

# CONTROL DE ACTITUD PARA UN PLANEADOR ESPACIAL: ENFOQUE LINEAL Y POR MODO DESLIZANTE

Augusto Zumarraga<sup>1</sup>, Bernardo Concia<sup>2</sup>, and Paul Puleston<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Centro Tecnológico Aeroespacial (CTA) - Facultad de Ingeniería, UNLP

<sup>2</sup>Departamento de Aeronáutica - Facultad de Ingeniería, UNLP

<sup>3</sup>Instituto de Investigaciones en Electrónica, Control y Procesamiento de Señales (LEICI)- Facultad de Ingeniería, UNLP-CONICET

## RESUMEN

En este trabajo se presenta el desarrollo de un sistema de control de ángulos de ataque, rolido y guiñada para un avión espacial no propulsado en la fase de aproximación final y aterrizaje.

Como punto de partida se proponen reguladores cuadráticos lineales (LQR), y luego se introducen como alternativa controles por modos deslizantes de segundo orden (SOSM) usando el algoritmo super twisting (STA) para mejorar la robustez. Ambos esquemas se evalúan mediante una simulación de alta fidelidad, considerando la ejecución de una aproximación final en condiciones nominal y no-nominales.

## 1.- INTRODUCCIÓN

A partir del éxito del lanzador *Falcon 9* los sistemas reutilizables de acceso al espacio están recibiendo fuerte atención debido a sus ventajas comerciales respecto de los lanzadores descartables tradicionales.

La idea no es nueva y a la fecha se han considerado dos aproximaciones principales: cohetes reutilizables de tipo “fly-back booster” como el por un lado (*Falcon 9*, *New Shepard*, etc.), y “aviones espaciales” por el otro (*Space Shuttle*, *Buran*, *Dream Chaser*, etc.).

En relación a los aviones espaciales también se han

propuesto diferentes estrategias para la fase de retorno, considerando vuelos propulsados y no propulsados.

En el caso no-propulsado la misión de retorno se separa en al menos tres fases principales: re-entrada (hipersónica), manejo de energía en el área terminal (TAEM), y aproximación final y aterrizaje. En este trabajo nos enfocamos en la última fase, que para el guiado descomponemos en varias sub-fases como se muestra en la figura 1: aproximación (AP), pre-rotación (PF), planeo final (FN), rotación (FL), nivelación (RT) y frenado (BK).

### 1.1 - ARQUITECTURA

Utilizamos un sistema de control de vuelo constituido por un módulo de navegación lateral (LNAV) que comanda el *ángulo de rolido*  $\phi$  para eliminar el error de trayectoria horizontal, y un módulo de navegación vertical (VNAV) para eliminar el error vertical, como se ilustra en la figura 2.

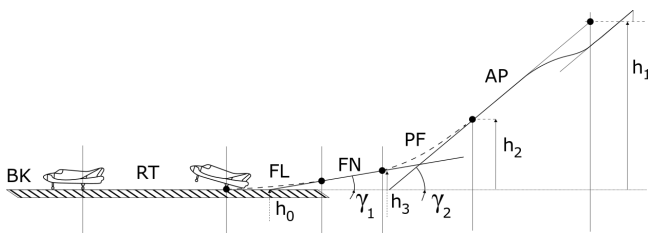


Fig. 1: Sub-fases para la aproximación final y el aterrizaje

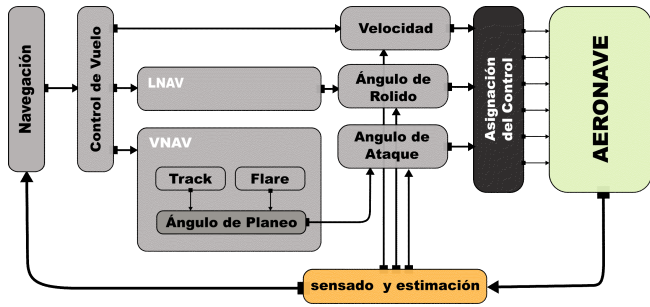


Fig. 2: Arquitectura del sistema de control de vuelo

Pero a diferencia del esquema clásico en donde el lazo VNAV comanda un control *ángulo de cabeceo*  $\theta$ , aquí hemos optado por hacerlo sobre un lazo de control para el *ángulo de planeo*  $\gamma$ , el cual a su vez genera referencias para un control de *ángulo de ataque*  $\alpha$ .

La inserción de un control de ángulo de planeo permite conmutar fácilmente el objetivo de control en VNAV entre el acoplamiento a la senda de planeo y el control de velocidad vertical para las maniobras de rotación (*flare*).

Las referencias de actitud y ángulo de planeo son saturadas en amplitud, velocidad de cambio y aceleración para mantener el vehículo en condiciones de vuelo seguras.

Aunque esto es particularmente necesario sobre el ángulo de ataque para prevenir la pérdida de control aerodinámico y mantener los factores de carga dentro de los límites establecidos, restringir el régimen de descenso es necesario cuando la maniobra se inicia con errores grandes en altitud.

## 1.2 - EL HL-20

Elegimos como caso de estudio el del HL-20, por la disponibilidad de abundante información de acceso público sobre características aerodinámicas desde Mach 20 hasta el vuelo subsónico [3–5, 8, 11].

Se trata de un “cuerpo sustentador” (*lifting body*) que se desarrolló la NASA como prueba de concepto en el Centro de Investigaciones de Langley en los años 90. A pesar de que nunca se construyó un modelo de vuelo, fue investigado extensivamente desde el punto de vista aerodinámico con técnicas computacionales

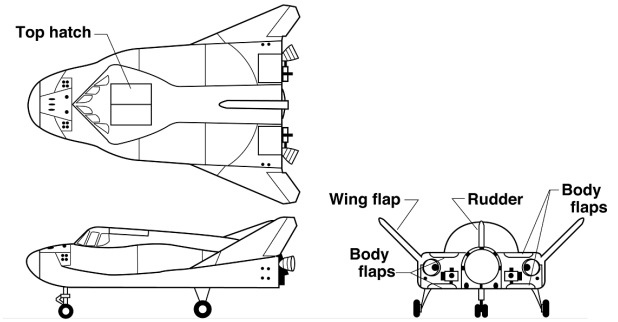


Fig. 3: Tres vistas del HL20 (imagen publicada por NASA)

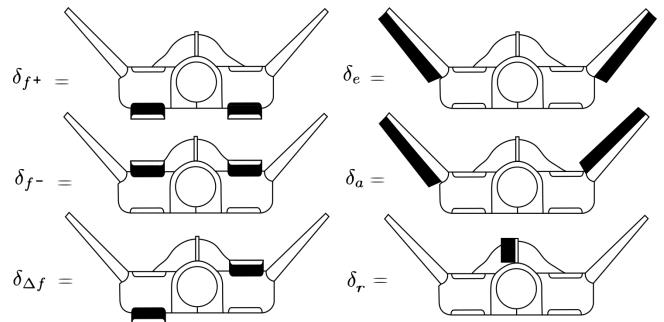


Fig. 4: Acciones virtuales de control en el HL20

y experimentales, y se desarrolló un simulador de vuelo. A su vez este diseño es tomado frecuentemente como ejemplo en la literatura relacionada con las estrategias de guiado para el área terminal [2, 7].

El HL-20 fue concebido como PLS (*Personnel Launch System*) para transportar hasta diez personas desde y hacia una estación orbital. Su peso máximo fue proyectado en de unos 9797 kg sin tripulación, bajando a 8.664kg con todos sus consumibles agotados; con una carga útil de 575kg sumada a unos 1270kg de la tripulación (Chiara [1]). Su longitud era de 8.93m y su diámetro máximo de 7.16m.

Para control en vuelo atmosférico se incorporaron al HL-20 varias superficies de control aerodinámico: cuatro *body flaps* (dos superiores y dos inferiores), dos *wing-flaps* (izquierdo y derecho) y una aleta dorsal completamente móvil. En los ensayos de Jackson and Cruz [5] los *body flaps* superiores ( $bf_{ul}, bf_{ur}$ ) e inferiores ( $bf_{l}, bf_{r}$ ) y los *wing-flaps* ( $wf_l, wf_r$ ) se combinan definiendo cinco acciones “virtuales” de control:

$$\delta_e = \frac{\delta_{wfl} + \delta_{wfr}}{2} \quad (1)$$

$$\delta_a = \frac{\delta_{wfl} - \delta_{wfr}}{2} \quad (2)$$

$$\delta_{f+} = \frac{\delta_{bflu} + \delta_{bfur}}{2} \quad (3)$$

$$\delta_{f-} = \frac{\delta_{bful} + \delta_{bfur}}{2} \quad (4)$$

$$\delta_{\Delta f} = \frac{\delta_{bful} + \delta_{bfil} - \delta_{bfur} - \delta_{bfir}}{2} \quad (5)$$

Los subíndices  $l$  y  $r$  indican izquierda o derecha vistos desde la parte trasera de la aeronave. Identificamos las acciones virtuales como “elevon” ( $e$ ), “alerón” ( $a$ ), “flap positivo” ( $f^+$ ), “flap negativo” ( $f^-$ ) y “flap diferencial” ( $\Delta f$ ); que se suman al control directo de la aleta dorsal o “timón”( $r$ ).

## 2.- DESARROLLO

En esta sección se presentan en primer término los modelos matemáticos a utilizar para la dinámica de actitud de la aeronave y se identifican sus características principales.

Luego se plantea una estrategia de control lineal para la actitud.

Finalmente se plantea una estrategia de control alternativa basada en modos deslizantes de segundo orden, con una introducción previa sobre esta metodología.

### 2.1 - DINÁMICA DEL HL-20

#### 2.1.1 - Modelo Mecánico

Un vehículo puede modelarse conceptualmente como un cuerpo rígido si las frecuencias de sus modos elásticos son al menos diez veces más altas que aquellas asociadas a los lazos de control de actitud. En tal caso podemos obtener un modelo matemático aplicando las ecuaciones cardinales de la mecánica.

Tomando como referencia un sistema de coordenadas solidario al vehículo con origen en su centro de gravedad (terna *móvil*, *del cuerpo* o terna  $b$ ), asumiendo que la masa y su distribución es invariante en el tiempo, y que no existen masas rotantes

dentro del vehículo; estas ecuaciones toman la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{v}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} + \mathbf{g}^b(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{f} \quad (6)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{J}^{-1}\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{m} \quad (7)$$

donde  $\boldsymbol{\omega}$  es el vector de velocidad angular,  $\mathbf{v}$  es el vector de velocidad lineal,  $\mathbf{J}$  es el tensor de inercia y  $\boldsymbol{\theta}$  es un vector que representa la actitud, que para este trabajo se realiza en término de los ángulos de Euler  $\boldsymbol{\theta} = \{\phi, \theta, \psi\}$  adoptando la secuencia de Tait-Bryan (z y'x”).

Los efectos externos están representados por  $\mathbf{m}$  y  $\mathbf{f}$ , que son los vectores de aceleración angular ( $\mathbf{m} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}$  siendo  $\mathbf{M}$  el vector de momento) y *fuerza específica* (fuerza por unidad de masa) aplicados sobre el sólido. Estos términos definen la clase de vehículo que se está modelando y en este caso son de origen puramente aerodinámico. Para completar el modelo debe incluirse la cinemática de la actitud:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\omega} \quad (8)$$

La forma general del modelo no lineal invariante en el tiempo con incertidumbre dinámica es:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{p}(t) \quad (9)$$

con  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^8$  ( $\psi$  puede eliminarse del este modelo para la dinámica de actitud),  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^5$  y donde  $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^8$  es la perturbación por dinámica no modelada o incertidumbre dinámica. Esta resulta de la imposibilidad de describir de forma exacta los términos  $\mathbf{m}$  y  $\mathbf{f}$  en (6) y (7), aunque dos de sus componentes son nulas ( $\dot{\phi}$  y  $\dot{\theta}$ ). Es el efecto resultante de las perturbaciones atmosféricas (cortantes de viento y turbulencia) está representado por  $\mathbf{p}$ .

#### 2.1.2 - Fuerza y Momentos Aerodinámicos

Las fuerzas y momentos aerodinámicos dependen de la presión dinámica  $\sigma = 1/2\rho V_r^2$  (donde  $\rho$  es la densidad del aire y  $V_r$  la magnitud de velocidad relativa del vehículo respecto del aire), del número de Mach  $M$  (si este es del orden de 0.5 o superior), de los ángulos de ataque y deslizamiento  $\alpha$  y  $\beta$ , y del vector de comandos aerodinámicos  $\boldsymbol{\delta}$ :

$$\mathbf{F}_a = F(\sigma, M, \alpha, \beta, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \boldsymbol{\delta}) \quad (10)$$

Algo similar se puede plantear para los momentos. Hay que tener en cuenta  $\alpha$  y  $\beta$  son variables dependientes del vector de velocidad relativa:

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{w_r}{V_r}, \quad \beta = \sin^{-1} \frac{v_r}{V_r} \quad (11)$$

En [5] se proponen los siguientes ajustes para los datos experimentales disponibles:

$$\begin{aligned} f_x &= \sigma S c_x(\alpha, \beta, \delta) \\ f_y &= \sigma S c_y(\beta, \delta) \\ f_z &= \sigma S c_z(\alpha, \beta, \delta) \\ l_x &= \sigma S b c_l(\beta, \delta) \\ l_y &= \sigma S \bar{c} c_m(\alpha, \beta, \delta) \\ l_z &= \sigma S b c_n(\alpha, \beta, \delta) \end{aligned} \quad (12)$$

en donde  $S$ ,  $b$  y  $\bar{c}$  son la superficie, envergadura y cuerda media de referencia y el resto son coeficientes adimensionales.

### 2.1.3 - Linealización del Modelo

Una primera observación que debe realizarse es para un cuerpo sustentador como el HL-20 muchos de estos coeficientes tienen una dependencia fuertemente no-lineal con el ángulo de ataque dentro de la envolvente normal de vuelo, lo cual plantea un fuerte desafío para el diseño del control de actitud.

Aun así es posible plantear una aproximación lineal truncando un desarrollo en serie de Taylor del lado derecho de (6) y (7) a partir de los términos de primer orden, como se hace normalmente para analizar la dinámica de una aeronave convencional.

Realizando el ajuste de este desarrollo para una condición de vuelo rectilíneo uniforme con velocidad  $\mathbf{V}_e = \{u_e, 0, w_e\}$  y teniendo en cuenta la simetría en la distribución de masas respecto del plano  $xz^b$  se obtienen los modelos clásicos desacoplados de dinámica longitudinal y latero-direccional del avión, que en forma de ecuación

de estados son:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_u & x_w & -w_e & -g \cos \theta_e \\ z_u & z_w & u_e & -g \sin \theta_e \\ m_u & m_w & m_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} x_{\delta_e} & x_{\delta_{f+}} & x_{\delta_{f-}} \\ z_{\delta_e} & z_{\delta_{f+}} & z_{\delta_{f-}} \\ m_{\delta_e} & m_{\delta_{f+}} & m_{\delta_{f-}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_{f+} \\ \delta_{f-} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

para la dinámica longitudinal, y para la dinámica latero-direccional:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} y_v & w_e & -u_e & g \\ l_v & l_p & l_r & 0 \\ n_v & n_p & n_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} y_{\delta_a} & y_{\delta_{\Delta f}} & y_{\delta_{\delta r}} \\ l_{\delta_a} & l_{\delta_{\Delta f}} & l_{\delta_{\delta r}} \\ n_{\delta_a} & n_{\delta_{\Delta f}} & n_{\delta_{\delta r}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_a \\ \delta_{\Delta f} \\ \delta_r \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

Por conveniencia realizamos un cambio de variables sustituyendo  $v, w$  por  $\beta, \alpha$  respectivamente a partir de la linealización de las ecuaciones (11).

Tomamos como modelo nominal la linealización para el punto de inserción en la aproximación final (ALI): altura 2000m, rango 7460m, velocidad 152,25m/s y ángulo de planeo de  $-19,8^\circ$ ; a lo cual corresponde aproximadamente un ángulo de ataque de  $10^\circ$ .

Si asumimos cotas para los apartamientos respecto del equilibrio en los estados  $|u| < 1, |\alpha| < 0,1, |p| < 1$ , los valores aproximados para esta condición son:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \times & 6,6 & -26,3 & -9,7 \\ \times & -0,4 & 1,0 & \times \\ \times & -1,4 & -0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0,1 & -0,2 & 0,8 \\ \times & \times & \times \\ -2,0 & -2,2 & -2,3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_{f+} \\ \delta_{f-} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1 & 0,2 & -1,0 & \times \\ -47,7 & -0,6 & 1,2 & 0 \\ 3,3 & \times & -0,2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ 7,6 & 4,0 & 1,2 \\ -1,4 & 0,1 & -0,8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_a \\ \delta_{\Delta f} \\ \delta_r \end{Bmatrix} \quad (16)$$

donde usamos el símbolo  $\times$  para denotar los términos despreciables, a fin de ilustrar los acoplamientos efectivos entre variables.

#### 2.1.4 - Incertidumbre Dinámica del Modelo Lineal

El modelo general separando los términos lineales pasa a ser de la forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_v \\ \dot{\mathbf{x}}_h \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_h \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_v \\ \mathbf{u}_h \end{Bmatrix} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{p}(t) + \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\xi}_v(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\xi}_h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{Bmatrix} \quad (17)$$

en donde se han separado las filas del modelo (9) entre estados longitudinales ( $v$ ) y latero-direccionales ( $h$ ) correspondientes a los modelos (13) y (14) respectivamente.

El término  $\boldsymbol{\xi}$  es la incertidumbre debida a la linealización:

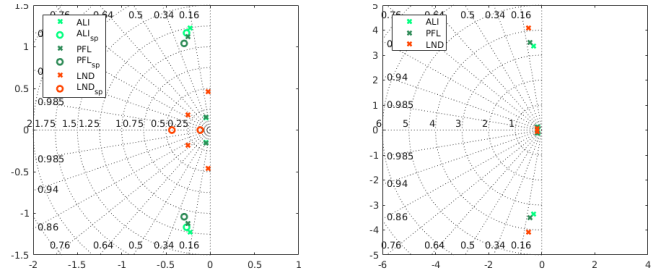
$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\xi}_v(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\xi}_h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_v(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_v \mathbf{x}_v \\ \mathbf{f}_h(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_h \mathbf{x}_h \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$+ \begin{Bmatrix} \mathbf{g}_v(\mathbf{x})\mathbf{u} - \mathbf{B}_v \mathbf{u}_v \\ \mathbf{g}_h(\mathbf{x})\mathbf{u} - \mathbf{B}_h \mathbf{u}_h \end{Bmatrix} \quad (19)$$

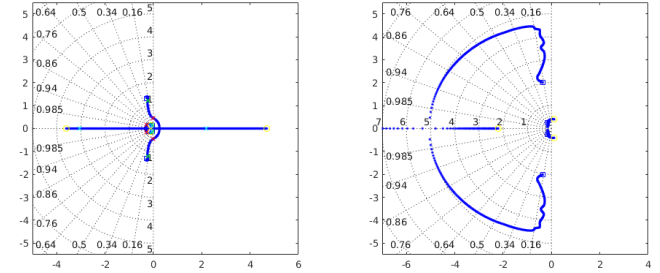
En el término (18) existe una contribución por acoplamientos de inercia que para este caso es despreciable, por lo cual su origen es esencialmente aerodinámico con fuerte dependencia de los ángulos de incidencia  $\alpha$  y  $\beta$ .

El término (19) además de las variaciones con el ángulo de ataque, incluye los efectos de acoplamiento de los comandos latero-direccionales sobre la dinámica longitudinal.

En la figura 5a se muestra la ubicación de polos del modelo linealizado para condiciones de equilibrio en diferentes fases de la aproximación final, lo cual implica fundamentalmente diferentes presiones dinámicas.



(a) Modelo linealizados para condiciones de equilibrio en diferentes fases de la aproximación final



(b) Modelo linealizados en ALI considerando diferentes ángulos de ataque. El cuadrado azul corresponde a  $\alpha = 0^\circ$ , mientras que el círculo amarillo corresponde a  $\alpha = 35^\circ$ . Los puntos en color verde, rojo y cyan corresponden a valores  $10^\circ$ ,  $18^\circ$  y  $30^\circ$ .

En la figura 5b vemos la ubicación de polos para el modelo ajustado con las condiciones ALI pero con diferentes ángulos de ataque entre 0 y  $30^\circ$ .

Esto muestra claramente el nivel de variación en la respuesta dinámica con el ángulo de ataque a mandos bloqueados.

Analizando los autovectores para el modelo longitudinal se observa que es la dinámica asociada al ángulo de ataque (*período corto*) la que se inestabiliza. Por lo tanto será necesario mantener el ángulo de ataque acotado y diseñar un control muy robusto.

#### 2.1.5 - Efectividad de los Comandos

En los trabajos de Putnam et al. [7] y de Ware et al. [12] se analiza la efectividad de las superficies de control en los diferentes regímenes de vuelo. Según Ware et al. [12], en régimen subsónico para control longitudinal son suficientes deflexiones hasta  $\pm 30^\circ$  tanto de elevones como de body flaps para “trimar” el vehículo desde ángulos de ataque levemente negativos hasta los  $\alpha = 20^\circ$ .

Sin embargo, en el trabajo de Jackson et al. [6] se establecen rangos de deflexión para los body flaps de hasta  $60^\circ$ .

Las acciones simétricas de los body flaps, que

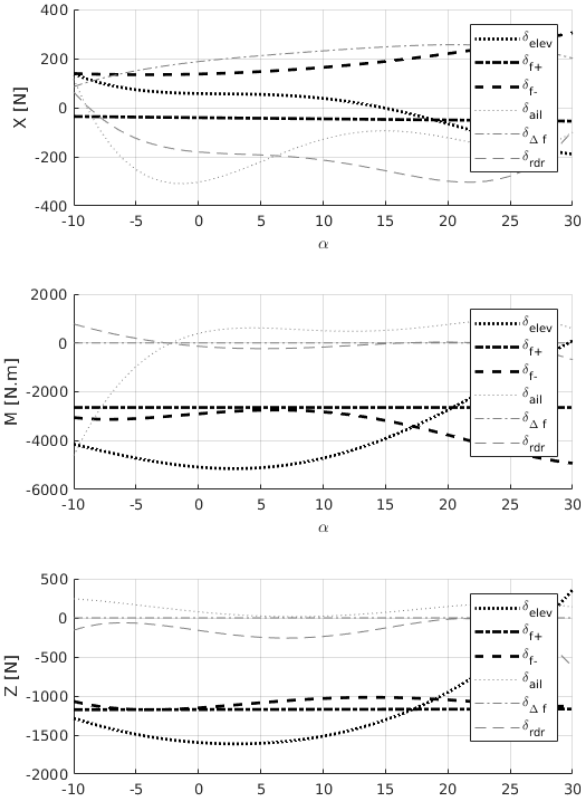


Fig. 6: Efectividad de los comandos sobre la dinámica longitudinal

pueden deflectarse en un único sentido ( $f^+ = \{0 : 60^\circ\}$  y  $f^- = \{-60 : 0^\circ\}$ ), pueden combinarse en un comando de elevador unificado  $\delta_h = \delta_{f+} + \delta_{f-}$  y un comando de freno  $\delta_b = \delta_{f+} - \delta_{f-}$ .

En la figura 6 se observan las fuerzas generadas por los comandos proyectadas sobre una terna solidaria al vehículo en los ejes  $x^b$  (horizontal) y  $z^b$  (vertical), y el momento sobre el eje  $y^b$  (cabeceo). En la figura 7 se observan las fuerzas generadas por los comandos sobre el eje  $y^b$  (deslizamiento), y los momentos respecto de los ejes  $x^b$  (rolido), y  $z^b$  (guiñada).

Puede notarse que los elevones tienen una efectividad variable con el ángulo de ataque, invirtiéndose para valores mayores de  $20^\circ$ . Por otra parte se observa que los elevones a ángulos menores son más efectivos que los body flaps y generan menor resistencia, por lo cual optamos por utilizarlos solo para el trimado en cabeceo por debajo de los  $20^\circ$  de ángulo de ataque.

También puede verse el acoplamiento que produce

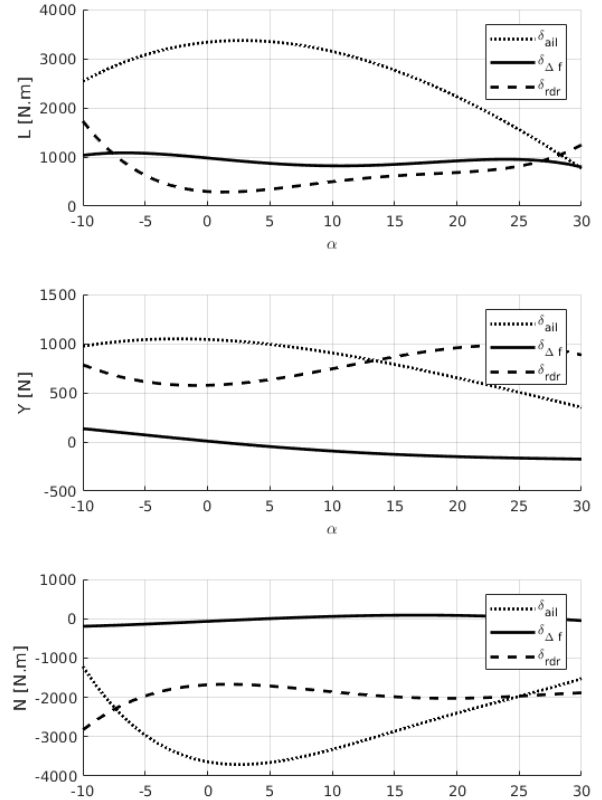


Fig. 7: Efectividad de los comandos sobre la dinámica latero-direccional

el comando de alerón  $\delta_a$  sobre la dinámica longitudinal. Esto, sumado a la pérdida de efectividad a grandes ángulos de ataque que se observa en la figura 7 desalienta su uso, afectando la deflexión diferencial de body flaps  $\delta_{\Delta f}$  al control de rolido.

## 2.2 - CONTROL LINEAL LQR

A continuación presentamos los controles de actitud obtenidos por síntesis LQR.

Dado que se asume una realización digital, las ecuaciones se presentan en tiempo continuo pero los cálculos se realizan con modelos discretizados para una frecuencia de muestreo de 20Hz.

### 2.2.1 - Rolido y deslizamiento

Para el modelo (16) planteamos una realimentación de estados de la forma:

$$\begin{Bmatrix} \delta_{\Delta f} \\ \delta_r \end{Bmatrix} = -\bar{\mathbf{K}}_{lat} \begin{Bmatrix} \beta \\ p \\ r \end{Bmatrix} + \mathbf{K}_\phi \{ \phi_r - \phi \} \quad (20)$$

donde  $\phi_r$  es la referencia para el ángulo de rolo,  $\bar{\mathbf{K}}_{lat} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$  y  $\mathbf{K}_\phi \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  son columnas de la matriz de realimentación de estados:

$$\mathbf{K}_{lat} = [\bar{\mathbf{K}}_{lat} \quad \mathbf{K}_\phi] \quad (21)$$

Con un índice de desempeño definido por:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

llegamos a una matriz de realimentación de estados que arroja resultados aceptables, como se muestra en la figura 8:

$$\mathbf{K}_{lat} = \begin{bmatrix} -6,63 & 1,70 & 1,69 & 8,11 \\ 22,64 & 0,39 & -6,91 & -1,15 \end{bmatrix} \quad (23)$$

### 2.2.2 - Ángulo de ataque

En (13) la componente de velocidad  $u$  está asociada normalmente a un modo natural mucho más lento que el período corto que domina las variaciones de ángulo de ataque y actitud. Por lo tanto podemos adoptar un modelo para velocidad cuasi-constante eliminando la primer fila de la ecuación 13:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha & \alpha_q & \times \\ m_\alpha & m_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \times \\ m_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \{\delta_h\} \quad (24)$$

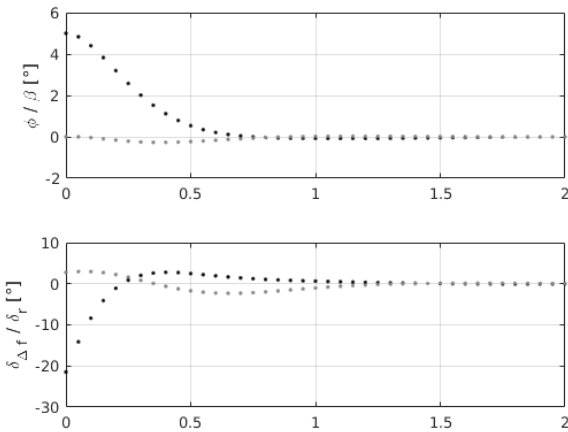


Fig. 8: Respuesta del lazo de control de ángulo de rolo y deslizamiento ante un error inicial de  $5^\circ$ .

donde  $\alpha$  es el ángulo de ataque,  $\theta$  el de cabeceo y  $q$  su velocidad; mientras  $\delta_h$  es la acción combinada de los “body flaps”.

Más aun, podemos desacoplar  $\alpha$  y  $q$  respecto del ángulo de cabeceo:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha & \alpha_q \\ m_\alpha & m_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ q \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \times \\ m_\delta \end{bmatrix} \{\delta_h\} \quad (25)$$

Proponemos una realimentación de estados

$$\delta_h = -k_\alpha \{\alpha - \alpha_r\} - k_q q \quad (26)$$

donde  $\alpha_r$  es la referencia para el ángulo de ataque, que restringimos al rango  $[0, 25^\circ]$ .

Necesitamos un control lo suficientemente rápido para manejar la inestabilidad a grandes ángulos de ataque, y para limitar el atraso de fase en el lazo de control del ángulo de planeo. Eligiendo

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [1] \quad (27)$$

se llega a

$$\mathbf{K}_\alpha = [k_\alpha \quad k_q] = [-6,67 \quad -3,23] \quad (28)$$

que arroja los resultados mostrados en la figura 9, en donde se observa una respuesta bien amortiguada con tiempo de establecimiento del orden de los 0,4s.

### 2.2.3 - Angulo de Planeo

En este lazo buscamos anular el error en el ángulo de planeo establecido por el lazo VNAV:

$$e_\gamma = \gamma_r - (\theta - \alpha) \quad (29)$$

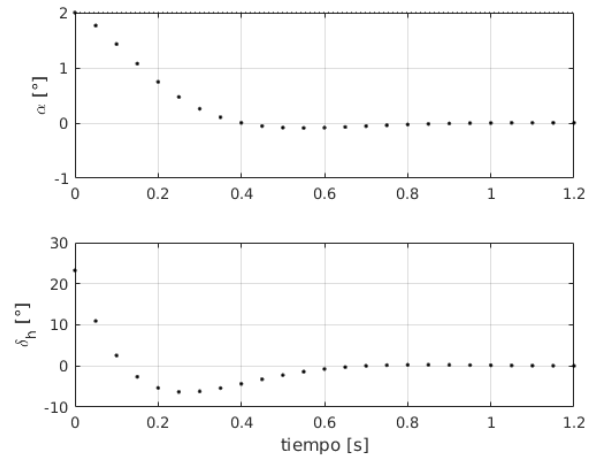


Fig. 9: Respuesta del lazo de control de ángulo de ataque ante una variación en el valor de referencia de  $5^\circ$ .

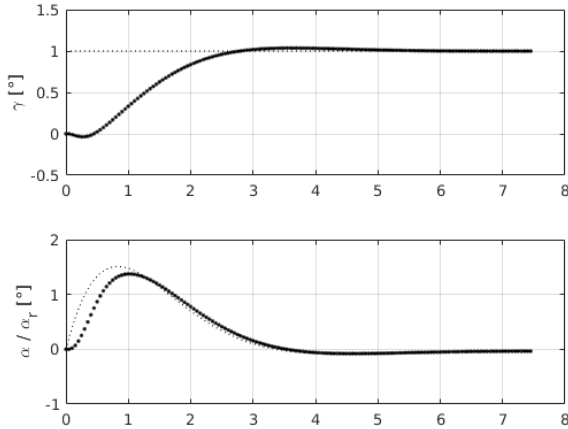


Fig. 10: Respuesta del lazo de control de ángulo de planeo

Aumentamos el modelo (24) introduciendo una nueva variable  $\zeta$  tal que  $\dot{\zeta} = e_\gamma$ . Con esto resulta un modelo de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}}_\gamma = \mathbf{A}_\gamma \mathbf{x}_\gamma + \mathbf{B}_\gamma \delta_h \quad (30)$$

donde  $\mathbf{x}_\gamma = \{\alpha \ q \ \theta \ \zeta\}'$  y:

$$\mathbf{A}_\gamma = \begin{bmatrix} \alpha_\alpha & \alpha_q & \alpha_\theta & 0 \\ m_\alpha & m_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_\gamma = \begin{Bmatrix} z_\delta \\ m_\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

La nueva variable  $\gamma$  se determina a partir de la relación:

$$\zeta = \int_0^t e_\gamma dt \quad (31)$$

Discretizamos este modelo y luego agregamos la relación entre el comando  $\delta_h$  y el vector  $\{\alpha \ q\}$  establecida por control de ángulo de ataque (26), quedando un modelo de tiempo discreto de la forma:

$$\mathbf{x}_\gamma(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_\gamma \mathbf{x}_\gamma(k) + \bar{\mathbf{B}}_\gamma \alpha_r(k) \quad (32)$$

siendo

$$\bar{\mathbf{A}}_\gamma = \mathbf{A}_\gamma - \mathbf{B}_\gamma [\mathbf{K}_\alpha \ \mathbf{0}^{1 \times 2}] \quad , \quad \bar{\mathbf{B}}_\gamma = \mathbf{B}_\gamma \mathbf{k}_\alpha$$

Sobre el modelo resultante aplicamos una realimentación de estados de la forma:

$$\mathbf{K}_\gamma = [\bar{k}_\alpha \ \bar{k}_q \ \bar{k}_\theta \ k_i]$$

donde debe notarse que el término  $k_i \zeta$  es una acción integral que permite eliminar los efectos

por error de trimado y de estado estacionario en el control de ángulo de ataque si los hubiese; pero que como complicación exige incluir un esquema de *anti-windup*. Con

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [1] \quad (33)$$

obtenemos

$$\mathbf{K}_\gamma = [-6,37 \ 0,31 \ 7,23 \ -4,30] \quad (34)$$

En la figura 10 se muestra la respuesta resultante de este lazo. Si bien podría lograrse un tiempo de respuesta menor, problemas de robustez limitan el máximo desempeño alcanzable.

## 2.3 - CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

En el análisis de la dinámica del HL-20 hemos destacado la marcada no-linealidad de las cargas aerodinámicas respecto del ángulo de ataque. A su vez debe tenerse presente que en los diferentes escenarios y fases de vuelo existirán variaciones muy pronunciadas de la presión dinámica. Por ello la robustez del lazo de control es muy significativa.

Entre las técnicas de control no-lineal la utilización de modos deslizantes (MD, *sliding modes*) ofrece una estrategia muy robusta para el control de procesos dinámicos modelados como sistemas lineales o no-lineales de la forma (9).

A continuación presentamos una introducción al tema, y luego mostramos una aplicación de este enfoque para los controles de actitud.

### 2.3.1 - Conceptos Básicos

El control por MD consiste en alternar la configuración del sistema en función de una *variable de deslizamiento*  $\sigma(\mathbf{x})$ , consistiendo este cambio en la conmutación (idealmente instantánea) de la acción de control real  $u$ , o de una virtual que defina la anterior.

En el caso de que el control no sea escalar normalmente se utiliza una variable de deslizamiento para cada una de las  $m$  componentes del mismo.

Una estrategia de este tipo se plantea en dos pasos:



- definir  $m$  variables de deslizamiento, lo cual establece un conjunto de *superficies de conmutación* en el espacio de estados ( $S_j : \sigma_j(\mathbf{x}) = 0$ ) que limitarán las regiones en donde la inyección discontinua tendrá cada uno de sus dos valores posibles.
- definir una *ley de conmutación* para cada componente del control  $u_j(\sigma_j, \dot{\sigma}_j, \dots) : \mathbb{R}^{k_j} \rightarrow \mathbb{R}^m$  que defina su evolución en función de la variable de deslizamiento correspondiente, y eventualmente también de algunas de sus primeras  $k_j - 1 < r_j$  derivadas, siendo  $r_j$  el grado relativo de  $\sigma_j$  respecto del control.

Con esta estrategia, dependiendo de la condición inicial, el estado del sistema a lazo cerrado atravesará una o dos fases que se describen a continuación.

**Modo de alcance** Partiendo de un estado inicial arbitrario, el sistema a lazo cerrado empezará en el *modo de alcance*, y permanecerá en él hasta llegar a la superficie de conmutación. Para poder alcanzarla esta debe elegirse de forma tal de garantizar que si  $\sigma \neq 0$ , entonces su evolución apunte hacia la superficie de conmutación, lo que puede sintetizarse en la expresión  $\sigma \dot{\sigma} < 0$  (*condición de alcance*).

Una particularidad significativa de muchas leyes de conmutación es que permiten lograr el alcance en *tiempo finito*, lo cual contrasta con el control lineal en el cual la convergencia siempre es exponencial, y por lo tanto de tiempo infinito.

**Modo deslizante** Una vez alcanzada la superficie de conmutación, el sistema quedará restringido a trayectorias dentro de ella, comportamiento al cual denominamos *modo deslizante*. La acción discontinua (real o virtual) quedará conmutando a frecuencia idealmente infinita (aun en ausencia de perturbaciones).

**Orden del modo deslizante** La ley de conmutación se diseña para garantizar que una vez alcanzada la superficie de deslizamiento el estado permanezca en ella, lo cual como mínimo implica que  $\sigma = 0$ . Estando en el modo deslizante se produce

un colapso parcial en la dinámica de lazo cerrado, ya que el estado no puede abandonar esta superficie.

Pero también es posible diseñar estrategias de conmutación que garanticen además la nulidad de algunas de las primeras derivadas de la variable de deslizamiento<sup>1</sup>.

El *orden* del modo deslizante puede definirse como la mayor derivada nula que establece el modo deslizante, o bien como la cantidad de veces que hay que derivar la variable de deslizamiento para encontrar el término de inyección discontinua introducido por la ley de conmutación.

**Modo deslizante clásico** El control por modos deslizantes se aplicó originariamente utilizando modelos lineales de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\nu} \quad (35)$$

en donde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  y  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ . En esta expresión se ha incluido una componente de perturbación  $\boldsymbol{\xi}$  *emparejada por el control* (es decir, que existe un vector de control que la puede cancelar de forma exacta) y otra  $\boldsymbol{\nu}$  no emparejada.

Se elige un conjunto de  $m$  superficies de conmutación planas:

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = -\mathbf{S}\mathbf{x} \quad (36)$$

donde cada fila  $S_j$  de  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  corresponde a una de las superficies de deslizamiento, y la ley de conmutación para el vector de control resulta de:

$$u_j = -U_{M_j}(\text{sign}(\sigma_j)) \quad (37)$$

donde  $U_{M_j} = \{u_j^+, u_j^-\}$  es el conjunto de los valores posibles para la acción de control  $u_j$ , y su elección dependen solo del signo de  $\sigma_j$ .

Las superficies  $S_j$  deben elegirse de forma tal que aparezca una componente del control  $u_j$  en la derivada primera de cada  $\sigma_j$ , es decir, que las  $\sigma_j$  sean de grado relativo 1 respecto del control.

En modo deslizante la acción de control conmutada producirá un efecto equivalente  $\mathbf{u}_{eq}$  tal que

<sup>1</sup>Al considerar las derivadas de orden superior debe tenerse en cuenta que por la naturaleza de la acción conmutada, la nulidad de una derivada de orden inferior no implica lo mismo para las de orden superior, dado que estas últimas podrían conmutar a frecuencia infinita sin impactar en las primeras

$\dot{\sigma} = 0$ . Podemos obtenerlo para el caso en que la perturbación  $\nu = 0$  derivando (36) y sustituyendo en (35):

$$\mathbf{u}_{eq} = -(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{SAx} + \xi \quad (38)$$

Reemplazando este resultado en (35) se obtiene la dinámica en modo deslizante será:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{SB})^{-1} \mathbf{S}] \mathbf{Ax} + \nu \quad (39)$$

La matriz  $\mathbf{S}$  puede ajustarse para obtener la dinámica deseada en modo deslizante, que se mantendrá en tanto la acción conmutada cumpla la condición:

$$\mathbf{u}^- \leq \mathbf{u}_{eq} \leq \mathbf{u}^+ \quad (40)$$

en donde la desigualdad debe verificarse para cada componente del vector de control.

**Chattering** Dado que la conmutación físicamente no puede realizarse a frecuencia infinita, en el modo deslizante el estado oscilará alrededor de la superficie de equilibrio. A este comportamiento se lo denomina chattering, y siempre estará presente debido a la dinámica no modelada de los actuadores, y si la implementación se realiza en tiempo discreto.

**Super twisting** Los modos deslizantes clásicos implican aplicar acciones de control discontinuas, lo cual en general resulta inaceptable con actuadores mecánicos. Es posible mitigar esto modificando la ley de conmutación reemplazando la función signo por una *sigmoidal*, o bien utilizando el término discontinuo en derivadas del control.

El algoritmo super-twisting (STA) es una estrategia de segundo orden que se aplica a superficies con grado relativo 1. La ley de conmutación para el caso escalar es:

$$u(t) = -\lambda |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) + u_1 \quad (41)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > U_M \\ -\zeta \text{sign}(\sigma) & \text{si } |u| \leq U_M \end{cases}$$

Resulta claro que con esta ley de conmutación la acción de control  $u(t)$  es continua, trasladándose la conmutación a la derivada primera.

En Shtessel et al. [9] se demuestra que si:

$$\dot{\sigma} = h(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \quad (42)$$

y existen constantes  $C, K_m, K_M, U_M$  y  $0 < k < 1$  tales que:

$$|\dot{h}(x)| + U_M |\dot{g}(x)| \leq C \quad (43)$$

$$0 \leq K_m \leq g(\mathbf{x}) \leq K_M \quad (44)$$

$$|h/g| < kU_M \quad (45)$$

esta ley garantiza la aparición de un modo deslizante de segundo orden con un tiempo de alcance finito si  $\lambda$  es lo suficientemente grande, y si se cumple que:

$$K_m \alpha > C \quad (46)$$

el control entra en el rango  $[-U_M, U_M]$  en tiempo finito y se mantiene allí.

Se concluye además que esto se verifica si:

$$\lambda > \sqrt{\frac{2}{K_m \zeta - C}} \frac{(K_m \zeta + C) K_M (1 + k)}{K_m^2 (1 - k)} \quad (47)$$

De esta expresión se observa que cuanto más próximo sea  $\zeta$  al valor  $K_m/C$ , mayor deberá ser  $\lambda$ .

Debe advertirse que aunque el control sea continuo, la presencia de dinámica no modelada puede inducir el fenómeno de chattering si las ganancias en (41) son elevadas.

### 2.3.2 - Control del Ángulo de Ataque

Para el ángulo de ataque sería ideal utilizar el error  $e_\alpha = r_\alpha - \alpha$  como variable de deslizamiento, pero el efecto directo del comando sobre su derivada es débil, por lo cual su grado relativo efectivo respecto del control es 2. Por ello elegimos inicialmente una siguiente superficie de deslizamiento de la forma:

$$\sigma = e_\alpha + \tau \dot{e}_\alpha \quad (48)$$

Como en modo deslizante  $\sigma = 0$ , el parámetro  $\tau$  debe ser positivo y resulta equivalente a una constante de tiempo.

Derivando (48) y sustituyendo con (25) llegamos a una expresión de la forma:

$$\dot{h}(\mathbf{x}) = \dot{\dot{h}}(\mathbf{x}) - (\dot{r} + \tau \ddot{r}) \quad (49)$$

donde  $r$  es la referencia para el ángulo de ataque.

Realizando los cálculos para ángulos de ataque entre  $0^\circ$  y  $30^\circ$  con  $U_M = 2$  (para la acción de control normalizada con  $\bar{u} = 30^\circ$ ) y  $|q| < 1$  concluimos que como cotas para  $\bar{h}$  puede elegirse  $C \approx 6,3$ ,  $K_m \approx 2,6$ ,  $K_M \approx 3$  y se observa que  $|h/g| < 0,66$ , de lo cual  $k \approx 0,22$ .

Si además acotamos las referencias de forma tal que  $|\dot{r}| < 0,5$ ,  $|\ddot{r}| < 0,26$  se debería considerar  $C \approx 7$ .

En función de estos valores y de (46) inicialmente adoptamos  $\zeta \approx 3$ , mientras que por (47) elegimos  $\lambda > 9$ .

Con estos valores, que en general son conservativos, se observa un chattering muy pronunciado. El chattering desaparece si disminuimos las ganancias, pero esto no permite garantizar la condición de alcance y permanencia en el modo deslizante.

Asociamos este fenómeno a la dinámica no modelada de los actuadores. Esto implica que el grado relativo real entre el ángulo de ataque y la acción de control es mayor al considerado, y que las perturbaciones no pueden ser emparejadas por el control; sumado a que la implementación en tiempo discreto limita necesariamente la frecuencia de conmutación.

En un intento por mitigar estos efectos optamos por utilizar ganancias variables proporcionales a la relación entre la distancia a la superficie de deslizamiento y una cierta banda de tolerancia  $\bar{\sigma}$ :

$$f = \frac{\sigma}{\bar{\sigma}} \quad , \quad \lambda = f\bar{\lambda} \quad , \quad \zeta = f\bar{\zeta} \quad (50)$$

En primeras pruebas los resultados resultan satisfactorios con  $\tau = 0,7$ ,  $\bar{\zeta} = 0,015$ ,  $\bar{\lambda} = 0,3$  y una tolerancia de  $\bar{\sigma} = 0,1^\circ$ . Aunque se obtiene un comportamiento aceptable en MD, se presentaron dificultades para acotar los tiempos y amplitudes en el modo de alcance.

Se optó luego por expandir la dimensión de la superficie de deslizamiento incorporando la derivada segunda del ángulo de ataque:

$$\sigma = e_\alpha + k_v \dot{e}_\alpha + k_a \ddot{e}_\alpha \quad (51)$$

Los parámetros de esta expresión se ajustaron mediante simulaciones hasta lograr una dinámica

en modo de alcance satisfactoria y un nivel de chattering reducido. Utilizando un tiempo de muestreo  $0,05s$  el ajuste final se estableció con  $k_v = 0,5$ ,  $k_a = 0,01$ ,  $\bar{\zeta} = 0,05$ ,  $\bar{\lambda} = 0,3$  y una tolerancia de  $\bar{\sigma} = 0,15$ . La acción de control máxima real es de  $60^\circ$  y el factor de amplificación de ganancias  $f$  en (50) se limitó a 6.

### 2.3.3 - Control de Rolido y Deslizamiento

Para este caso se plantea un control descentralizado (ver [10]) apareando el ángulo de rolo con el comando diferencial de los body-flaps y el ángulo de deslizamiento con el timón de dirección. Para cada canal se define una variable de deslizamiento escalar:

$$\sigma_\phi = e_\phi + \tau_\phi \dot{e}_\phi \quad (52)$$

$$\sigma_\beta = \beta + \tau_\beta \dot{\beta} \quad (53)$$

También en este caso se utilizan ganancias variables; llegándose para el rolo a  $\tau_\phi = 0,5$ ,  $\bar{\zeta} = 0,02$ ,  $\bar{\lambda} = 0,5$  y tolerancia de  $\bar{\sigma} = 0,15$ ; mientras que para deslizamiento  $\tau_\phi = 0,5$ ,  $\bar{\zeta} = 0,01$ ,  $\bar{\lambda} = 0,2$  y tolerancia de  $\bar{\sigma} = 0,2$ . En ambos casos la amplificación de ganancias se limita a 4.

## 3.- RESULTADOS

### 3.1 - SIMULACIÓN

Para la validación del diseño se utiliza un modelo numérico de alta fidelidad basado en un caso de demostración de Matlab/Simulink™, en el cual se simula la dinámica de un cuerpo rígido con seis grados de libertad en coordenadas ECEF (*Earth Centered Earth Fixed*). Este modelo numérico incluye además dinámicas de segundo orden con saturación de amplitud y velocidad para los actuadores de las superficies de control aerodinámico, resultando en un total de 23 estados. Para los efectos aerodinámicos se utilizan las expresiones (12) utilizando tablas de inspección para los coeficientes en función de los ángulos de incidencia del flujo.

Se incluye además un modelo de atmósfera estándar (COESA 1976) para la variación de densidad con la altura y un modelo de gravedad WGS84.

Para la integración numérica se optó por un esquema de *Runge-Kutta* de orden 3 con tiempo de integración de 1ms.

### 3.2 - IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL

El sistema completo de control de vuelo mostrado en la figura 2 se implementó en forma de código, ejecutado con un tiempo de muestreo de 0.05s.

En todos los casos, para evitar acciones de control abruptas que perturben excesivamente la actitud, se incluyeron algoritmos de acondicionamiento para limitar en amplitud (*saturación*), derivada (*rate limiter*) y aceleración de las referencias de rolido  $r_\phi$ , ángulo de ataque  $r_\alpha$  y ángulo de planeo  $r_\gamma$  que resultan de los lazos de trayectoria.

### 3.3 - ENSAYOS SIMULADOS

Para la validación de los esquemas de control se consideran tres situaciones:

**Aproximación nominal** La condición inicial corresponde a una velocidad de  $174m/s$  a  $8400m$  de distancia respecto del umbral de la pista, con una altura del orden  $2400m$  y un desvío lateral menor a  $65m$ .

**Exceso de energía** En este caso se parte de la misma condición inicial pero con un exceso de  $1000m$  en la altura y un desvío lateral de  $300m$ . Para regular el exceso de energía se incluye un control de velocidad equivalente utilizando la deflexión simétrica de las superficies de control aerodinámico.

**Ensayo de caída libre (drop test)** Para simular un ensayo de caída libre las condiciones iniciales son de muy baja velocidad ( $20m/s$ ) con  $5065m$  de altura, ángulo de ataque nulo y de cabeceo de  $-20^\circ$ .

Por ser este último el caso mas severo se omiten las gráficas para el caso de exceso de energía. Con esta condición inicial se activan en el control de vuelo dos subfases adicionales. En la primera se realiza un control del ángulo de cabeceo para iniciar una picada y alcanzar de esta forma una velocidad mínima de maniobra. La siguiente tiene

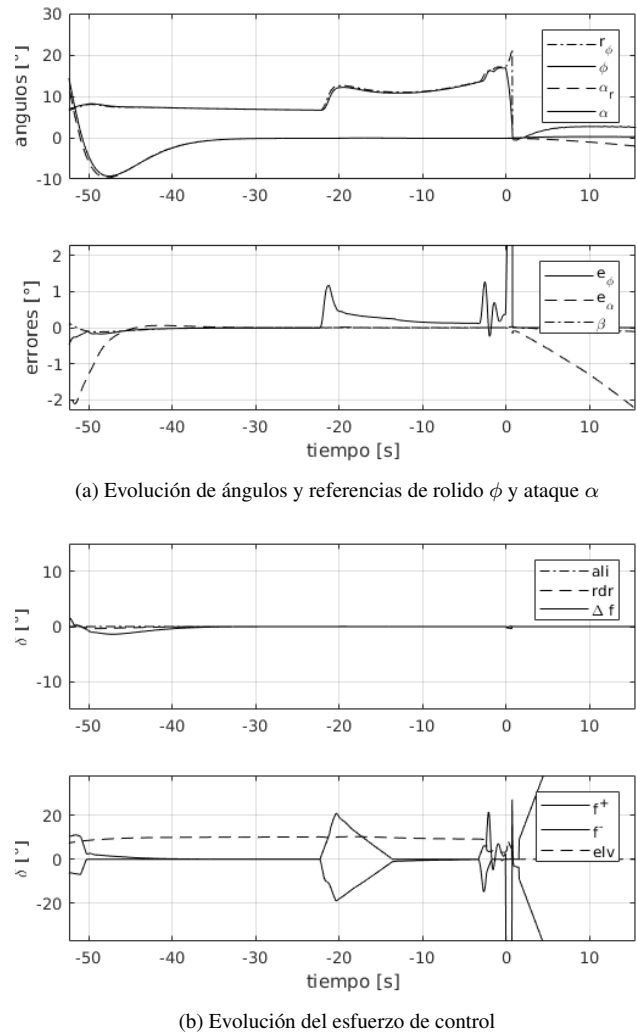


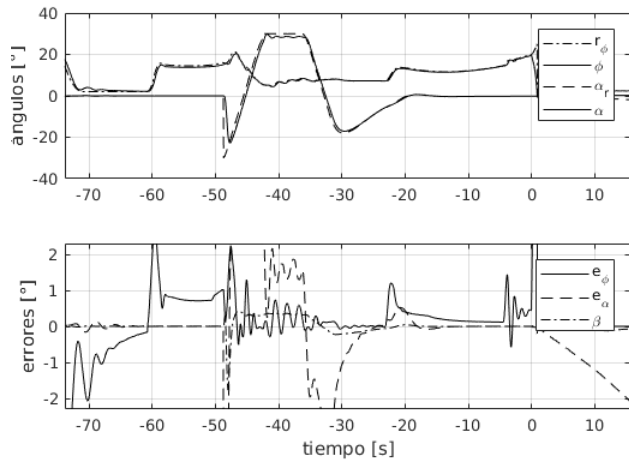
Fig. 11: Simulación de aproximación nominal con control LQR

por objeto nivelar la trayectoria hasta alcanzar un ángulo de planeo aceptable para iniciar el acoplamiento a la trayectoria de aproximación. El control de trayectoria horizontal durante estas subfases se mantiene inhibido.

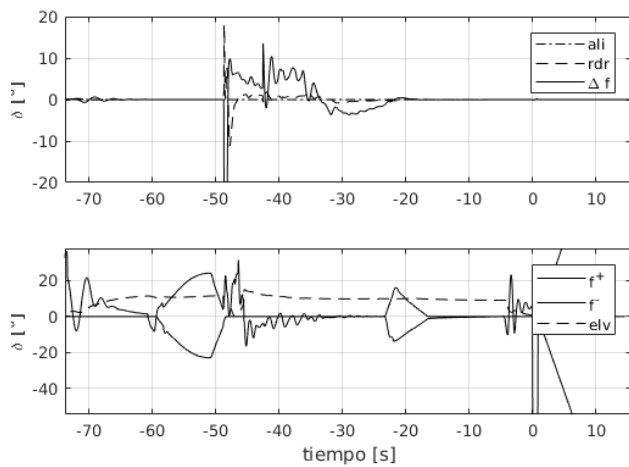
### 3.4 - CONTROL LINEAL LQR

En la figura 11a se muestra la evolución de los ángulos y referencias de rolido  $\phi$  y ataque  $\alpha$  para la aproximación en condiciones nominales usando los controles LQR para la actitud. En la figura 11b se muestra el esfuerzo de control para este caso.

En el eje temporal  $t = 0$  corresponde al instante de contacto con la pista. El error inicial se produce debido a que en el inicio de la simulación los comandos se inicializan en cero y por lo tanto



(a) Evolución de ángulos y referencias de rolido  $\phi$  y ataque  $\alpha$



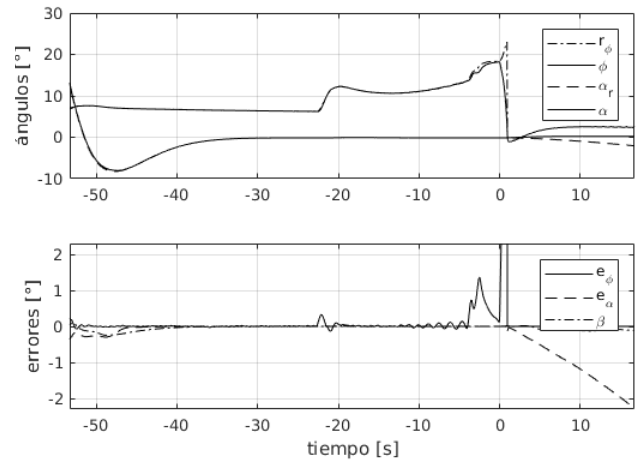
(b) Evolución del esfuerzo de control

Fig. 12: Simulación del ensayo de caída libre con control LQR

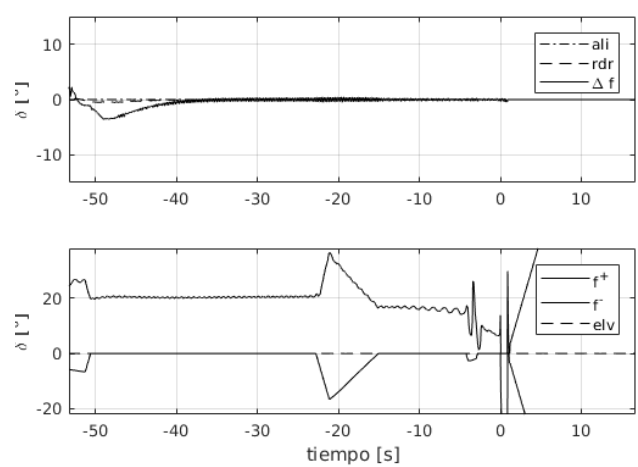
el vehículo no está en equilibrio. A su vez se observan deflexiones simétricas simultáneas de los body-flaps ( $f^+$  y  $f^-$ ) correspondientes al control de velocidad.

La respuesta del control de actitud en esta condición resulta muy satisfactoria, superando las expectativas en cuanto a robustez. Los errores se mantienen acotados en una banda del orden de  $\pm 0,5^\circ$ , excepto durante los cambios abruptos de las referencias.

Consideramos que estos resultados son muy buenos, por lo que a continuación evaluamos el desempeño del control de actitud para la aproximación partiendo de una condición de caída libre. En las figuras 12a y 12b se muestran los resultados para ese caso.



(a) Evolución de ángulos y referencias de rolido  $\phi$  y ataque  $\alpha$



(b) Evolución del esfuerzo de control

Fig. 13: Simulación de aproximación nominal con control STA

Las exigencias de la maniobra en cuanto a variaciones de ángulo de ataque ponen en evidencia los efectos de las perturbaciones dinámicas en el modelo lineal.

Aunque la estabilidad de lazo cerrado se conserva en todas las condiciones, como era esperable el desempeño se degrada impactando en el control de ángulo de planeo, lo que se manifiesta como oscilaciones en la referencia de ángulo de ataque.

### 3.5 - CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

Las pruebas anteriores se repiten con el control STA. En las figuras 13a y 13b se muestran los resultados para el caso nominal, mientras que las figuras 14a y 14b corresponden al caso de caída libre.

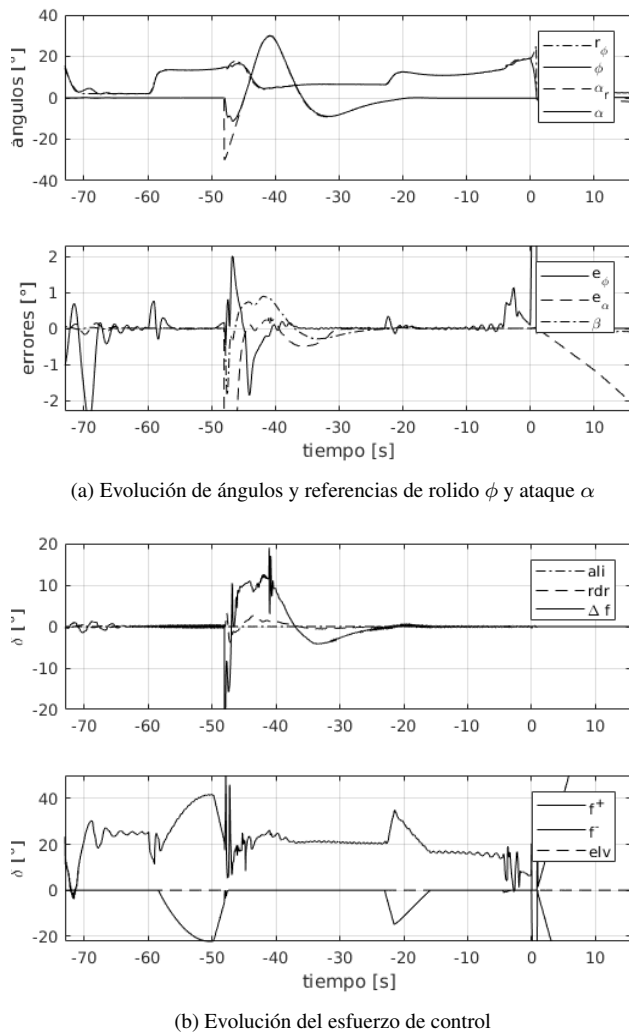


Fig. 14: Simulación del ensayo de caída libre con control A

Comparando las figuras 11a y 13a se observa para el caso nominal una reducción de los errores durante las fases de rotación usando el control STA; pero se observa un pequeño nivel de chattering en los comandos.

La diferencia es mucho más notoria cuando se comparan las figuras 12a y 14a para la condición de caída libre, donde el uso del control STA resulta en una mejora significativa. La convergencia es mucho más rápida y en estado estacionario los errores son mínimos, lo cual puede interpretarse también como una reducción muy fuerte en el atraso de fase entre referencia y variable controlada que resulta beneficioso para los lazos externos del control en cascada.

#### 4.- CONCLUSIONES

En este trabajo se ha atacado el problema del control de actitud para un planeador espacial en aproximación final, tomando como caso de estudio el del HL-20. Se presentó un modelo matemático para la dinámica de actitud mediante el cual se puso en evidencia la marcada no-linealidad en la respuesta de esta clase de aeronaves (*lifting bodies*) y su relevancia para el diseño de un sistema de control.

Se han planteado dos enfoques; un control lineal usando síntesis LQR y uno no-lineal por modos deslizantes usando STA.

Mediante una simulación de alta fidelidad se demostró que ambos enfoques son aceptables, incluso en un escenario altamente demandante como el que resulta de iniciar la aproximación luego de una caída libre. Pero se observó que el control STA resulta más robusto y permite operar con errores más reducidos.

En su diseño se propusieron variables de deslizamiento construidas con los errores de seguimiento y sus derivadas. Para mitigar los problemas de chattering fue necesario reducir significativamente las ganancias del algoritmo, lo cual resulta desfavorable para garantizar la convergencia en el modo de alcance y mantener el modo deslizante. Este inconveniente se compensó acotando las velocidades de cambio y aceleraciones para las variables de referencia, utilizando ganancias variables en función de la distancia a la superficie de deslizamiento.

Como trabajo futuro sería recomendable analizar leyes de variación alternativas para las ganancias y acotar el nivel de perturbación mediante utilizando una inversión dinámica; o bien utilizar un esquema como el propuesto en Shtessel et al. [9] en donde se ataca este problema de control mediante inversión dinámica y se utilizan modos deslizantes en un observador para identificar el término de perturbación y cancelarlo sumándolo a la acción de control.

Resta además evaluar los efectos de los ruidos de medición y de las perturbaciones atmosféricas que no han sido incluidos en la simulación para esta etapa.

## 5.- AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el apoyo de la Facultad de Ingeniería-UNLP, el CONICET y la ANPCyT.

## 6.- REFERENCIAS

- [1] Giuseppe De Chiara. From HL-20 to Dream Chaser - The Long Story of a Little Spaceplane, 2012. forum.nasaspaceflight.com.
- [2] F. Câmara, T. Hormigo, and J. Araújo. New guidance schemes for the Terminal Area Energy Management of Atmospheric Re-entry. In *8th International ESA Conference on Guidance, Navigation and Control Systems*. Karlovy Vary, 2011.
- [3] C.I. Cruz, G.M. Ware, S.B. Grafton, W.C. Woods, and J. Young. Aerodynamic characteristics of a proposed personnel launch system (pls) lifting-body configuration at mach numbers from 0.05 to 20.3. Technical Report TM 101641, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1989.
- [4] E. B. Jackson, C.I. Cruz, and W.A. Ragsdale. Real-time simulation model of the hl-20 lifting body. Technical Report TM 107580, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1992.
- [5] E.B. Jackson and C.I. Cruz. Preliminary subsonic aerodynamic model for simulation studies of the hl-20 lifting body. Technical Report TM 4302, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1992.
- [6] E.B. Jackson, C.I. Cruz, and W.A. Ragsdale. Real-Time Simulation Model of the HL-20 Lifting Body. Technical Report TM 107580, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1992.
- [7] Zachary R. Putnam, Michael J. Granty, Jenny R. Kellyz, and Robert D. Braunx. Variable angle-of-attack profile entry guidance for a crewed lifting body. In *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. doi: 10.2514/6.2013-29.
- [8] W.I. Scallion. Aerodynamic characteristics and control effectiveness of the hl-20 lifting body configuration at mach 10 in air. Technical Report TM 209357, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1999.
- [9] Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, and Arie Levant. *Sliding Mode Control and Observation*. Birkhauser, 2014. ISBN 2373-7719. doi: 10.1007/978-0-8176-4893-0.
- [10] Sigurd Skogestad and Ian Postlethwaite. *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. John Wiley & Sons, 2 edition, 2001.
- [11] G.M. Ware. Transonic aerodynamic characteristics of a proposed assured crew return capability (acrc) lifting-body configuration. Technical Report TM 4117, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1989.
- [12] G.M. Ware, B. Spencer, and J.R. Micol. Aerodynamic characteristics of the HL-20 and HL-20A lifting-body configurations. In *AIAA 9th Applied Aerodynamics Conference*, 1991.