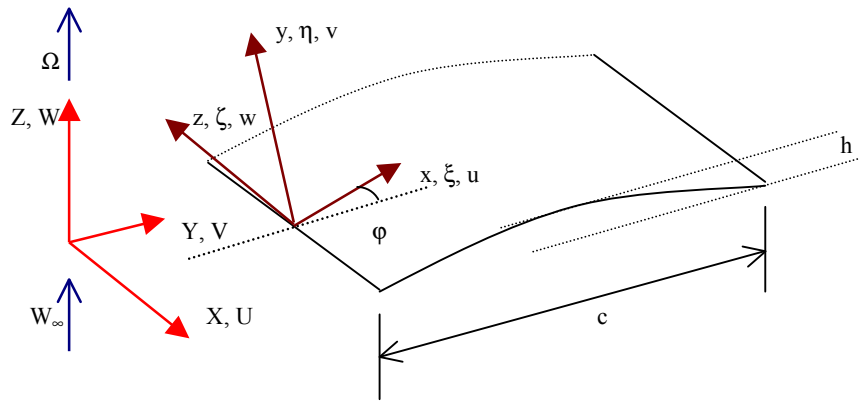


Figura 1: Sistemas coordenados global (X,Y,Z) y local (x,y,z) asociados a la pala. Geometría del perfil de arco circular

La capa viscosa tendrá un comportamiento laminar mientras no se supere un valor crítico de este número de Reynolds, el cual depende, entre otros parámetros, del gradiente de presión local. Superado este valor, se puede definir una zona donde el flujo laminar se inestabiliza y se inicia el proceso de transición a un flujo turbulento. Por ejemplo, según White (1991), cuando es considerado como flujo paralelo, la teoría linealizada para el análisis de la estabilidad del flujo laminar establece que el flujo de Blasius tiene un número de Reynolds crítico

$$Re_{x,cr} \approx 90.000 \quad (4)$$

Por sobre este valor crítico, las perturbaciones presentes en el flujo pueden desencadenar el inicio de la turbulencia. Entonces, seleccionando el criterio de Cebeci y Smith (White, 1991) de entre los diversos criterios ingenieriles para la estimación de la posición del inicio del flujo turbulento completamente desarrollado, se define la posición final de la zona de transición y el inicio de una capa límite turbulenta a la ubicación x donde se verifica que

$$Re_{\theta} \approx 1,174 \left(1 + \frac{22.400}{Re_x} \right) (Re_x)^{0,46} \quad \text{en } x = x_{tr} \quad (5)$$

siendo Re_{θ} el número de Reynolds basado en el espesor de cantidad de movimiento de la capa límite, estando este último definido por

$$\theta(x, z) = \int_0^{\infty} [u(x, y, z) / u_{NV}(x, z)] [1 - u(x, y, z) / u_{NV}(x, z)] dy \quad (6)$$

Las amplitudes de las zonas de flujo laminar, transición y de flujo turbulento totalmente desarrollado dependerán de la geometría de la pala y de la razón de punta de pala, definido por

$$\sigma_{\infty} = \Omega B / W_{\infty} \quad (7)$$

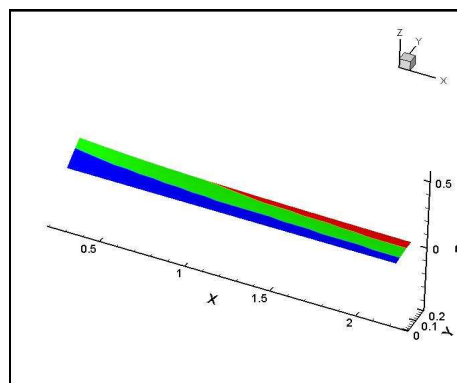


Figura 2: zonas de flujo laminar, transición y flujo turbulento completamente desarrollado sobre el extradós de la pala

■ $Re_x < Re_{x,cr}$
 ■ $Re_{x,cr} < Re_x < Re_{x,tr}$
 ■ $Re_{x,tr} < Re_x$

Capa límite tridimensional

Las ecuaciones que gobiernan el flujo isotérmico y estacionario de un fluido newtoniano sobre una pala en rotación, despreciando los efectos gravitatorios y de compresibilidad, son las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales incluyen las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + (\nabla p) - \nabla [\tau] + 2 \rho \mathbf{\Omega} \times \mathbf{V} + \rho \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) = 0 \quad (8)$$

donde \vec{V} es el vector *velocidad no inercial* con componentes (u,v,w) , $\vec{\Omega}$ el vector velocidad angular relativo a un sistema inercial fijo y \vec{r} es la posición relativa de una partícula fluida con respecto al sistema móvil. Por su parte, ρ denota la densidad del fluido, la cual se asume constante. El término $2\vec{\Omega} \times \vec{V}$ denota a la aceleración de Coriolis y el término $\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$ representa a la aceleración centrípeta. El dominio físico de estas ecuaciones está representado en la Figura 3.

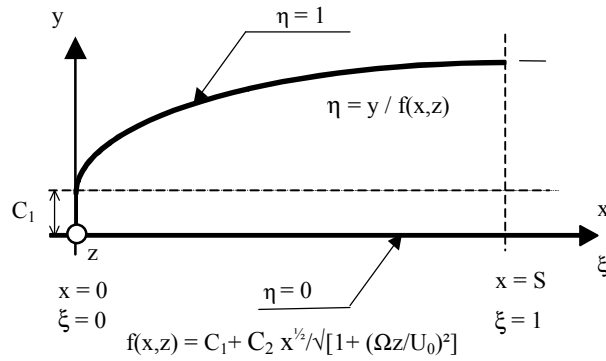


Figura 3: Dominio físico para la determinación de la capa límite (Prado et al., 2002)

Con la finalidad de tener un dominio computacional regular, se definen las siguientes variables independientes adimensionales

$$\begin{cases} 0 \leq \xi = x/S \leq 1 \\ 0 \leq \eta = y/f(x, z) \leq 1 \\ 0 \leq \zeta = z/B \leq 1 - \zeta_0 \end{cases} \quad \zeta_0 = \frac{H}{B} \quad (9)$$

Bajo las hipótesis de Prandtl (Schlichting, 1972), el sistema de ecuaciones (8) se simplifica para dar lugar a las denominadas ecuaciones de la capa límite tridimensional (Prado et al, 2002 y Anderson, 1985),

* Ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{h_2 S} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{k_2}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{k_3}{h_3} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{k_1}{h_1} \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 B} \frac{\partial w}{\partial \zeta} + u K_{20} + w K_{10} = 0 \quad (10)$$

* Ecuación para la cantidad de movimiento según cuerda:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_2 S} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left(w \frac{k_1}{h_1} + u \frac{k_2}{h_2} + v \frac{k_3}{h_3} \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 B} \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \frac{1}{h_2 S} \frac{u_{NV}}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1 B} \frac{w_{NV}}{\partial \zeta} + \\ & + (ww - w_{NV} w_{NV}) K_{112} + (uw - u_{NV} w_{NV}) K_{122} + (uu - u_{NV} u_{NV}) K_{222} - \\ & - 2 \frac{g_{33}}{\sqrt{g}} [h_1 h_2 (w - w_{NV}) + g_{12} (u - u_{NV})] a_{33} \Omega - \frac{1}{\rho} \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial \eta} - \rho \overline{u'v'} \right] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

* Ecuación para la cantidad de movimiento según envergadura:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_2 S} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \left(w \frac{k_1}{h_1} + u \frac{k_2}{h_2} + v \frac{k_3}{h_3} \right) \frac{\partial w}{\partial \eta} - \frac{1}{h_1 B} \frac{\partial w}{\partial \zeta} - \frac{1}{h_2 S} \frac{u_{NV}}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1 B} \frac{w_{NV}}{\partial \zeta} + \\ & + (ww - w_{NV} w_{NV}) K_{111} + (uw - u_{NV} w_{NV}) K_{121} + (uu - u_{NV} u_{NV}) K_{221} - \\ & - 2 \frac{g_{33}}{\sqrt{g}} [g_{12} (w_{NV} - w) + h_1 h_2 (u_{NV} - u)] a_{33} \Omega - \frac{1}{\rho} \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\mu \frac{\partial w}{\partial \eta} - \rho \overline{w'v'} \right] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

donde $h_1, h_2, h_3, k_1, k_2, k_3, g_{12}, g_{33}, \sqrt{g}, K_{10}, K_{20}, K_{111}, K_{121}, K_{221}, K_{112}, K_{122}, K_{222}$, denotan a los factores de escala, los métricos de la transformación, los elementos de la matriz jacobiana, su determinante, y los correspondientes números de Christoffel, desarrollados en Prado et al. (2002). Las condiciones de borde de las ecuaciones (10-12), resultan de la condición de no deslizamiento sobre la superficie de la pala ($\eta = 0$) y del ajuste de las velocidades del campo viscoso con las correspondientes al flujo no viscoso, suficientemente lejos de la superficie ($\eta = 1$).

El tensor de tensiones viscosas está conformado por los términos provenientes del movimiento laminar newtoniano y por el tensor de tensiones de Reynolds, correspondiente a las tensiones suplementarias debido al movimiento turbulento (Schlichting, 1972).

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}|_{lam} + \tau_{ij}|_{turb} \quad (13)$$

De los seis términos diferentes del tensor de tensiones viscosas, los términos de mayor relevancia resultan

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}|_{lam} + \tau_{xy}|_{turb} \approx (\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} = \rho(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial y} \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}|_{lam} + \tau_{xy}|_{turb} \approx (\mu + \mu_t) \frac{\partial w}{\partial y} = \rho(v + v_t) \frac{\partial w}{\partial y} \quad (14)$$

los cuales se modelan con la representación de Boussinesq (Wilcox, 2000) y la incorporación de las denominadas viscosidad de torbellino, μ_t , y de la viscosidad cinemática de torbellino, v_t , que no son coeficientes sustanciales, sino que dependen de la forma del perfil de velocidades medias temporales. En los denominados modelos algebraicos (o de cero ecuaciones) la viscosidad turbulenta es representada mediante fórmulas algebraicas simples (Hallböck et al, 1996), resultando completamente locales en su descripción de la turbulencia. Un modelo algebraico utilizado para modelar el flujo turbulento en una capa límite es el de la *longitud de mezcla*, por el cual la viscosidad cinemática turbulenta es representada, para el caso de un flujo 3D (Rodi, 1993), mediante la expresión

$$v_t = (\lambda_m)^2 \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right]^{1/2} \quad (15)$$

donde λ_m es la longitud de mezcla del movimiento turbulento. Bajo las condiciones de una capa límite tridimensional delgada y considerando solamente los términos más relevantes (Anderson *et al*, 1984), resulta la aproximación

$$v_t \cong (\lambda_m)^2 \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2} \quad (16)$$

Entonces, los términos viscosos de las ecuaciones (11) y (12) se modelan, respectivamente, como

$$\frac{1}{\rho} \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial \eta} - \overline{\rho u'v'} \right] = \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \left\{ v \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + [1] \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + [2] \frac{\partial u}{\partial \eta} \right\} \quad (17)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\mu \frac{\partial w}{\partial \eta} - \overline{\rho w'v'} \right] = \frac{(k_3)^2}{g_{33}} \left\{ v \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} + [3] \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} + [4] \frac{\partial w}{\partial \eta} \right\} \quad (18)$$

donde

$$[1] = (\lambda_m)^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)^2} + \left| \frac{\partial u}{\partial \eta} \right| \right\} \quad [2] = 2(\lambda_m) \left(\frac{\partial \lambda_m}{\partial \eta} \right) \left\{ \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)^2} \right\} \quad (19)$$

$$[3] = (\lambda_m)^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)^2} \right\} \quad [4] = 2(\lambda_m) \left(\frac{\partial \lambda_m}{\partial \eta} \right) \left\{ \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)^2} \right\} + (\lambda_m)^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right) \left[\frac{\partial u}{\partial \eta} \right] / \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2} \quad (20)$$

Según Rodi (1993), la longitud de mezcla puede modelarse mediante la función rampa de Patankar y Spalding

$$\lambda_m(x, y, z) = \begin{cases} 0,435 \delta(x, z) & 0,0 \leq y/\delta \leq 0,207 \\ 0,09 \delta(x, z) & 0,207 < y/\delta \leq 1,0 \end{cases} \quad (21)$$

Por otra parte, y según Abid et al. (1985), la longitud de mezcla puede modelarse mediante la expresión

$$\lambda_m(x, y, z) = 0,085 \delta(x, z) \tanh \left(\frac{0,41}{0,085 \delta(x, z)} y \right) F \quad (22)$$

donde F representa a la función de amortiguamiento de van Driest, en su forma modificada según Delery y Formery (1983)

$$F(x, z) = 1 - \exp \left(\frac{1}{26\mu} \frac{\sqrt{\rho \tau_w(x, z)}}{0,41} \right) \quad (23)$$

donde μ es la viscosidad absoluta del fluido, la tensión de corte sobre la pared resulta

$$\tau_w(x, z) = \sqrt{(\tau_{xy})^2 + (\tau_{zy})^2} \quad \text{en } y=0 \quad (24)$$

y $\delta(x, z)$ representa el espesor de la capa viscosa (desconocido a priori), definido por

$$\delta(x, z) = \{y \mid u(x, y, z) \cong 0,99 u_{NV}(x, z)\} \quad (25)$$

Estos modelos de longitud de mezcla están representados en la Figura 4. En el caso del modelo presentado en Abid et al (1985), éste se muestra con y sin el efecto de la presencia de la función de amortiguamiento de van Driest, F.

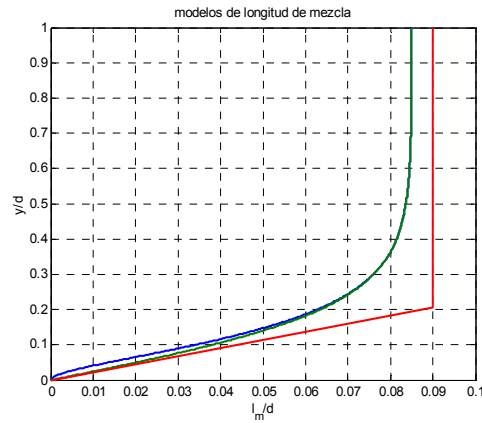


Figura 4: Modelos para la longitud de mezcla. Funciones adimensionalizadas con el espesor de la capa viscosa.

F : función de amortiguamiento de van Driest

— según Abid et al. (1985), con F — según Abid et al. (1985), sin F — Patankar & Spalding (Rodi, 1993)

EJEMPLO

A modo de ejemplo, se evalúa el desarrollo de la capa límite tridimensional sobre una pala torsionada conformada por perfiles delgados de arco circular de cuerda constante. Dicha pala es evaluada bajo las siguientes configuración geométrica y condiciones de operación:

cuerda, $c = 0,20$ m

razón $h/c = 0,02$

radio de la pala en raíz, $H = 0,25$ m

radio en la punta, $B = 2,25$ m

longitud de la pala, $b = 2,00$ m

densidad del aire, $\rho = 1,2$ kg/m³

viscosidad del aire, $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$ kg/(m.s)

viscosidad cinemática del aire, $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ m²/s

velocidad no perturbada del viento, $W_\infty = 12,0$ m/s

velocidad del aire sobre el rotor, $W_0 = 8,4$ m/s

velocidad angular de la turbina eólica, $\Omega = 40$ s⁻¹

razón de velocidades en la punta, $\sigma_\infty = (\Omega \cdot B)/W_\infty = 7,5$

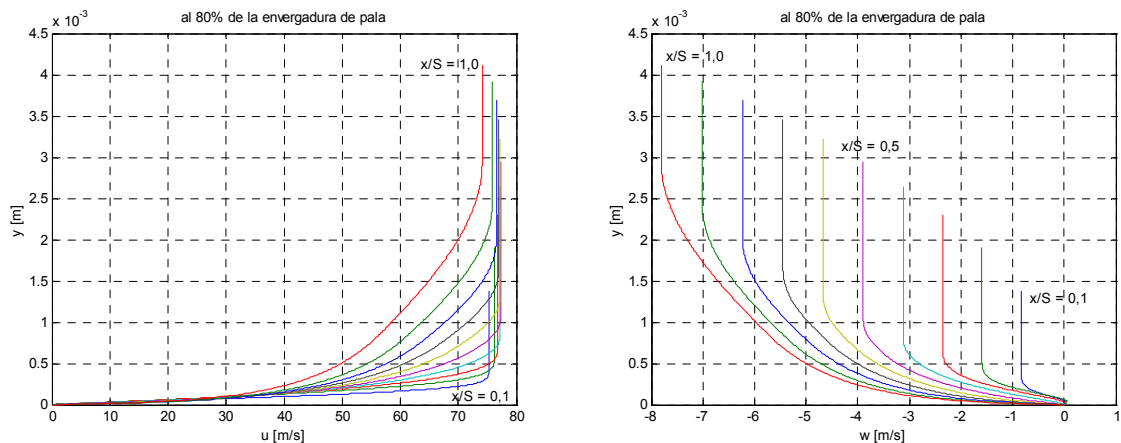
velocidad del aire en punta de pala, $V_{pp} = 90$ m/s

número de Mach del aire en punta de pala, $M_{pp} < 0,3$

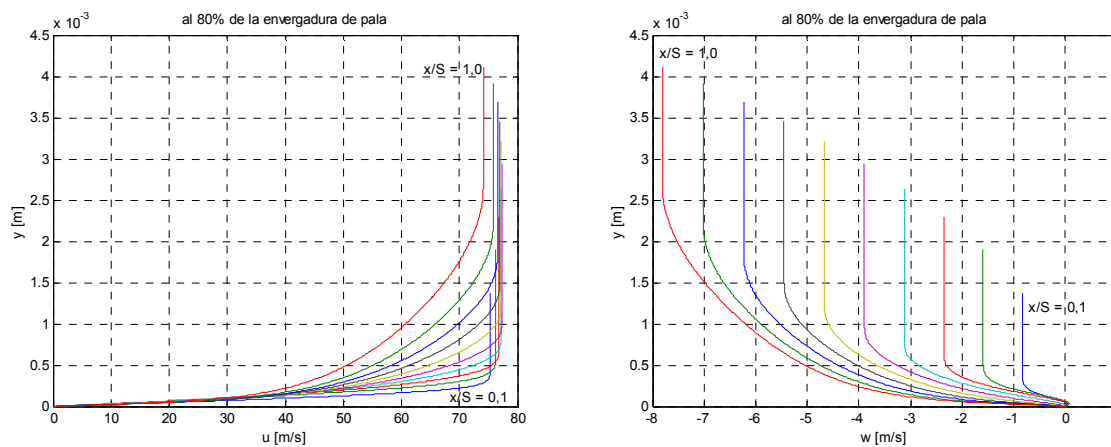
$C_1 = 0,0001$ m

$C_2 = 0,0200$ m^{1/2}

El sistema de ecuaciones de la capa límite es numéricamente resuelto mediante la aplicación de la técnica de las diferencias finitas, mediante el esquema zig-zag (Prado *et al.*, 2002), considerando una discretización del dominio computacional de $\Delta\xi = \Delta\zeta = 1/100$ y $\Delta\eta = 1/800$. En la porción de capa límite exclusivamente laminar, $v_t = 0$. En la zona de transición ($Re_{x,cr} < Re_x < Re_{x,tr}$) se ha considerado un modelo lineal para las expresiones de las longitudes de mezcla, a semejanza del modelo analizado por Dey (2000), donde el coeficiente de fricción en la zona de transición como una combinación lineal entre los valores correspondientes a las capas límites laminar y turbulenta. En la zona de flujo turbulento completamente desarrollado ($Re_x > Re_{x,tr}$), se utilizan las expresiones (21) y (22). Los resultados de los perfiles de velocidades según cuerda, u , y según envergadura, w , a lo largo de la cuerda en la estación ubicada al 80% de la envergadura de pala, se muestran en las Figuras 5 y 6, para el extradós de la pala, según los dos modelos de longitud de mezcla analizados. De haberse supuesto que el flujo en la capa límite hubiese continuado siendo laminar, la misma se hubiera separado alrededor del 97% de la cuerda por la presencia del gradiente adverso de presiones. En los casos analizados, la separación no se presenta cuando el flujo en la capa viscosa transiciona a régimen turbulento, debido al consecuente incremento de la tensión cortante sobre la superficie de la pala, efecto asociado al incremento de las pendientes de los perfiles de velocidad en $y = 0$.



Figuras 5: distribuciones de las componentes u y w de la velocidad en la capa límite, para una estación sobre extradós ubicada al 80% de la envergadura de pala, utilizando el modelo de longitud de mezcla de Patankar & Spalding (Rodi, 1993).



Figuras 6: distribuciones de las componentes u y w de la velocidad en la capa límite, para una estación sobre extradós ubicada al 80% de la envergadura de pala, utilizando el modelo de longitud de mezcla presentado en Abid et al (1985).

CONCLUSIONES

Se han presentado las ecuaciones asociadas al desarrollo de las capas límites laminar y turbulenta, sobre una pala de una turbina eólica de eje horizontal. Se considera que esas capas viscosas se mantienen adheridas. Se han utilizado dos modelos simples de longitud de mezcla para la representación de los efectos de la turbulencia. Los modelos algebraicos, fundamentalmente debido a sus formulaciones simples, resultan una herramienta muy útil para modelar el movimiento turbulento medio, presentando una buena performance para flujos viscosos relativamente simples. Los resultantes campos de velocidades en la capa viscosa desarrollada sobre la superficie de las palas guardan semejanza para los modelos utilizados, difiriendo poco entre sí.

Las aproximaciones numéricas para la simulación del flujo sobre una turbina eólica tienen por finalidad describir su comportamiento aerodinámico, no solo con el objetivo de lograr una mayor eficiencia del rotor, así como una mayor precisión en la determinación de la potencia extraída al viento, sino también con la finalidad de predecir aspectos relacionados al diseño aerodinámico, como son los fenómenos de separación del flujo y sus consecuentes efectos aeroelásticos y aeroacústicos. Un mejor diseño incrementa la vida operativa y reduce los costos de mantenimiento del rotor.

REFERENCIAS

- Abid R., Delery J.M. and Schmitt R. (1985) An Examination of Turbulence Models for a Separating Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer, *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flows*, Swansea, UK, pp. 1635-1646.
- Anderson D.A., Tannehill J.C. and Pletcher R.H. (1984) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, McGraw-Hill Book Company.
- Anderson O.L. (1985) Calculation of Three-dimensional Boundary Layers on Rotating Turbine Blades, FED Vol.32, ASME.
- Delery J.M. and Formery M.J. (1983) A Finite Difference Method for Inverse Solutions of 3-D Turbulent Boundary Layer Flow, AIAA-83-0301, *AIAA 21st Aerospace Science Meeting*, Reno, Nevada, USA.
- Dey J. (2000) On the Momentum Balance in Linear-Combination Models for the Transition Zone, *Journal of Turbomachinery*, ASME, Vol.122, pp.587-588.
- Hallböck M., Henningson D.S., Johansson A.V. and Alfredsson P.H. (eds.) (1996) *Turbulence and Transition Modelling*, Kluwer Academic Publishers.
- Prado R.A., Idelsohn, S.R. y Storti, M.A. (1998) Modelización del flujo inviscido alrededor de la pala de un aerogenerador mediante el método de los paneles, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol.14, No.4, pp.439-459, Barcelona, España.
- Prado R.A., Storti M.A. and Idelsohn S.R (2002) Numerical Simulation of the 3D Laminar Viscous Flow on a Horizontal-axis Wind Turbine Blade, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol.16 (4), pp. 283-295.
- Rodgers P. and Eveloy V. (2004) Application of Low-Reynolds number turbulent flow models to the prediction of electronic component heat transfer, *2004 Inter Society Conference on Thermal Phenomena*, IEEE, pp.495-503.
- Rodi W. (1993) *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics. A state-of-the-art review*, Third Edition, IAHR Monograph Series, A.A.Balkema, Rotterdam, Holland.
- Schlichting H. (1972) *Teoría de la capa límite*, Ediciones URMO, Bilbao, España.
- White F.M. (1991) *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill.
- Wilcox D.C. (2000) *Turbulence Modeling for CFD*, second Edition, DCW Industries, Inc., La Cañada, California, USA.

ABSTRACT: A numerical technique for the determination of the velocity field in the viscous boundary layer has been developed in order to represent the flow around horizontal-axis wind turbine blades. The Prandtl's equations for the three-dimensional boundary layer are solved by finite-difference techniques. For the modeling of the turbulent portion of the boundary layer, two algebraics models have been used. The scope of this work is to improve the calculation of the flow-field around the blades and the aerodynamic forces acting on the wind turbine.

Keywords: horizontal-axis wind turbine, three-dimensional boundary layer, numerical model.